

孤岛微电网的分布式固定时间二次协调控制

陈 刚[†], 李志勇, 韦梦立

(重庆大学 自动化学院, 重庆 400044)

摘 要: 孤岛微电网的下垂控制策略会导致系统稳态的频率和电压偏离额定值. 为此, 提出一种分布式固定时间二次协调控制策略以实现系统频率和电压的恢复控制, 并实现期望的有功功率分配. 所提出的控制方法能在固定时间内完成二次控制目标, 而不依赖于系统的初始状态. 该优势使得根据任务需求来离线预设整定时间成为可能. 同时, 采用固定时间Lyapunov方法分析二次协调控制系统的稳定性. 最后, 通过Matlab/Simulink仿真实验验证分布式固定时间二次控制策略的有效性.

关键词: 孤岛微电网; 下垂控制; 分布式控制; 二次控制; 有功功率分配; 固定时间

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed fixed-time secondary coordination control of islanded microgrids

CHEN Gang[†], LI Zhi-yong, WEI Meng-li

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: To compensate for the frequency and voltage deviation caused by droop control, a fixed-time distributed secondary coordination control scheme is proposed to restore the frequency and voltage to their nominal values and achieve the desired active power sharing property. The proposed scheme can achieve the secondary control objectives within a fixed-time, which is independent of the initial conditions. This advantage makes it possible to off-line predesign the settling time according to task requirement. The stability of the proposed secondary control scheme is rigorously proved by applying the fixed-time Lyapunov stability theory. Finally, results of the simulation with Matlab/Simulink verify the effectiveness of the proposed distributed fixed-time secondary control scheme.

Keywords: islanded microgrids; droop control; distributed control; secondary control; active power sharing; fixed-time

0 引 言

微电网是由分布式发电单元(Distributed generation, DG)、局部负荷、储能装置等构成的小规模电力系统,既可以运行在并网模式,也可以运行在孤岛模式. 孤岛运行的微电网不仅需要维持频率和电压稳定,而且还需要实现有功和无功功率控制. 在基于逆变器的孤岛微电网系统中,下垂控制策略得到了广泛应用^[1-6]. 然而,下垂控制会导致孤岛微电网稳态频率和电压偏离额定值^[5-6]. 为了补偿频率和电压偏差,人们提出了二次控制策略并应用到微电网中^[7-8]. 传统二次控制采用集中式控制结构,利用中央控制器获取系统全局信息并提供控制命令. 然而,集

中式控制存在通信和计算负担重、鲁棒性差、可扩展性差等缺点^[6,9].

为了克服集中式控制的弊端,人们又提出了分布式二次频率和电压控制策略并用于恢复孤岛微电网的频率和电压. 文献[10-11]通过反馈线性化将微电网二次控制问题转化为多智能体跟踪同步问题,进而设计了分布式二次控制器. 文献[12]利用分布式均值法,设计二次控制器实现频率与电压恢复以及有功无功功率控制. 文献[13-15]采用离散一致性算法设计二次电压和频率控制器. 上述分布式二次控制方法仅能实现渐近或指数收敛. 在实际应用中,一些敏感负荷需要运行在额定频率和电压下. 由于光能、风

收稿日期: 2017-07-13; 修回日期: 2017-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61673077, 61273108); 重庆市基础与前沿研究计划项目(CSTC2016jcyjA0361); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(106112017CDJQJ178827).

责任编委: 左志强.

作者简介: 陈刚(1976—), 男, 教授, 博士, 从事分布式协调控制理论及其应用等研究; 李志勇(1992—), 男, 硕士生, 从事微电网分布式控制的研究.

[†]通讯作者. E-mail: chengang@cqu.edu.cn.

能等分布式新能源具有不确定性和间歇性的特点,实现二次控制的快速收敛以及有限时间收敛具有重要的现实意义.此外,有限时间控制具有控制精度高、干扰抑制性能好、鲁棒性强等优点^[16-19].这些特征使得有限时间控制更适合于基于逆变器接口的低惯性微电网系统.

近年来,有限时间分布式二次控制策略受到研究者的关注.文献[20]和文献[21]分别考虑了分布式有限时间频率同步和电压恢复.文献[22-23]同时实现了有限时间频率与电压恢复及有功功率分配.文献[24]研究了有界控制输入下分布式有限时间二次控制方法.文献[25]提出了对干扰、未建模动态和参数不确定具有鲁棒性的分布式有限时间二次控制策略.然而,有限时间控制的整定时间与系统的初始条件有关,这使得离线预设整定时间变得困难.由于初始条件可能无法事先获得,为解决该问题,文献[26]提出了固定时间收敛概念,并在一致性算法中得到了研究^[27-30].固定时间控制作为有限时间控制的扩

展,克服了有限时间算法收敛时间依赖系统初始状态的缺点.固定时间收敛的整定时间与系统初始状态无关,仅与设计参数有关,从而使得事先估计整定时间成为可能.这有利于改善微电网系统的动态性能和保障敏感负荷的用电安全.

受上述研究的启发,本文提出一种分布式固定时间二次控制策略以实现孤岛微电网频率和电压恢复控制以及有功功率比例分配.不同于现有有限时间二次控制,本文提出的固定时间控制可以保证二次控制的整定时间的上界与系统初始状态无关.这使得根据任务需求来离线预设整定时间成为可能.理论分析和仿真结果均表明了分布式固定时间二次控制策略的正确性和有效性.

1 问题描述和预备知识

1.1 问题描述

微电网是一个典型的信息物理系统,它由电力网络和信息通信网络组成.图1给出了微电网系统的信息物理结构框图.其中:物理网络主要包括带有局

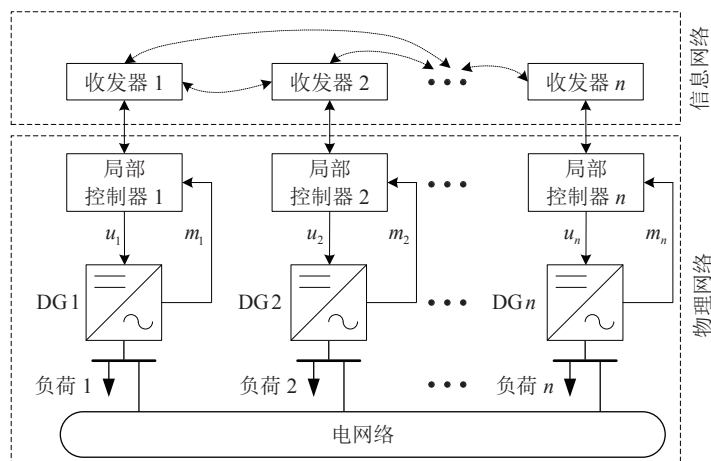


图1 信息物理微电网系统

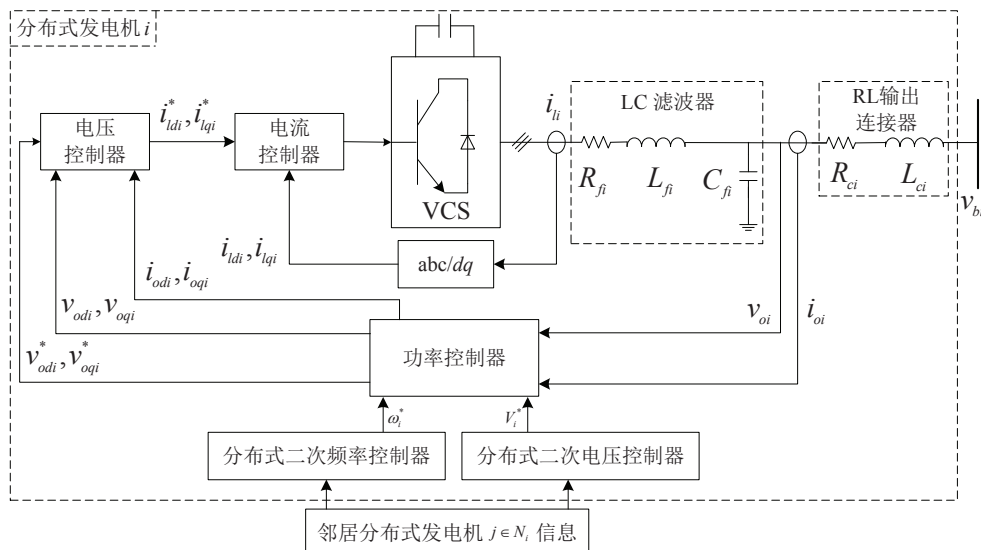


图2 单个DG单元的分布式控制结构

部控制器的逆变器接口DG单元、局部负荷和电力网络;信息网络主要包括通信收发器和通信线路。单个DG单元的分布式控制结构如图2所示。每个DG单元包含一个能量源、一个受控电压源(Voltage-controlled source, VCS)逆变器、一个LC滤波器、一个RL输出连接器和一个局部控制器。局部控制器由功率、电压、电流控制环构成^[3]。下一节将给出本文提出的二次频率和电压控制器。

下垂控制被广泛应用于微电网的功率控制环,它通过改变频率和电压幅值实现微电网系统有功功率和无功功率的供需平衡。典型的下垂控制可表示为^[3]

$$\omega_i = \omega_i^* - m_i^p P_i, \quad (1)$$

$$v_i = V_i^* - m_i^q Q_i. \quad (2)$$

其中: ω_i 和 v_i 分别是第 i 个DG的输出角频率和电压幅值; ω_i^* 和 V_i^* 分别是一次角频率和电压幅值参考值; m_i^p 和 m_i^q 分别是频率和电压幅值下垂系数; P_i 和 Q_i 分别是第 i 个DG有功和无功功率输出值。控制器设计在 dq 坐标下进行且电压参考值与 d 轴分量一致,即有 $v_{di} = v_i$ 和 $v_{qi} = 0$ 。

为了补偿下垂控制导致的频率和电压偏差,本文采用分布式二次控制策略来设计新的频率参考值 ω_i^* 和电压幅值参考值 V_i^* ,该控制策略使得DG的输出角频率 ω_i 和电压幅值 v_i 恢复到额定频率 ω^* 和额定电压幅值 v^* 。

1.2 图理论

DG间的通信拓扑可以由无向图 $G = (V, E)$ 表示。其中:图的顶点 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示DG,图的边 $E \in V \times V$ 表示通信连接。顶点 i 与 j 之间的无向边表示为 (i, j) ,顶点 i 的邻居集合表示为 $N_i = \{j \in V | (i, j) \in E\}$ 。边的权重用 a_{ij} 表示。如果边 $(i, j) \in E$,则 $a_{ij} = a_{ji} > 0$;否则 $a_{ij} = a_{ji} = 0$ 。用 $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 表示加权邻接矩阵。拉普拉斯矩阵定义为 $L = [l_{ij}] \in R^{n \times n}$ 。其中: $l_{ii} = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}$, $i \neq j$ 。

一组边 $(i, i_1), (i_1, i_2), \dots, (i_s, j)$ 构成顶点 i 与 j 之间的一条路径。如果任意两个不同顶点间存在一个路径,则无向图 G 是连通的。定义牵制矩阵 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$,其中 $b_i \geq 0$ 。

2 分布式固定时间控制

对于向量 $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T$,定义 $s^{[k]} = [s_1^{[k]}, s_2^{[k]}, \dots, s_n^{[k]}]^T$ 。其中: $s_i^{[k]} = \text{sign}(s_i)|s_i|^k$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, $|s_i|$ 表示实数 s_i 的绝对值。 1_n 和 0_n 分别表示所有元素为1和0的 n 维列向量。

2.1 频率恢复和有功功率分配

二次频率控制的目的是设计一次频率控制参考值 ω_i^* ,使得每个DG的输出频率 ω_i 恢复到额定频率 ω^* 的同时,实现有功功率的比例分配 $m_j^p P_j = m_i^p P_i$ 。为实现频率恢复,对下垂方程(1)求导,可得

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_i^* - m_i^p \dot{P}_i = u_{\omega i}, \quad (3)$$

其中 $u_{\omega i}$ 为引入的频率辅助控制器。为实现有功功率比例分配,采用文献[10]的策略,对 $m_i^p P_i$ 求导并引入有功功率辅助控制器 u_{pi} ,可得

$$m_i^p \dot{P}_i = u_{pi}. \quad (4)$$

根据式(3)和(4),可得

$$\dot{\omega}_i^* = u_{\omega i} + u_{pi}. \quad (5)$$

为实现控制算法的固定时间收敛,基于DG自身的信息和其邻居节点的信息,辅助控制器 $u_{\omega i}$ 和 u_{pi} 设计为

$$u_{\omega i} = c_\omega \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\omega_j - \omega_i)^{[\mu]} + b_i (\omega^* - \omega_i)^{[\mu]} \right] + c_\omega \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\omega_j - \omega_i)^{[\nu]} + b_i (\omega^* - \omega_i)^{[\nu]} \right], \quad (6)$$

$$u_{pi} = c_p \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i) \right]^{[\mu]} + c_p \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i) \right]^{[\nu]}. \quad (7)$$

其中: $0 < \mu < 1$, $\nu > 1$, $c_\omega > 0$ 和 $c_p > 0$ 为控制增益。根据式(5)~(7),一次频率控制参考值 ω_i^* 计算如下:

$$\omega_i^* = \int (u_{\omega i} + u_{pi}) dt. \quad (8)$$

后续的分析需要如下引理。

引理1^[19] 对于一个无向连通图,其拉普拉斯矩阵 L 是半正定的。 0 是 L 的一个简单特征值且 1_n 是其特征向量。 L 的第2小特征值 $\lambda_2(L) > 0$,且如果 $1_n^T x = 0$,则 $x^T L x \geq \lambda_2(L) x^T x$ 。此外,如果存在一个 $b_i > 0$,则 $L + B$ 是正定的,其最小特征值 $\lambda_1(L + B) > 0$,且有 $x^T (L + B) x \geq \lambda_1(L + B) x^T x$ 。

引理2^[31] 令 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n \geq 0$, $0 < \phi \leq 1$, $\varphi > 1$,则有

$$\sum_{i=1}^n \zeta_i^\phi \geq \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i \right)^\phi, \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \zeta_i^\varphi \geq n^{1-\varphi} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i \right)^\varphi. \quad (10)$$

引理3^[26] 考虑如下系统:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(0) = x_0, \quad (11)$$

其中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$. 如果非线性函数 $f: R \times R^n \rightarrow R^n$ 不连续, 则系统(11)的解定义在 Filippov 意义下. 假设原点是系统(11)的一个平衡点. 如果存在一个径向无界函数 $V: R^n \rightarrow R_+ \cup \{0\}$ 使得 V 满足: 1) $V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$; 2) 存在常数 $\alpha, \beta, p, q, k > 0: pk < 1, qk > 1$, 系统(11)的任何解 $x(t)$ 均满足不等式 $D^+V(x(t)) \leq -(\alpha V^p(x(t)) + \beta V^q(x(t)))^k$. 则系统(11)为全局固定时间稳定, 且整定时间估计值满足

$$T(x_0) \leq \frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)}, \quad \forall x_0 \in R^n. \quad (12)$$

定理1 如果DG间的无向通信拓扑是连通的, 且至少一个DG能够获取到参考频率信息, 则在辅助控制器(6)和(7)的作用下, 采用如式(8)所示的一次频率控制参考值, 系统能在固定有限时间内实现频率恢复和有功功率的比例分配.

证明 定义频率误差变量 $e_{\omega i} = \omega_i - \omega^*$. 对 $e_{\omega i}$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\omega i} &= \dot{\omega}_i - \dot{\omega}^* = \dot{\omega}_i = u_{\omega i} = \\ &c_{\omega} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_{\omega j} - e_{\omega i})^{[\mu]} - b_i e_{\omega i}^{[\mu]} \right] + \\ &c_{\omega} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_{\omega j} - e_{\omega i})^{[\nu]} - b_i e_{\omega i}^{[\nu]} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

选择如下李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{\omega}(e_{\omega}) + V_p(P) = \\ &\frac{1}{2} e_{\omega}^T e_{\omega} + \frac{1}{2} P^T L P = \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_{\omega i}^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i)^2. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $e_{\omega} = [e_{\omega 1}, \dots, e_{\omega n}]^T, P = [m_1^p P_1, \dots, m_n^p P_n]^T$. 因为通信拓扑是无向连通的, 所以 $V_p(P)$ 是半正定的且 $V_p(P) = 0$ 当且仅当 $P \in \text{span}\{1_n\}$. 此外, $V_{\omega}(e_{\omega})$ 是正定的, 因此 V_1 是正定的.

根据式(4)、(7)、(13), 对(14)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^n e_{\omega i} \dot{e}_{\omega i} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial V_p(P)}{\partial (m_i^p P_i)} m_i^p \dot{P}_i = \\ &\sum_{i=1}^n c_{\omega} e_{\omega i} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_{\omega j} - e_{\omega i})^{[\mu]} - b_i e_{\omega i}^{[\mu]} \right] + \\ &\sum_{i=1}^n c_{\omega} e_{\omega i} \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_{\omega j} - e_{\omega i})^{[\nu]} - b_i e_{\omega i}^{[\nu]} \right] - \\ &\sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i) \right] u_{pi} = \\ &-\frac{c_{\omega}}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |e_{\omega j} - e_{\omega i}|^{1+\mu} - c_{\omega} \sum_{i=1}^n b_i |e_{\omega i}|^{1+\mu} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{c_{\omega}}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |e_{\omega j} - e_{\omega i}|^{1+\nu} - c_{\omega} \sum_{i=1}^n b_i |e_{\omega i}|^{1+\nu} - \\ &c_p \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i) \right|^{1+\mu} - \\ &c_p \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i) \right|^{1+\nu}. \end{aligned} \quad (15)$$

定义 $\Psi(e_{\omega}^{\mu})$ 为

$$\begin{aligned} \Psi(e_{\omega}^{\mu}) &= \\ &\frac{c_{\omega}}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |e_{\omega j} - e_{\omega i}|^{1+\mu} + c_{\omega} \sum_{i=1}^n b_i |e_{\omega i}|^{1+\mu}. \end{aligned}$$

根据引理2, 可得

$$\begin{aligned} \Psi(e_{\omega}^{\mu}) &\geq \\ &\frac{c_{\omega}}{2} \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^{\frac{2}{1+\mu}} (e_{\omega j} - e_{\omega i})^2 + 2 \sum_{i=1}^n b_i^{\frac{2}{1+\mu}} (e_{\omega i})^2 \right)^{\frac{1+\mu}{2}} = \\ &\frac{c_{\omega}}{2} (2e_{\omega}^T (L^{\mu} + B^{\mu}) e_{\omega})^{\frac{1+\mu}{2}} \geq \\ &\frac{c_{\omega}}{2} (2\lambda_1 (L^{\mu} + B^{\mu}) e_{\omega}^T e_{\omega})^{\frac{1+\mu}{2}} = \\ &\frac{c_{\omega}}{2} (4\lambda_1 (L^{\mu} + B^{\mu}) V_{\omega}(e_{\omega}))^{\frac{1+\mu}{2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: L^{μ} 表示邻接矩阵为 $A^{\mu} = [a_{ij}^{\frac{2}{1+\mu}}]$ 的图 G^{μ} 相对应的拉普拉斯矩阵, B^{μ} 表示以 $b_i^{\frac{2}{1+\mu}}$ 为对角元素的牵制矩阵.

定义 $\Psi(e_{\omega}^{\nu})$ 为

$$\begin{aligned} \Psi(e_{\omega}^{\nu}) &= \\ &\frac{c_{\omega}}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} |e_{\omega j} - e_{\omega i}|^{1+\nu} + c_{\omega} \sum_{i=1}^n b_i |e_{\omega i}|^{1+\nu}, \end{aligned}$$

采用类似于式(16)的分析过程, 可得

$$\Psi(e_{\omega}^{\nu}) \geq \frac{c_{\omega}}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1 (L^{\nu} + B^{\nu}) V_{\omega}(e_{\omega}))^{\frac{1+\nu}{2}}. \quad (17)$$

其中: L^{ν} 表示邻接矩阵为 $A^{\nu} = [a_{ij}^{\frac{2}{1+\nu}}]$ 的图 G^{ν} 相对应的拉普拉斯矩阵, B^{ν} 表示以 $\frac{1}{2} (2b_i)^{\frac{2}{1+\nu}}$ 为对角元素的牵制矩阵.

令 $z_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (m_j^p P_j - m_i^p P_i)$. 定义 $\Upsilon(P)$ 为

$$\begin{aligned} \Upsilon(P) &= c_p \sum_{i=1}^n |z_i|^{1+\mu} + c_p \sum_{i=1}^n |z_i|^{1+\nu} = \\ &c_p \sum_{i=1}^n (z_i^2)^{\frac{1+\mu}{2}} + c_p \sum_{i=1}^n (z_i^2)^{\frac{1+\nu}{2}}. \end{aligned}$$

根据引理2, 可得

$$\Upsilon(P) \geq c_p \left(\sum_{i=1}^n z_i^2 \right)^{\frac{1+\mu}{2}} + c_p n^{\frac{1-\nu}{2}} \left(\sum_{i=1}^n z_i^2 \right)^{\frac{1+\nu}{2}}. \quad (18)$$

因 $-LP = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$, 故有

$$\sum_{i=1}^n z_i^2 = (-LP)^T(-LP) = P^T L^2 P.$$

令 $L^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_n = D = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T$, 则有 $D^T D = (L^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_n)^T L^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n^T L \mathbf{1}_n = 0$, 因此 $D = 0_n$. 进一步可得 $D^T P = (L^{\frac{1}{2}} \mathbf{1}_n)^T P = \mathbf{1}_n^T L^{\frac{1}{2}} P = 0_n$. 根据引理1, 有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n z_i^2 &= (L^{\frac{1}{2}} P)^T L (L^{\frac{1}{2}} P) \geq \\ &\lambda_2(L) (L^{\frac{1}{2}} P)^T (L^{\frac{1}{2}} P) = \\ &\lambda_2(L) P^T L P = 2\lambda_2(L) V_p(P). \end{aligned} \quad (19)$$

由式(18)和(19)可得

$$\begin{aligned} \Upsilon(P) &\geq c_p (2\lambda_2(L) V_p(P))^{\frac{1+\mu}{2}} + \\ &c_p n^{\frac{1-\nu}{2}} (2\lambda_2(L) V_p(P))^{\frac{1+\nu}{2}}, \end{aligned} \quad (20)$$

由式(15)~(17)和(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\frac{c_\omega}{2} (4\lambda_1(L^\mu + B^\mu) V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\mu}{2}} - \\ &\frac{c_\omega}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1(L^\nu + B^\nu) V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\nu}{2}} - \\ &c_p (2\lambda_2(L) V_p(P))^{\frac{1+\mu}{2}} - \\ &c_p n^{\frac{1-\nu}{2}} (2\lambda_2(L) V_p(P))^{\frac{1+\nu}{2}} = \\ &-\frac{c_\omega}{2} (4\lambda_1(L^\mu + B^\mu))^{\frac{1+\mu}{2}} (V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\mu}{2}} - \\ &\frac{c_\omega}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1(L^\nu + B^\nu))^{\frac{1+\nu}{2}} (V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\nu}{2}} - \\ &c_p (2\lambda_2(L))^{\frac{1+\mu}{2}} (V_p(P))^{\frac{1+\mu}{2}} - \\ &c_p n^{\frac{1-\nu}{2}} (2\lambda_2(L))^{\frac{1+\nu}{2}} (V_p(P))^{\frac{1+\nu}{2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

令

$$\begin{aligned} \eta &= \min \left\{ \frac{c_\omega}{2} (4\lambda_1(L^\mu + B^\mu))^{\frac{1+\mu}{2}}, c_p (2\lambda_2(L))^{\frac{1+\mu}{2}} \right\}, \\ \rho &= \min \{\theta, \xi\}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{c_\omega}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1(L^\nu + B^\nu))^{\frac{1+\nu}{2}}, \\ \xi &= c_p n^{\frac{1-\nu}{2}} (2\lambda_2(L))^{\frac{1+\nu}{2}}. \end{aligned}$$

同时根据引理2, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -\eta \left((V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\mu}{2}} + (V_p(P))^{\frac{1+\mu}{2}} \right) - \\ &\rho \left((V_\omega(e_\omega))^{\frac{1+\nu}{2}} + (V_p(P))^{\frac{1+\nu}{2}} \right) \leq \\ &-\eta (V_1)^{\frac{1+\mu}{2}} - \rho 2^{\frac{1-\nu}{2}} (V_1)^{\frac{1+\nu}{2}}, \end{aligned} \quad (22)$$

进而 $\dot{V}_1 \leq -(\alpha V_1^p + \beta V_1^q)^k$. 其中: $k=1, \alpha=\eta, \beta=\rho 2^{\frac{1-\nu}{2}}, 0 < p = \frac{1+\mu}{2} < 1, q = \frac{1+\nu}{2} > 1$. 根据引理3, V_1 在固定时间内收敛到0, 且估计的整定时间为

$$T_1 \leq \frac{2}{\eta(1-\mu)} + \frac{2}{\rho 2^{\frac{1-\nu}{2}}(\nu-1)}. \quad (23)$$

$V_1 = 0$ 意味着 $e_\omega = 0_n$ 且 $P \in \text{span}\{\mathbf{1}_n\}$, 因此, 频

率恢复和有功功率的比例分配将在固定时间 T_1 内实现. $\square$

2.2 电压恢复

二次电压控制的目的是设计一次电压控制参考值 V_i^* , 使得每个DG的输出电压幅值 v_i 恢复到额定值 v^* . 为实现该目的, 对电压无功功率下垂方程(2)求导, 可得

$$\dot{v}_i = \dot{V}_i^* - m_i^q \dot{Q}_i = u_{vi}, \quad (24)$$

其中 u_{vi} 为电压辅助控制器. 为实现电压固定时间恢复控制, 基于DG自身信息和其邻居的信息, 设计如下的辅助控制器 u_{vi} :

$$\begin{aligned} u_{vi} &= c_v \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_j - v_i)^{[\mu]} + b_i (v^* - v_i)^{[\mu]} \right] + \\ &c_v \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_j - v_i)^{[\nu]} + b_i (v^* - v_i)^{[\nu]} \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $0 < \mu < 1, \nu > 1, c_v > 0$ 为控制增益. 根据式(24)和(25), 一次电压控制参考值 V_i^* 计算如下:

$$V_i^* = \int (u_{vi} + m_i^q \dot{Q}_i) dt. \quad (26)$$

定理2 如果DG间的无向通信拓扑是连通的, 且至少一个DG能获取到参考电压信息, 则系统在辅助控制器(25)的作用下, 采用式(26)所示的电压控制参考值, 能够在固定时间内实现电压恢复.

证明 定义电压误差变量 $e_{vi} = v_i - v^*$. 对 e_{vi} 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{vi} &= \dot{v}_i - \dot{v}^* = \dot{v}_i = u_{vi} = \\ &c_v \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_{vj} - e_{vi})^{[\mu]} - b_i e_{vi}^{[\mu]} \right] + \\ &c_v \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_{vj} - e_{vi})^{[\nu]} - b_i e_{vi}^{[\nu]} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

选择如下李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_{vi}^2. \quad (28)$$

采用与定理1类似的分析, 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\frac{c_v}{2} (4\lambda_1(L^\mu + B^\mu))^{\frac{1+\mu}{2}} (V_2)^{\frac{1+\mu}{2}} - \\ &\frac{c_v}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1(L^\nu + B^\nu))^{\frac{1+\nu}{2}} (V_2)^{\frac{1+\nu}{2}}, \end{aligned} \quad (29)$$

因此 $\dot{V}_2 \leq -(\alpha V_2^p + \beta V_2^q)^k$. 其中

$$\begin{aligned} k &= 1, \\ \alpha &= \frac{c_v}{2} (4\lambda_1(L^\mu + B^\mu))^{\frac{1+\mu}{2}}, \\ \beta &= \frac{c_v}{2} n^{1-\nu} (4\lambda_1(L^\nu + B^\nu))^{\frac{1+\nu}{2}}, \\ 0 &< p = \frac{1+\mu}{2} < 1, q = \frac{1+\nu}{2} > 1. \end{aligned}$$

根据引理3, 可知 V_2 在固定时间内趋于0, 且整定时间估计值满足

$$T_2 \leq \frac{4}{c_v(4\lambda_1(L^\mu + B^\mu))^{\frac{1+\mu}{2}}(1-\mu)} + \frac{4}{c_v n^{1-\nu}(4\lambda_1(L^\nu + B^\nu))^{\frac{1+\nu}{2}}(\nu-1)}. \quad (30)$$

当 $V_2 = 0$ 时, 有 $e_v = 0_n$. 因此, 电压恢复能在固定时间 T_2 内实现. $\square$

注1 本文所提出固定时间二次控制的收敛时间 T_1 和 T_2 存在一个与系统初始状态无关的上界, 该上界仅与设计参数 μ 、 ν 、 c_ω 、 c_p 、 c_v 和通信拓扑相关. 而现有有限时间二次控制^[20-25]的收敛时间均与系统初始状态相关.

3 案例研究

为验证本文提出的分布式固定时间二次控制策略的有效性, 在 Matlab/Simulink 中搭建一个额定相电压幅值为 311 V、额定频率为 50 Hz 的孤岛微电网测试系统. 图 3(a) 为孤岛微电网系统, 其中包含 4 个

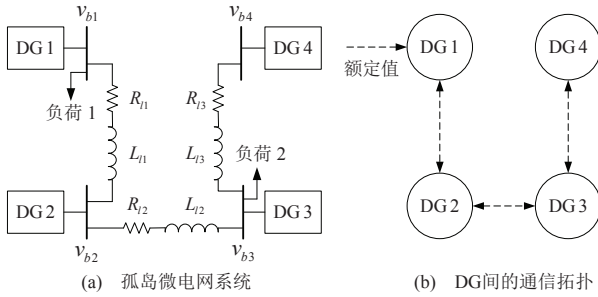


图3 孤岛微电网测试系统

表1 微电网系统的参数值

参数	DG1	DG2	DG3	DG4
m_i^p	8×10^{-5}	6×10^{-5}	8×10^{-5}	6×10^{-5}
m_i^q	9×10^{-4}	7×10^{-4}	9×10^{-4}	7×10^{-4}
R_f/Ω	0.1	0.1	0.1	0.1
L_f/mH	1.35	1.35	1.35	1.35
$C_f/\mu\text{F}$	50	50	50	50
R_c/Ω	0.03	0.03	0.03	0.03
L_c/mH	0.35	0.35	0.35	0.35
k_{Pv}	0.1	0.1	0.05	0.05
k_{Iv}	420	420	390	390
k_{Pc}	15	15	10.5	10.5
k_{Ic}	20 000	20 000	16 000	16 000

Line1		Line2		Line3	
R_{l1}/Ω	0.23	R_{l2}	0.35	R_{l3}	0.23
$L_{l1}/\mu\text{H}$	318	L_{l2}	1 847	L_{l3}	318

Time	Load1	Load2
0.5 ~ 4 s	140 kW+20 kVar	100 kW+30 kVar
4 ~ 6 s	140 kW+20 kVar	150 kW+50 kVar

DG、3条电力线和2个局部负载. 图3(b)描述了DG间的通信拓扑, 且仅仅DG1能获取额定值, 通信权重取为1. 表1给出了微电网系统的参数值. 仿真中参数设置为 $c_\omega = c_p = 30$, $c_v = 15$, $\mu = 0.5$, $\nu = 2$.

为测试所提出分布式二次控制方案的动态特性, 仿真将分为两个阶段: 在 0.5 ~ 2 s, 仅采用一次下垂控制; 在 2 ~ 6 s, 采用所提出的分布式固定时间二次控制, 其中在 4 s 时负荷发生变化. 由式 (23) 和 (30) 可知, 二次频率和电压控制能分别在 3.106 s 与 4.663 s 内完成. 仿真结果如图 4 ~ 图 7 所示. 图 4 和图 5 分别给出

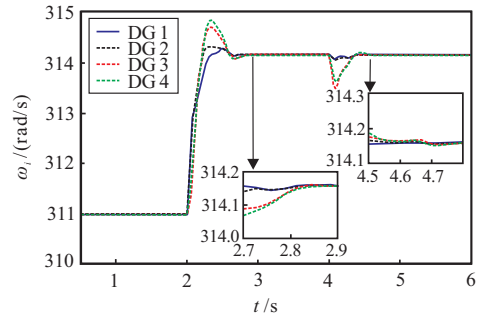


图4 DG的角频率

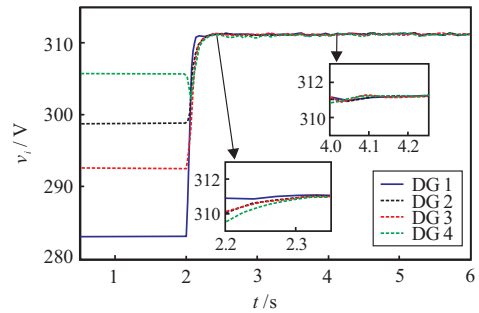


图5 DG的电压幅值

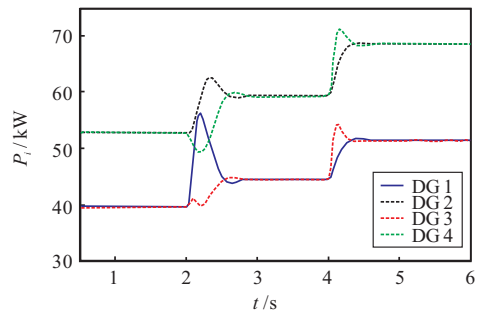


图6 DG输出的有功功率

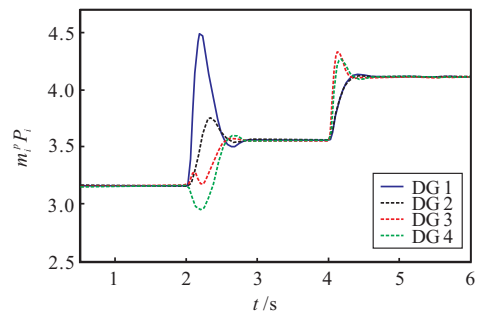


图7 有功功率比值

DG的角频率和电压幅值. 可以看到, 在 $0.5 \sim 2$ s, 一次下垂控制导致频率和电压幅值偏离额定值. 在 2 s时应用所提出的分布式二次控制, 频率和电压幅值分别在 0.9 s和 0.4 s内恢复到它们的额定值. 该恢复时间均分别小于估计的整定时间 3.106 s和 4.663 s, 因此, 所提出的分布式二次控制实现了固定时间收敛. 图6和图7分别给出了DG输出的有功功率和有功功率比值, 其中有功功率比值是指DG输出的有功功率乘以其下垂系数的值. 可以看出, 所提出的分布式二次控制在固定时间内实现了有功负荷比例分配, 且DG输出的有功功率反比于下垂系数. 因此, 所提出的分布式二次控制能在固定时间内将频率和电压幅值恢复到它们的额定值, 且实现有功功率比例分配.

为说明所提出固定时间控制方案的优越性, 将本文提出的固定时间二次控制与文献[10]提出的渐近时间二次控制和文献[22]提出的有限时间二次控制进行对比研究. 图8和图9分别给出了DG1的角频率和电压幅值的仿真结果. 分别对比固定时间控制、有限时间控制以及渐近时间控制的收敛速度, 可以看出固定时间控制取得了最快的收敛速度.

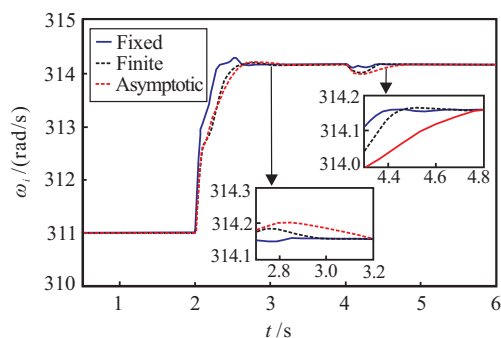


图8 DG1的角频率比较

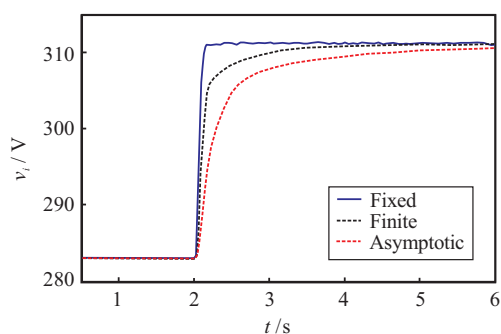


图9 DG1的电压幅值比较

4 结论

本文研究孤岛微电网的二次控制问题, 基于DG自身信息和其通信邻居的信息, 设计了分布式二次控制方案. 所提出的方案在固定时间内实现了频率和电压幅值恢复控制, 且实现了有功功率比例分配. 理论分析和数值仿真都表明了所提出分布式固定时间

二次控制方案的正确性和有效性. 未来将进一步考虑有向通信拓扑情况下的固定时间二次控制问题.

参考文献(References)

- [1] 杨新法, 苏剑, 吕志鹏, 等. 微电网技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(1): 57-70.
(Yang X F, Su J, Lv Z P, et al. Overview on micro-grid technology[J]. Proc of the CSEE, 2014, 34(1): 57-70.)
- [2] Han H, Hou X C, Yang J, et al. Review of power sharing control strategies for islanding operation of AC microgrids[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2016, 7(1): 200-215.
- [3] Pogaku N, Prodanović M, Green T C. Modeling, analysis and testing of autonomous operation of an inverter-based microgrid[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2007, 22(2): 613-625.
- [4] 阙志忠, 张纯江, 薛海芬, 等. 微网中三相逆变器无互连线并联新型下垂控制策略[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(33): 68-74.
(Kan Z Z, Zhang C J, Xue H F, et al. A novel droop control of three-phase inverters in wireless parallel operation in microgrid[J]. Proc of the CSEE, 2011, 31(33): 68-74.)
- [5] Simpson-Porco J W, Dörfler F, Bullo F. Synchronization and power sharing for droop-controlled inverters in islanded microgrids[J]. Automatica, 2013, 49(9): 2603-2611.
- [6] 陈刚, 李志勇, 赵中原. 微电网系统的分布式优化下垂控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(8): 999-1006.
(Chen G, Li Z Y, Zhao Z Y. Distributed optimal droop control in micro-grid systems[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(8): 999-1006.)
- [7] Guerrero J M, Vasquez J C, Matas J, et al. Hierarchical control of droop-controlled AC and DC microgrids — A general approach toward standardization[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2011, 58(1): 158-172.
- [8] Bidram A, Davoudi A. Hierarchical structure of microgrids control system[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2012, 3(4): 1963-1976.
- [9] Yazdani M, Mehri-Sani A. Distributed control techniques in microgrids[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2014, 5(6): 2901-2909.
- [10] Bidram A, Davoudi A, Lewis F L, et al. Secondary control of microgrids based on distributed cooperative control of multi-agent systems[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2013, 7(8): 822-831.
- [11] Bidram A, Davoudi A, Lewis F L, et al. Distributed cooperative secondary control of microgrids using feedback linearization[J]. IEEE Trans on Power System, 2013, 28(3): 3462-3470.

- [12] Simpson-Porco J W, Shafiee Q, Dörfler F, et al. Secondary frequency and voltage control of islanded microgrids via distributed averaging[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2015, 62(11): 7025-7038.
- [13] Li Z W, Zang C Z, Zeng P, et al. MAS based distributed automatic generation control for cyber-physical microgrid system[J]. *IEEE/CAA J of Automatica Sinica*, 2016, 3(1): 78-89.
- [14] 吕振宇, 苏晨, 吴在军, 等. 孤岛型微电网分布式二次调节策略及通信拓扑优化[J]. *电工技术学报*, 2017, 32(6): 209-219.
(Lv Z Y, Su C, Wu Z J, et al. Distributed secondary control strategy and its communication topology optimization for islanded microgrid[J]. *Trans of China Electrotechnical Society*, 2017, 32(6): 209-219.)
- [15] 何红玉, 范丽, 韩蓓, 等. 基于一致性协议的多微网协调控制[J]. *电网技术*, 2017, 41(4): 1269-1276.
(He H Y, Fan L, Han B, et al. A consensus protocol based control method for coordinated multi-microgrid control[J]. *Power System Technology*, 2017, 41(4): 1269-1276.)
- [16] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述[J]. *控制与决策*, 2011, 26(2): 161-169.
(Ding S H, Li S H. A survey for finite-time control problems[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(2): 161-169.)
- [17] 于镒, 伍清河, 王垚. 非线性网络有限时间分布式跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2013, 28(10): 1491-1496.
(Yu D, Wu Q H, Wang Y. Finite time distributed tracking control of nonlinear networks[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(10): 1491-1496.)
- [18] Chen G, Lewis F L, Xie L H. Finite-time distributed consensus via binary control protocols[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1962-1968.
- [19] Wang L, Xiao F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(4): 950-955.
- [20] Bidram A, Davoudi A, Lewis F L. Finite-time frequency synchronization in microgrids[C]. *Proc of the 2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. Pittsburgh: IEEE, 2014: 2648-2654.
- [21] Guo F H, Wen C Y, Mao J F, et al. Distributed secondary voltage and frequency restoration control of droop-controlled inverter-based microgrids[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2015, 62(7): 4355-4364.
- [22] Chen G, Feng E N. Distributed secondary control and optimal power sharing in microgrids[J]. *IEEE/CAA J of Automatica Sinica*, 2015, 2(3): 304-312.
- [23] Zuo S, Davoudi A, Song Y D, et al. Distributed finite-time voltage and frequency restoration in islanded AC microgrids[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2016, 63(10): 5988-5997.
- [24] Lu X Q, Yu X H, Lai J G, et al. A novel distributed secondary coordination control approach for islanded microgrids[J]. *IEEE Trans on Smart Grid*, DOI: 10.1109/TSG.2016.2618120.
- [25] Dehkordi N M, Sadati N, Hamzeh M. Distributed robust finite-time secondary voltage and frequency control of islanded microgrids[J]. *IEEE Trans on Power System*, 2017, 32(5): 3648-3659.
- [26] Polyakov A. Nonlinear feedback design design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [27] Zuo Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. *Automatica*, 2015, 54: 305-309.
- [28] Wang H, Yu W W, Wen G H, et al. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under a directed communication topology[C]. *Proc of the 12th IEEE Int Conf on Control & Automation*. Kathmandu: IEEE, 2016: 186-191.
- [29] Zuo Z Y, Lin T. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. *Int J of Systems Science*, 2016, 47(6): 1366-1375.
- [30] Fu J J, Wang J Z. Finite-time consensus for multi-agent systems with globally bounded convergence time under directed communication graphs[J]. *Int J of Control*, 2017, 90(9): 1807-1817.
- [31] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. *Inequalities*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1952: 1-314.

(责任编辑: 李君玲)