

文章编号: 1001-0920(2006)06-0625-06

有时延和数据包丢失的网络控制系统控制器设计

邱占芝^{1,2}, 张庆灵¹, 刘明¹

(1 东北大学 系统科学研究所, 沈阳 110004; 2 大连交通大学 软件学院, 辽宁 大连 116052)

摘要: 在同时考虑网络诱导时延和数据包丢失的基础上, 研究了动态输出反馈网络控制系统指数稳定性和控制器设计问题. 基于一定的数据包丢失率和不大于一个采样周期的时延, 将系统建模为结构事件率约束的异步动态系统. 利用线性矩阵不等式方法推导出网络接通率约束的系统指数稳定的充要条件, 给出了确保系统稳定的控制器设计方法. Matlab 数值算例说明了研究结果是有效可行的.

关键词: 网络控制系统; 指数稳定性; 控制器设计; 线性矩阵不等式; 时延; 数据包丢失

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Controller Design for Networked Control Systems with Time-delay and Data Packet Dropout

QIU Zhan-zhi^{1,2}, ZHANG Qing-ling¹, LIU Ming¹

(1 Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2 Software Technology Institute, Dalian Jiaotong University, Dalian 116052, China Correspondent: QIU Zhan-zhi, E-mail: zhanzhiqiuok@163.com)

Abstract: Exponential stability and controller design problem for dynamical output feedback networked control systems (NCSs) with network-induced delay and data packet dropout is studied. Based on a fixed data packet dropout rate and constant time-delay not more than one sampling period, the dynamical output feedback NCS is modeled as an asynchronous dynamical system constrained by configuration event rates. By using linear matrix inequality method, sufficient and necessary conditions for exponential stability of the system constrained by network switching on rates are derived, and the controller design method is presented. Simulation example shows that the results are valid and feasible.

Key words: Networked control systems; Exponential stability; Controller design; Linear matrix inequality; Time-delay; Data packet dropout

1 引言

随着电子、通信和计算机技术的飞跃发展, 智能化传感器、执行机构和驱动设备奠定了网络控制系统(NCS)的物质基础, 高速以太网和现场总线技术的不断发展解决了NCS的可靠性和开放性问题, 推动了NCS的广泛应用. NCS充分体现了控制系统网络化、集成化、分布化及节点智能化的发展趋势, 但同时也存在数据传输具有不确定性、网络诱导时延和数据包丢失问题, 使得网络控制系统丧失失常性、

完整性、因果性和确定性^[1]. 网络控制系统独有的这些特性已成为控制界专家和学者研究的热点. 国内外已有较多的研究成果问世, 如建模与稳定性分析^[2~6]、保性能与鲁棒控制^[7,8]、异步动态开关控制^[9,10]等, 但针对NCS中既存在网络诱导时延又有数据包丢失的研究还不多见. 文献[5]和[6]均没有考虑网络诱导时延. 在实际的NCS中, 既可能有数据包丢失, 又存在网络时延, 而且实际系统往往很难测得全部状态.

收稿日期: 2005-05-16; 修回日期: 2005-09-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 辽宁省普通高校学科带头人基金项目(124210).

作者简介: 邱占芝(1960—), 女, 辽宁朝阳人, 教授, 博士生, 从事网络控制系统、广义系统的研究; 张庆灵(1956—), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士生导师, 从事广义大系统的鲁棒控制、网络控制等研究.

本文同时考虑了网络诱导时延和数据包丢失,以及传感器和控制器之间、控制器与执行器之间均存在网络时延,研究了系统的指数稳定性,给出了控制器设计方法

2 系统分析与建模

在NCS 中,当通过网络交换信息的系统各节点出现数据碰撞、节点竞争失败等现象时,将产生信息通信时延和数据包丢失.通常一个稳定运行的NCS 能够允许一定的时延和数据包丢失,但时延和数据包丢失超过一定值时将使系统失稳.当时延和数据包丢失率一定时,网络可以视为按一定速率闭合的开关^[6].带有数据包丢失的输出反馈NCS 描述如图 1 所示.图中:控制器与执行器间网络视为开关 K_1 ,传感器与控制器间网络视为开关 K_2 ; $u(kT)$ 和 $y(kT)$ 分别为执行器的输入和传感器的输出; $\hat{y}(kT)$ 和 $v(kT)$ 分别为控制器的输入和输出.当网络接通时, K_1 和 K_2 分别位于 S_1 和 S_2 ,数据包成功通过网络,开关的输出等于其输入;当网络未通时, K_1 和 K_2 分别位于 $\bar{S}_1$ 和 $\bar{S}_2$,此刻要传输的数据包丢失,开关的输出保持前一状态值. NCS 运行中可能出现的状态如表 1 所示.

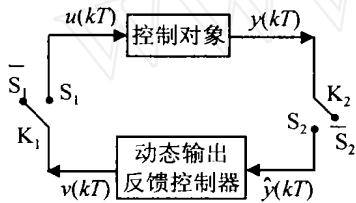


图 1 具有数据包丢失的 NCS

表 1 网络状态与系统变量之间的关系

i	K_1	K_2	$u(k)$	$\hat{y}(k)$
1	$(\bar{S}_1)$	$(\bar{S}_2)$	$u(k) = u(k - 1)$	$\hat{y}(k) = y(k - 1)$
2	(S_1)	(S_2)	$u(k) = v(k)$	$\hat{y}(k) = y(k)$
3	$(\bar{S}_1)$	(S_2)	$u(k) = u(k - 1)$	$\hat{y}(k) = y(k)$
4	(S_1)	$(\bar{S}_2)$	$u(k) = v(k)$	$\hat{y}(k) = y(k - 1)$

假定:传感器时钟驱动以周期 T 采样输出,控制器和执行器接收到数据立即进行相应的操作;数据单包传输,无时序错乱且数据丢包率一定;整个闭环回路的网络诱导时延 τ_k 满足 $\tau_k \leq T$,包括数据包丢失等引起的时延.则线性控制对象模型为^[3,5]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau_k), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: x, u 和 y 分别为对象的状态、控制输入和输出; A, B 和 C 具有相应维数

离散模型为

$$\begin{cases} x(k + 1) = \Phi x(k) + \Gamma_0(\tau_k)u(k) + \Gamma_1(\tau_k)u(k - 1), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{AT}, \\ \Gamma_0(\tau_k) &= \int_0^{\tau_k} e^{As}B \, ds, \\ \Gamma_1(\tau_k) &= \int_{-\tau_k}^0 e^{As}B \, ds \end{aligned}$$

动态输出反馈控制器模型为

$$\begin{cases} x_c(k + 1) = A_c x_c(k) + B_c \hat{y}(k), \\ v(k) = C_c x_c(k) + D_c \hat{y}(k). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_c(k), y(k)$ 和 $v(k)$ 分别为控制器状态、输入和输出; A_c, B_c, C_c 和 D_c 具有相应维数

连接式(2)和(3),考虑表 1,并令

$$z(k) = [x^T(k) \quad x_c^T(k) \quad u^T(k - 1) \quad \hat{y}^T(k)]^T,$$

同时记

$$\Gamma_0 = \Gamma_0(\tau_k), \Gamma_1 = \Gamma_1(\tau_k),$$

则有时延和数据包丢失的动态输出反馈闭环 NCS 模型为

$$z(k + 1) = \bar{\Phi} z(k), \quad i = 1, \dots, 4 \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_1 &= \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Gamma_0 + \Gamma_1 & 0 \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \\ \bar{\Phi}_2 &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_0 C_c & \Gamma_1 & \Gamma_0 D_c \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & C_c & 0 & D_c \\ C\Phi & C\Gamma_0 C_c & C\Gamma_1 & C\Gamma_0 D_c \end{bmatrix}, \\ \bar{\Phi}_3 &= \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Gamma_0 + \Gamma_1 & 0 \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & 0 & I & 0 \\ C\Phi & 0 & C(\Gamma_0 + \Gamma_1) & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Phi}_4 &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_0 C_c & \Gamma_1 & \Gamma_0 D_c \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & C_c & 0 & D_c \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

显然, $\bar{\Phi}$ 是时变矩阵

定义 1 网络接通率定义为 NCS 中通信网络的数据成功传输率.用 r_1 表示控制器和执行器之间的网络接通率, r_2 表示传感器与控制器之间的网络接通率,相应端的数据包丢失率分别为 $1 - r_1$ 和 $1 - r_2$

定义 2 结构事件率定义为闭环系统的特性矩阵 $\bar{\Phi}$ 描述的结构发生的比率.用 $\tilde{r}_i (i = 1, \dots, 4)$ 表

示结构事件率 显然 $0 < \tilde{r}_i \leq 1$, $\tilde{r}_i$ 应满足 $\sum_{i=1}^4 \tilde{r}_i = 1$

因此, 该NCS是由 Φ 的事件率 $\tilde{r}_i$ 约束的异步动态系统 结构事件率 $\tilde{r}_i$ 决定于网络接通率 r_1 和 r_2 当网络时延 τ_k 和数据包丢失率一定时, 如果 r_1 和 r_2 成比例, 那么对象的输出 $y(kT)$ 将按一定的周期时延到达控制器, 控制器的输出也按一定的周期时延到达执行器; 如果 r_1 和 r_2 不成比例, 那么时延将是非周期的, 但有上界^[6].

3 稳定性与控制器设计

引理 1^[6] 由事件率 $\tilde{r}_i$ 约束的异步动态系统

$$z((k+1)T) = \Phi z(kT), \quad i = 1, \dots, m,$$

如果存在 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足

$$\beta_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq \beta_2 \|x\|^2, \quad \beta_1, \beta_2 > 0,$$

及标量 $a_i, a_i > 0$, 且满足条件

$$V(x_{k+1}) - V(x_k) \leq (a_i^2 - 1)V(x_k), \quad (5)$$

$$\prod_{i=1}^m a_i^{\tilde{r}_i} > a > 1, \quad (6)$$

则系统指数稳定, 指数衰减率为式(6).

引理 2(Schur 补性质) 给定对称阵 A , 块阵 B , 正定矩阵 C , 则 $A + B^T C B < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} A & B^T \\ B & -C \end{bmatrix} < 0, \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} -C^{-1} & B \\ B^T & A \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} -a_1^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & 0 \\ 0 & -a_1^{-2}S & 0 & 0 & 0 & SA_c^T \\ 0 & 0 & (1-a_1^{-2})X & 0 & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-a_1^{-2})J & 0 & JB_c^T \\ \Phi Y & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & -Y & 0 \\ 0 & A\mathcal{S} & 0 & B\mathcal{J} & 0 & -S \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -a_2^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & Y\Phi^T C^T & 0 & 0 \\ 0 & -a_2^{-2}S & 0 & 0 & SC_c^T \Gamma_0^T & SC_c^T \Gamma_0^T C^T & SA_c^T & SC_c^T \\ 0 & 0 & -a_2^{-2}X & 0 & X\Gamma_1^T & X\Gamma_1^T C^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2^{-2}J & JD_c^T \Gamma_0^T & JD_c^T \Gamma_0^T C^T & JB_c^T & JD_c^T \\ \Phi Y & \Gamma_0 C\mathcal{S} & \Gamma_1 X & \Gamma_1 D\mathcal{J} & -Y & 0 & 0 & 0 \\ C\Phi Y & C\Gamma_0 C\mathcal{S} & C\Gamma_1 X & C\Gamma_1 D\mathcal{J} & 0 & -J & 0 & 0 \\ 0 & A\mathcal{S} & 0 & B\mathcal{J} & 0 & 0 & -S & 0 \\ 0 & C\mathcal{S} & 0 & D\mathcal{J} & 0 & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -a_3^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & Y\Phi^T C^T & 0 \\ 0 & -a_3^{-2}S & 0 & 0 & 0 & 0 & SA_c^T \\ 0 & 0 & (1-a_3^{-2})X & 0 & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^T C^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_3^{-2}J & 0 & 0 & JB_c^T \\ \Phi Y & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & -Y & 0 & 0 \\ C\Phi Y & 0 & C(\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & 0 & -J & 0 \\ 0 & A\mathcal{S} & 0 & B\mathcal{J} & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

引理 3 对于系统(4), 结构事件率 $\tilde{r}_i (i = 1, \dots, 4)$ 与网络接通率 r_1 和 r_2 之间存在如下关系:

$$\tilde{r}_1 = (1 - r_1)(1 - r_2), \quad (7)$$

$$\tilde{r}_2 = r_1 r_2, \quad (8)$$

$$\tilde{r}_3 = (1 - r_1)r_2, \quad (9)$$

$$\tilde{r}_4 = r_1(1 - r_2). \quad (10)$$

证明 用事件 E_1 和 $\bar{E}_1$ 分别表示网络 K_1 的接通和断开, 事件 E_2 和 $\bar{E}_2$ 分别表示网络 K_2 的接通和断开, $P(E_1)$ 表示 K_1 的接通率 r_1 , $P(E_2)$ 表示 K_2 的接通率 r_2 显然, $\bar{E}_1$ 和 $\bar{E}_2$, E_1 和 E_2 以及 E_1 和 $\bar{E}_2$ 均为相互独立事件, 根据事件率 $\tilde{r}_i$ 的定义, 有

$$\begin{aligned} \tilde{r}_1 &= P(\bar{E}_1 \bar{E}_2) = \\ P(\bar{E}_1)P(\bar{E}_2) &= (1 - r_1)(1 - r_2). \end{aligned}$$

同理有

$$\begin{aligned} \tilde{r}_2 &= P(E_1 E_2) = P(E_1)P(E_2) = r_1 r_2; \\ \tilde{r}_3 &= P(\bar{E}_1 E_2) = P(\bar{E}_1)P(E_2) = (1 - r_1)r_2; \\ \tilde{r}_4 &= P(E_1 \bar{E}_2) = P(E_1)P(\bar{E}_2) = r_1(1 - r_2). \end{aligned}$$

引理得证 $\square$

定理 1 对于系统(4), 当时延 τ_k 和网络接通率 r_1 和 r_2 一定时, 如果存在标量 $a_i > 0, i = 1, \dots, 4$, 及正定矩阵 X, Y, S 和 J 满足条件

$$a_1^{(1-r_1)(1-r_2)} a_2^{r_1 r_2} a_3^{(1-r_1)r_2} a_4^{r_1(1-r_2)} > 1, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -a_4^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & 0 & 0 \\ 0 & -a_4^{-2}S & 0 & 0 & SC_c^T\Gamma_0^T & SA_c^T & SC_c^T \\ 0 & 0 & -a_4^{-2}X & 0 & X\Gamma_1^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-a_4^{-2})J & JD_c^T\Gamma_0^T & JB_c^T & JD_c^T \\ \Phi Y & \Gamma_0 C_c S & \Gamma_1 X & \Gamma_0 D_c J & -Y & 0 & 0 \\ 0 & A_c S & 0 & B_c J & 0 & -S & 0 \\ 0 & C_c S & 0 & D_c J & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

则该系统指数稳定, 衰减率为

$$a_1^{(1-r_1)(1-r_2)} a_2^{r_1 r_2} a_3^{(1-r_1)r_2} a_4^{r_1(1-r_2)}.$$

证明 将引理3的 $\tilde{r}_i (i=1, \dots, 4)$ 与 r_1 和 r_2 关系代入到引理1的式(6), 并令 $m=4$ 可得式(11).

由引理1中式(5)有: 当 $V(x_{k+1}) - a_i^{-2}V(x_k) < 0$ 时, 系统指数稳定

选择正定矩阵 P, Q, Z 和 T , 定义Lyapunov函数 $V(k)$ 为

$$V(k) = x^T(k)Px(k) + x_c^T(k)Qx_c(k) + u^T(k-1)Zu(k-1) + y^T(k)Ty(k), \quad (16)$$

则有

$$\begin{aligned} V(k+1) - a_i^{-2}V(k) &= x^T(k+1)Px(k+1) + x_c^T(k+1)Qx_c(k+1) + u^T(k)Zu(k) + y^T(k+1)Ty(k+1) - a_i^{-2}x^T(k)Px(k) - a_i^{-2}x_c^T(k)Qx_c(k) - a_i^{-2}u^T(k-1)Zu(k-1) - a_i^{-2}y^T(k)Ty(k) < 0 \end{aligned} \quad (17)$$

当 $i=1$ 时 Φ_1 发生, 代入到式(17), 并令

$$z = [x^T(k), x_c^T(k), u^T(k-1), y^T(k)]^T,$$

则有

$$V(k+1) - a_1^{-2}V(k) = z^T D z < 0,$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} \Phi^T P \Phi - a_1^{-2}P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_c^T Q A_c - a_1^{-2}Q & 0 & 0 \\ (\Gamma_0 + \Gamma_1)^T P \Phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_c^T Q A_c & 0 & 0 \\ \Phi^T P (\Gamma_0 + \Gamma_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_c^T Q B_c & 0 & 0 \\ (\Gamma_0 + \Gamma_1)^T P (\Gamma_0 + \Gamma_1) + Z - a_1^{-2}Z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_c^T Q B_c + T - a_1^{-2}T & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

根据引理2, 式(18)可变换为

$$\begin{bmatrix} -a_1^{-2}P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1^{-2}Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z - a_1^{-2}Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Phi & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1) & 0 \\ 0 & A_c & 0 & 0 \\ 0 & \Phi^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_c^T & 0 \\ 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & 0 & 0 \\ T - a_1^{-2}T & 0 & B_c^T & 0 \\ 0 & -P^{-1} & 0 & 0 \\ B_c & 0 & 0 & Q^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

式(19)左乘、右乘 $\text{diag}\{P^{-1}, Q^{-1}, Z^{-1}, T^{-1}, I, I\}$, 并令 $X = Z^{-1}, Y = P^{-1}, S = Q^{-1}$ 和 $J = T^{-1}$, 式(19)等价于式(12).

同理, $i=2$ 时 Φ_2 发生, 将 Φ_2 代入到式(17), 类似地, 有

$$V(k+1) - a_2^{-2}V(k) = z^T D_2 z < 0,$$

其中

$$D_2 = \begin{bmatrix} -a_2^{-2}P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2^{-2}Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2^{-2}Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2^{-2}T \\ \Phi & \Gamma_0 C_c & \Gamma_1 & \Gamma_0 D_c \\ C\Phi & C\Gamma_0 C_c & C\Gamma_1 & C\Gamma_0 D_c \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & C_c & 0 & D_c \\ \Phi^T & \Phi^T C_c^T & 0 & 0 \\ C_c^T \Gamma_0^T & C_c^T \Gamma_1^T C_c^T & A_c^T & C_c^T \\ \Gamma_1^T & \Gamma_1^T C_c^T & 0 & 0 \\ D_c^T \Gamma_0^T & D_c^T \Gamma_1^T C_c^T & B_c^T & D_c^T \\ -P^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

式(20)左乘、右乘 $\text{diag}\{P^{-1}, Q^{-1}, Z^{-1}, T^{-1}, I, I, I\}$, 并考虑 X, Y, S 和 J 定义, 式(20)等价于式(13).

类似地, $i = 3$ 时 $\bar{\Phi}_3$ 发生, 将 $\bar{\Phi}_3$ 代入到式(17) 有 其中

$$V(k+1) - a_3^{-2}V(k) = z^TD_{3z} < 0,$$

其中

$$D_3 = \begin{bmatrix} -a_3^{-2}P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_3^{-2}Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z - a_3^{-2}Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_3^{-2}T \rightarrow \\ \Phi & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1) & 0 \\ C\Phi & 0 & C(\Gamma_0 + \Gamma_1) & 0 \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ \Phi^T & \Phi^TC^T & 0 & \\ 0 & 0 & A_c^T & \\ (\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & (\Gamma_0 + \Gamma_1)^TC^T & 0 & \\ \leftarrow 0 & 0 & B_c^T & \\ -P^{-1} & 0 & 0 & \\ 0 & -T^{-1} & 0 & \\ 0 & 0 & -Q^{-1} & \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

式(21) 左乘、右乘 $\text{diag}\{P^{-1}, Q^{-1}, Z^{-1}, T^{-1}, I, I, I\}$, 并考虑 X, Y, S 和 J 定义, 式(21) 等价于式(14).

类似地, $i = 4$ 时 $\bar{\Phi}_4$ 发生, 将 $\bar{\Phi}_4$ 代入到式(17) 有

$$V(k+1) - a_4^{-2}V(k) = z^TD_{4z} < 0,$$

$$D_4 = \begin{bmatrix} -a_4^{-2}P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_4^{-2}Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_4^{-2}Z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T - a_4^{-2}T \rightarrow \\ \Phi & \Gamma_0C_c & \Gamma_1 & \Gamma_0D_c \\ 0 & A_c & 0 & B_c \\ 0 & C_c & 0 & D_c \\ \Phi^T & 0 & 0 & \\ C_c^T\Gamma_0^T & A_c^T & C_c^T & \\ \Gamma_1^T & 0 & 0 & \\ \leftarrow D_c^T\Gamma_0^T & B_c^T & D_c^T & \\ -P^{-1} & 0 & 0 & \\ 0 & -Q^{-1} & & \\ 0 & 0 & -Z^{-1} & \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

式(22) 左乘、右乘 $\text{diag}\{P^{-1}, Q^{-1}, Z^{-1}, T^{-1}, I, I, I\}$, 考虑 X, Y, S 和 J 定义, 式(22) 等价于式(15), 定理得证 $\square$

定理 2 对于系统(4), 当时延 τ_k 和网络接通率 r_1 和 r_2 一定时, 系统指数稳定, 当且仅当存在标量 $a_i > 0, i = 1, \dots, 4$, 及正定矩阵 X, Y, S 和 J , 矩阵 H, M, N 和 W , 使得下面条件成立:

$$a_1^{(1-r_1)(1-r_2)}a_2^{r_1r_2}a_3^{(1-r_1)r_2}a_4^{(1-r_1-r_2)} > 1, \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} -a_1^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & 0 \\ 0 & -a_1^{-2}S & 0 & 0 & 0 & H^T \\ 0 & 0 & (1 - a_1^{-2})X & 0 & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1 - a_1^{-2})J & 0 & M^T \\ \Phi Y & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & -Y & 0 \\ 0 & H & 0 & M & 0 & -S \end{bmatrix} < 0, \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -a_2^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & Y\Phi^TC^T & 0 & 0 \\ 0 & -a_2^{-2}S & 0 & 0 & N^T\Gamma_0^T & N^T\Gamma_0^TC^T & H^T & N^T \\ 0 & 0 & -a_2^{-2}X & 0 & X\Gamma_1^T & X\Gamma_1^TC^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2^{-2}J & W^T\Gamma_0^T & W^T\Gamma_0^TC^T & M^T & W^T \\ \Phi Y & \Gamma_0N & \Gamma_1X & \Gamma_0W & -Y & 0 & 0 & 0 \\ C\Phi Y & C\Gamma_0N & C\Gamma_1X & C\Gamma_0W & 0 & -J & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & M & 0 & 0 & -S & 0 \\ 0 & N & 0 & W & 0 & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} -a_3^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & Y\Phi^TC^T & 0 \\ 0 & -a_3^{-2}S & 0 & 0 & 0 & 0 & H^T \\ 0 & 0 & (1 - a_3^{-2})X & 0 & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^T & X(\Gamma_0 + \Gamma_1)^TC^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_3^{-2}J & 0 & 0 & M^T \\ \Phi Y & 0 & (\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & -Y & 0 & 0 \\ C\Phi Y & 0 & C(\Gamma_0 + \Gamma_1)X & 0 & 0 & -J & 0 \\ 0 & H & 0 & M & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} -a_4^{-2}Y & 0 & 0 & 0 & Y\Phi^T & 0 & 0 \\ 0 & -a_4^{-2}S & 0 & 0 & N^T\Gamma_0^T & H^T & N^T \\ 0 & 0 & -a_4^{-2}X & 0 & X\Gamma_1^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-a_4^{-2})J & W^T\Gamma_0^T & M^T & W^T \\ \Phi Y & \Gamma_0 N & \Gamma_1 X & \Gamma_0 W & -Y & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & M & 0 & -S & 0 \\ 0 & N & 0 & W & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

保证系统指数稳定的动态输出反馈控制律为

$$\begin{cases} x_c(k+1) = HS^{-1}x_c(k) + MJ^{-1}y(k), \\ v(k) = NS^{-1}x_c(k) + WJ^{-1}y(k). \end{cases} \quad (28)$$

证明 如果系统指数稳定, 定理1的式(11)~(15)成立, 令

$$H = AS, M = BJ,$$

$$N = CS, W = DJ,$$

则式(12)~(15)依次变换为式(24)~(27). 如果式(23)~(27)有可行解, 则可得到控制律参数

$$A_c = HS^{-1}, B_c = MJ^{-1},$$

$$C_c = NS^{-1}, D_c = WJ^{-1},$$

因而式(28)得证 □

注1 定理1和2所表述的均是条件的可行性问题, 因此可用LM I工具箱中的 feasp 求解. 当给定网络接通率 r_1 和 r_2 时, 可先选择满足式(11)的一组 $a_i (i = 1, \dots, 4)$, 然后判定其余4个矩阵不等式的可行性, 如果有可行解, 系统指数稳定, 并可求得控制律参数

4 仿真算例

考虑如下被控对象:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t - \tau_k), \\ y(t) = [1 \ 0]x(t). \end{cases}$$

假定采样周期 $T = 1$ s, 闭环回路时延 $\tau_k = 0.01$ s, 网络接通率 $r_1 = r_2 = 0.95$. 经计算得

$$\Phi = e^{AT} = \begin{bmatrix} 0.7358 & 0.3679 \\ -0.3679 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_0(\tau_k) = \begin{bmatrix} 0.2602 \\ 0.3679 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_1(\tau_k) = \begin{bmatrix} 0.0037 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

相应的NCS结构事件率 $\tilde{r}_i (i = 1, \dots, 4)$ 依次分别为 0.0025, 0.9025, 0.0475, 0.0475. 选择 $a_1 = 0.6524, a_2 = 1.1361, a_3 = 0.7288, a_4 = 0.7247$, 得到

$$a_1^{(1-r_1)(1-r_2)} a_2^{r_1 r_2} a_3^{(1-r_1)r_2} a_4^{r_1(1-r_2)} = 1.0874 > 1.$$

调用Matlab LM I工具箱, 求解式(24)~(27), 得到

可行解分别为

$$Y = \begin{bmatrix} 3.7555 & -2.9659 \\ -2.9659 & 5.0694 \end{bmatrix}, X = 3.8693,$$

$$S = \begin{bmatrix} 10.8230 & 0.4812 \\ 0.4812 & 6.4769 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.7987 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.4812 & 6.4769 \\ 1.0823 & 0.0418 \end{bmatrix}, J = 3.7987,$$

$$N = [2.2127 \ 0.7439], W = 0.3799.$$

因此, 该系统指数稳定, 衰减率为 1.0874, 控制律参数为

$$A_c = HS^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_c = MJ^{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_c = NS^{-1} = [0.2 \ 0.1], D_c = WJ^{-1} = 0.1.$$

5 结语

当数据包丢失率一定, 网络诱导时延不大于一个采样周期时, 动态输出反馈NCS模型是由系统结构事件率约束的异步动态系统. 给出的线性矩阵不等式表示的稳定条件可方便地用Matlab LM I工具箱来求解, 从而判断该类NCSs的指数稳定性, 并设计出动态输出反馈控制律. 数值仿真算例表明了研究结果的有效性.

参考文献(References)

- [1] 王飞跃, 王成红. 基于网络控制的若干基本问题的思考和分析[J]. 自动化学报, 2002, 28(增): 171-176.
(Wang F Y, Wang C H. On Some Basic Issues in Network-based Direct Control Systems [J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(S): 171-176.)
- [2] Xie L, Zhang J M, Wang S Q. Stability Analysis of Networked Control System [A]. Proc of the First Int on Machine and Cybernetics [C]. Beijing, 2002: 757-759.
- [3] 朱其新, 胡寿松. 网络控制系统的分析与建模[J]. 信息与控制, 2003, 21(1): 5-8.
(Zhu Q X, Hu S S. Analysis and Modeling of Networked Control Systems [J]. Information and Control, 2003, 21(1): 5-8.)

(下转第635页)

参数分别带入本文的在线算法和文献[8] 的离线算法 当控制时域 $N = 2$ 时, 针对不同的初始状态, 得到结果如表 1 所示.

表1 本文方法与文献[8]算法的比较结果

初始状态	[0 4 2]	[2 15 0]	[1 5 1]
本文结果	feasible	feasible	feasible
文献[8]结果	infeasible	infeasible	feasible

由表 1 可以看出, 本文的结果比已有的结果可以更有效地扩大系统的终端状态约束集, 从而说明了本文结果的有效性

6 结 语

本文从一个新的角度重新分析了带有终端约束集的预测控制问题, 通过选取一些特定的状态向量作为假定的系统终端状态, 计算针对这些状态的最大终端约束集, 然后将计算好的终端状态约束集组合成一个凸集, 其中凸集参数作为在线优化变量 实际在线运算时, 系统可根据真实的终端状态从凸集中选取合适的集合作为终端约束集, 以扩大系统的可行域 另外, 与已有的在线算法相比, 利用本文算法确定终端约束集只需要计算很少的几个参数, 而不是在线算法中的一系列矩阵不等式, 因此该算法可以降低已有算法的在线计算量

参考文献(References)

[1] 席裕庚 预测控制[M] 北京: 国防工业出版社, 1993: 1-20
(Xi Y G. *Model Predictive Control* [M] Beijing: National Defense Industry Press, 1993: 1-20)
[2] Xi Y G, Zhang Q L. New Approach to Designing Constrained Predictive Controllers[J] *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(5): 655-661

[3] 宋崇辉, 柴天佑 一类具有稳定性的广义预测控制算法[J] *自动化学报*, 2004, 30(6): 807-815
(Song C H, Chai T Y. A Weighted Predictive Control Algorithm with Guaranteed Stability [J] *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(6): 807-815)
[4] 陈庆, 李少远, 席裕庚 一类串联生产过程的分布式解耦预测控制[J] *控制与决策*, 2004, 19(6): 647-656
(Chen Q, Li S Y, Xi Y G. Distributed Decoupling Predictive Control of a Kind of Cascade Processes[J] *Control and Decision*, 2004, 19(6): 647-656)
[5] Lu Y H, Arkun Y. A Scheduling Quasiminmax Model Predictive Control Algorithm for Nonlinear Systems[J] *J of Process Control*, 2002, 12(5): 589-604
[6] Ding B C, Xi Y G, Li S Y. A Synthesis Approach of On-line Constrained Robust Model Predictive Control [J] *Automatica*, 2004, 40(1): 163-167.
[7] Wan Z Y, Kothare M V. Efficient Robust Constrained Model Predictive Control with Time-varying Terminal Constraint Set[J] *Systems and Control Letters*, 2003, 48(5): 375-383
[8] Lee J W, Kwon W H, Choi J. On Stability of Constrained Receding Horizon Control with Finite Terminal Weighting Matrix [J] *Automatica*, 1998, 34(12): 1607-1612
[9] Bloemen H H J, Van De Boom T J J, Verbruggen H B. Optimizing the End-point Stateweighting Matrix in Model-based Predictive Control[J] *Automatica*, 2002, 38(6): 1061-1068
[10] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust Constrained Model Predictive Control Using Linear Matrix Inequalities [J] *Automatica*, 1996, 32(10): 1361-1379

(上接第 630 页)

[4] 邱占芝, 张庆灵 一类多输入多输出网络控制系统的稳定性分析[J] *控制与决策*, 2005, 20(5): 525-529
(Qiu Z Z, Zhang Q L. Stability Analysis of a Class of Networked Control Systems with Multiple Inputs and Multiple Outputs [J] *Control and Decision*, 2005, 20(5): 525-529)
[5] Zhang W, Branicky M S, Phillips M. Stability of Networked Control Systems[J] *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84-99
[6] Rabello A, Bhaya A. Stability of A synchronous Dynamical Systems with Rate Constraints and Applications [J] *IEE Proc Control Theory Application*, 2003, 150(5): 546-550
[7] Xie L B, Fang H J, Zheng Y. Guaranteed Cost Control

for Networked Control Systems [J] *J of Control Theory and Applications*, 2004, 2: 143-148
[8] Vu N P, Jiamming J, Andrey V S, et al Robust Stabilization of Linear Uncertain Discrete-time Systems via a Limited Capacity Communication Channel[J] *Systems & Control Letters*, 2004, 53: 347-360
[9] Hassibi A, Boyd S P, How J P. Control of A synchronous Dynamical Systems with Rate Constraints on Events[A] *Proc of the IEEE Conf Decision and Control* [C] Phoenix, 1999: 1345-1351
[10] Ishii H, Francis B A. *Limited Data Rate in Control Systems with Networks* [M] Berlin: Springer, 2002: 1-40