文章编号: 1001-0920 (2016) 07-1335-04 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2015.0518

基于一种新型趋近律的自适应滑模控制

周 涛

(洛阳师范学院 物理与电子信息学院，河南 洛阳 471022)

摘 要: 首先, 利用特殊幂次函数和反双曲正弦函数构造一种新型滑模变结构控制趋近律; 然后, 采用该趋近律设计一种自适应滑模控制律, 并证明滑模控制系统误差渐近收敛. 仿真实验表明: 在存在时变转动惯量和摩擦力矩扰动的情况下, 该自适应滑模控制系统具有较高的位置和速度跟踪精度, 并有效减弱了控制输入信号的高频震颤现象; 同时, 采用反双曲正弦函数的自适应律能较好地平滑系统转动惯量估计值, 减小控制输入信号的幅值.

关键词: 滑模变结构控制；趋近律；自适应律；高频震颤现象

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Adaptive sliding control based on a new reaching law

ZHOU Tao

(School of Physics and Electronics Information，Luoyang Normal University，Luoyang 471022，China. E-mail: zhoutao041@163.com)

Abstract: Firstly, a new sliding mode control reaching law with a special power function and an inverse hyperbolic sine function is constructed. Then, an adaptive sliding control law is designed with the reaching law, and the error asymptotic convergence of the sliding control system is proved. The simulation experiments demonstrate that the adaptive sliding control system with the changing rotational inertia and friction torque has higher position and speed tracking precision, and reduces high frequency fluctuation phenomenon of the control input signal effectively. The adaptive law with the inverse hyperbolic sine function can well reduce the estimation value of the rotational inertia and control input signal.

Keywords: sliding mode control；reaching law；adaptive law；high frequency fluctuation phenomenon

0 引 言

滑模变结构控制使系统的结构随时间按开关特性进行变化, 可以迫使系统按照预定的滑动模态状态轨迹运动. 滑动模态是可以设计的, 它与系统的参数及扰动无关, 使得变结构控制具有快速响应和较好的鲁棒性. 当系统状态轨迹到达滑模面后, 沿滑模面做高频小幅度上下穿越运动, 产生高频震颤现象, 可能激发系统的未建模动态, 甚至损坏执行机构, 从而限制了滑模控制的应用领域. 因此, 减弱滑模变结构控制系统的高频震颤现象一直是研究热点之一. 典型的方法主要包括准滑动模态、趋近律方法、滤波方法、扰动观测器法、动态滑动模态、模糊逻辑法等[1-3].

滑模变结构控制包括趋近运动和滑模运动两个过程. 采用趋近律的方法可以改善趋近运动的动态性能. 常用的几种典型趋近律包括等速趋近律、指数趋近律、幂次趋近律和一般趋近律[1]. 文献 [4] 中提出一种利用双幂次趋近律提高系统状态收敛速度的设计方案; 文献 [5] 中提出一种利用反正切函数的离散趋近律; 文献 [6] 中引入趋近律变化速率的控制函数, 设计了一种新型离散滑模变速趋近律算法. 趋近律的设计要满足滑模到达条件 $s\dot{s} < 0$. 常用的趋近律都利用符号函数进行构造, 使得控制输入信号具有不连续性, 而且控制输入存在较强的高频震颤, 易造成滑模控制系统的抖振现象.

为了显著减弱滑模控制输入信号的高频震颤现象, 本文提出一种新型滑模变结构控制趋近律. 首先, 利用该趋近律设计一种自适应滑模控制律; 然后, 分析滑模控制系统的收敛性; 最后, 对采用自适应滑模控制律的二阶系统进行仿真实验, 并利用反双曲正弦函数构造自适应律, 以限制参数估计值和滑模控制输

收稿日期: 2015-04-27；**修回日期:** 2015-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273161)；河南省科技攻关计划项目(142102210474)；河南省教育厅科技攻关计划项目(14A413007).

作者简介: 周涛(1970–), 男, 副教授, 博士, 从事高精度伺服系统、非线性控制等研究.

入信号的幅值. 实验结果表明了本文方法的有效性.

1 滑模变结构控制趋近律的设计

利用特殊幂次函数 $\mathrm{fal}(x,\alpha,\delta)$ 设计一种趋近律, 非线性函数 $\mathrm{fal}(x,\alpha,\delta)$[7]为

$$\mathrm{fal}(x,\alpha,\delta)=\begin{cases}|x|^{\alpha}\cdot\mathrm{sign}(x), & |x|>\delta;\\ \dfrac{x}{\delta^{1-\alpha}}, & |x|\leqslant\delta.\end{cases}\tag{1}$$

其中: $0<\delta<1$, $\alpha>0$. δ 为 $\mathrm{fal}(x,\alpha,\delta)$ 中在原点附近正负对称线性段的区间长度. 并且, $\mathrm{fal}(x,\alpha,\delta)$ 为非连续函数, 当求其一阶导数时, 可按 x 的取值区间分段计算. 在二阶系统中, 通常取 $\alpha=0.5$ 或者 0.25.

由式 (1) 可知, 当自变量 x 的绝对值小于设定值 δ 时, 自变量 x 的增益 $\delta^{\alpha-1}$ 较大; 反之, 增益较小.

本文提出一种新型滑模控制趋近律

$$\dot{s}=-\varepsilon\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k\cdot\mathrm{arsh}(s).\tag{2}$$

其中: s 为滑模函数, $\varepsilon>0$, $k>0$, $\mathrm{arsh}(s)$ 为反双曲正弦函数.

在式 (2) 中, 当 $|s|\leqslant\delta$ 时, 即 s 接近于零时, $\varepsilon\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)$ 项可使趋近速度增大, 从而保证系统状态可以在任意有限时间内到达滑模面 $s=0$. 并且, 在原点附近, $\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)$ 为光滑连续函数, 可有效减弱控制输入的高频震颤现象. 同时, 反双曲正弦函数是光滑连续函数, 当 $|s|>\delta$ 时, $k\cdot\mathrm{arsh}(s)$ 项能保证系统状态以较大的速度趋近滑动模态. 另外, 反双曲正弦函数 $\mathrm{arsh}(s)$ 起平滑和限幅作用, 可使趋近律中 $k\cdot\mathrm{arsh}(s)$ 项的值不至于太大, 以降低滑模控制输入信号的幅值[8].

2 自适应滑模控制律的设计和分析

2.1 自适应滑模控制律的设计

对于二阶系统[1]

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t),\\ J\dot{x}_2(t)=u(t)+d(t).\end{cases}\tag{3}$$

其中: $x_1(t)$、$x_2(t)$ 为系统的状态变量; J 为系统未知的转动惯量, 且 $J>0$, $J\in[J_{\min},J_{\max}]$; $u(t)$ 为系统的控制输入信号; $d(t)$ 为系统内部和外部扰动作用的总和, 且有界, 即 $|d(t)|\leqslant D$. 在二阶伺服系统中, $d(t)$ 通常由摩擦力矩和其他扰动力矩组成. 假设二阶系统的设定输入为 $r(t)$. 取滑模函数为

$$s=\dot{e}+ce.\tag{4}$$

其中: $e=x_1(t)-r(t)$ 为角度位置跟踪误差; $c>0$, 满足 Hurwitz 稳定条件.

令 $p=\dot{r}(t)-ce$, 由式 (3) 可得

$$s=\dot{e}+ce=x_2(t)-\dot{r}(t)+ce=x_2(t)-p,$$

由趋近律 (2) 和系统 (3) 可得

$$\dot{s}=\dot{x}_2(t)-\dot{p}=\frac{1}{J}[u(t)+d(t)]-\dot{p}=$$
$$-\varepsilon\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k\cdot\mathrm{arsh}(s),$$

则

$$u(t)=J\dot{p}-J\varepsilon\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-$$
$$Jk\cdot\mathrm{arsh}(s)-d(t).\tag{5}$$

在式 (5) 中, $d(t)$ 为系统的未知扰动, 因此, 不宜在控制律中出现, 可通过滑模变结构控制进行抑制.

令 $\beta=J\varepsilon$, $k_1=Jk$, 且 $\beta>0$, $k_1>0$. 利用自适应律实时估计系统的未知转动惯量 J, 设其估计值为 $\hat{J}$. 不妨假设转动惯量 J 为常值, 或者为缓慢的变化量. 因此, 取实际的自适应滑模控制律为

$$u(t)=\hat{J}\dot{p}-\beta\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k_1\cdot\mathrm{arsh}(s),\tag{6}$$

取自适应律为[9]

$$\dot{\hat{J}}=-\gamma\dot{p}s,\tag{7}$$

其中 $\gamma>0$ 为自适应增益.

2.2 滑模控制系统的收敛性分析

定理 1 选取自适应律 (7), 在滑模控制律 (6) 的作用下, 二阶系统 (3) 的跟踪误差渐近收敛.

证明 定义李雅普诺夫函数[1]

$$V=\frac{1}{2}Js^2+\frac{1}{2\gamma}\tilde{J}^2,\tag{8}$$

其中 $\tilde{J}$ 为 J 的估计误差, 即 $\tilde{J}=\hat{J}-J$. 在式 (8) 中, 可将 s 和 $\tilde{J}$ 视为两个状态变量. 则

$$\dot{V}=Js\dot{s}+\frac{1}{\gamma}\tilde{J}\dot{\tilde{J}}=s[J\dot{x}_2(t)-J\dot{p}]+\frac{1}{\gamma}\tilde{J}\dot{\hat{J}}=$$
$$s[u(t)+d(t)-J\dot{p}]+\frac{1}{\gamma}\tilde{J}(-\gamma\dot{p}s)=$$
$$s[\hat{J}\dot{p}-\beta\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k_1\cdot\mathrm{arsh}(s)+$$
$$d(t)-J\dot{p}]-\tilde{J}\dot{p}s=$$
$$-\beta s\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k_1s\cdot\mathrm{arsh}(s)+d(t)s\leqslant$$
$$-\beta s\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-k_1s\cdot\mathrm{arsh}(s)+D|s|.\tag{9}$$

因为 $\beta>0$, $k_1>0$, 由函数 $\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)$ 和 $\mathrm{arsh}(s)$ 的特点可知, $\beta s\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)>0$, $k_1s\cdot\mathrm{arsh}(s)>0$, 且 $|d(t)|\leqslant D$, 同时, 函数 $\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)$ 对自变量 s 具有显著的放大作用, 所以, 只要适当选取参数 β、k_1 的值, 就容易保证 $\dot{V}\leqslant0$. 因此有 $V(t)\leqslant V(0)$, V 是渐近收敛的, s 和 $\tilde{J}$ 均是有界的. 当且仅当 $s=0$ 时, $\dot{V}=0$; 而

$$\ddot{V}=$$
$$-\beta\dot{s}\cdot\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)-\beta s\cdot(\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta))'-$$
$$k_1\dot{s}\cdot\mathrm{arsh}(s)-k_1s\cdot(\mathrm{arsh}(s))'+\dot{d}(t)s+d(t)\dot{s}.\tag{10}$$

因为 s 有界, 由式 (2) 可知 $\dot{s}$ 有界, 并且 $d(t)$ 和 $\dot{d}(t)$ 均有界, 式 (10) 中其余各函数项也都有界, 所以 $\ddot{V}$ 是有界的, 则 $\dot{V}$ 是一致连续的. 由 Barbalat 引理可知, 当 $t\to\infty$ 时, $s\to0$, 即 s 渐近收敛于零. 由式 (4) 可知,

s 渐近收敛于零蕴涵了位置跟踪误差 e 和速度误差 $\dot{e}$ 都收敛于零[9].

参数 β 和 k_1 的取值与扰动的上界 D 有关. 当 D 较大时, 它们的取值越大. β 和 k_1 的取值范围较大, 易于保证系统稳定. □

3　仿真实验

假定二阶系统(3)的设定输入信号为 $r(t) = 1.0\sin(\pi t)$, 角频率为 π(rad/s), 伺服系统的摩擦力矩扰动 $d(t) = 0.5x_2(t) + 1.5\mathrm{sign}\,[x_2(t)]$, 系统的转动惯量 J 时变, $J = 0.5\sin(0.5t) + 1.0$, 系统初始状态 $\boldsymbol{x}_0 = [0.5, 0]$, 与设定输入信号初始值不一致. 二阶系统采用控制律(6), 其中, 取参数 $\beta = 15$, $k_1 = 100$, $\alpha = 0.5$, $\delta = 0.01$, 滑模函数(4)中的参数 $c = 10$.

Step 1　采用自适应律(7), 其中 $\gamma = 20$, 则系统的位置和速度跟踪曲线如图 1 所示, 转动惯量 J 的估计值如图 2 所示, 控制输入信号如图 3 所示.

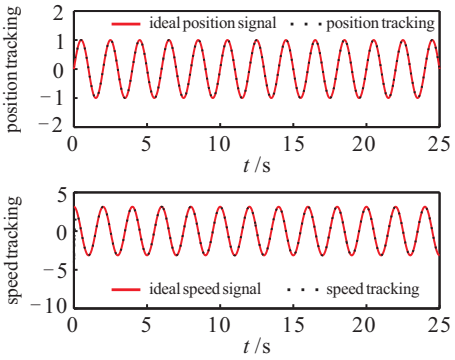

图 1　位置和速度跟踪曲线

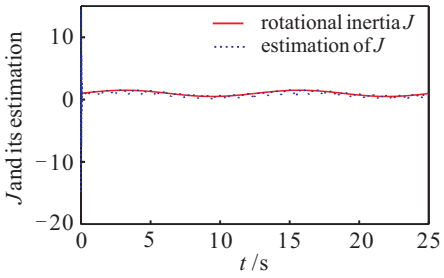

图 2　转动惯量的估计值

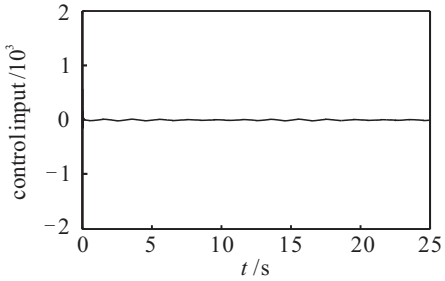

图 3　控制输入信号

图 1 表明, 系统实现了较高的位置和速度跟踪精度; 图 2 表明, 初始阶段转动惯量的估计值出现了较大幅度的波动; 图 3 表明, 滑模控制输入信号幅值很大, 不利于在实际工程中应用. 在下面的仿真实验中, 对自适应律(7)进行修正, 以减小控制输入信号的幅值.

Step 2　采用反双曲正弦函数平滑和限制转动惯量的估计值, 取自适应律为

$$\dot{\hat{J}} = \mathrm{arsh}(-\gamma\dot{p}s). \tag{11}$$

利用反双曲正弦函数主要是为了抑制初始时刻 J 的估计值和控制输入的幅值, 更利于系统稳定. 在 $s = 0$ 的邻域内, $-\gamma\dot{p}s \approx \mathrm{arsh}(-\gamma\dot{p}s)$, 故系统的收敛性基本不变.

除采用自适应律(11)之外, 设定输入 $r(t)$、扰动力矩 $d(t)$、转动惯量 J、自适应增益 γ、c 和控制律(6)的参数均与上述仿真实验完全相同. 则系统位置跟踪曲线如图 4 所示, 位置跟踪误差如图 5 所示, 速度跟踪曲线如图 6 所示, 转动惯量 J 的估计值如图 7 所示, 控制输入信号如图 8 所示.

图 4 和图 5 表明, 系统的位置跟踪精度较高, 在 0.4 s 之后, 位置的跟踪误差均小于 $\pm 1.5 \times 10^{-3}$. 图 6 表明, 系统的速度跟踪精度也较高, 在 0.4 s 之后, 速度的跟踪误差均小于 $\pm 3.0 \times 10^{-2}$. 与采用自适应律(7)相比, 图 7 表明, 初始阶段转动惯量的估计值基本没

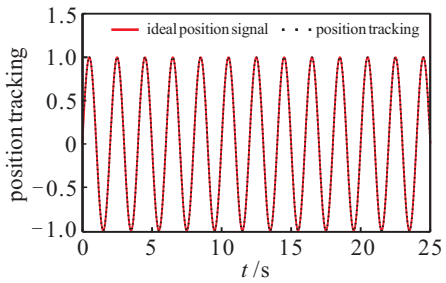

图 4　位置跟踪曲线

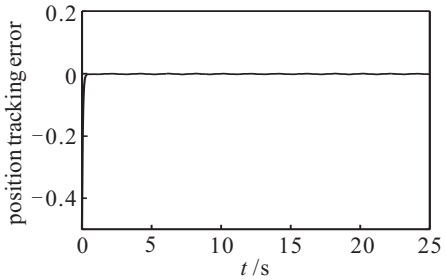

图 5　位置跟踪误差

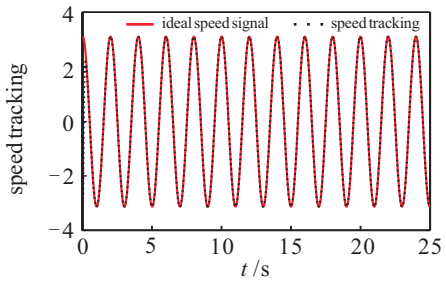

图 6　速度跟踪曲线

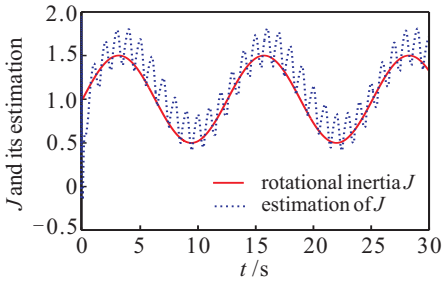

图 7 转动惯量的估计值

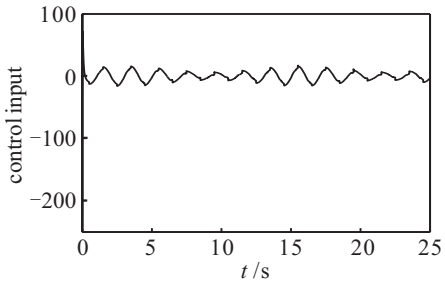

图 8 控制输入信号

有出现波动, 幅值较小. 自适应增益γ的较大值造成了转动惯量估计值出现振动. 选择大增益可使自适应的速度较快, 并且动态跟踪误差较小. 另外, 与图 7 相比, 图 2 中转动惯量的估计值出现了较大幅值的振动现象. 图 8 表明, 初始阶段控制输入信号的幅值大大减小, 在 0.2 s 之后, 幅值较小, 其绝对值均小于 17, 而且, 滑模控制趋近律 (2) 有效减弱了控制输入信号的高频震颤现象.

4 结 论

本文利用函数 $\mathrm{fal}(s,\alpha,\delta)$ 和 $\mathrm{arsh}(s)$ 构造了一种新型滑模控制趋近律, 并设计了自适应滑模控制律, 证明了该自适应滑模控制系统跟踪误差渐近收敛, 并提出了一种采用反双曲正弦函数的自适应律. 仿真实验表明, 在存在时变转动惯量和摩擦力矩扰动的情况下, 采用该自适应滑模控制律的系统具有较高的位置和速度跟踪精度, 并有效减弱了控制输入信号的高频震颤现象. 同时, 采用反双曲正弦函数的自适应律能较好地平滑系统转动惯量估计值的幅值. 新型滑模控制趋近律和自适应律结构简单, 抑制滑模控制输入信号高频震颤现象的效果明显, 具有重要的工程应用价值, 而且, 对其他滑模变结构控制系统的设计具有较高的参考价值.

参考文献(References)

[1] 刘金琨. 滑模变结构控制 Matlab 仿真[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 1-5.
(Liu J K. Sliding mode control and Matlab simulation[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2012: 1-5.)

[2] 马晓军, 袁东, 李匡成, 等. 基于扩张状态观测器的炮控系统串联滑模控制[J]. 光学精密工程, 2011, 19(10): 2409-2416.
(Ma X J, Yuan D, Li K C, et al. Series sliding mode control for gun control system[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(10): 2409-2416.)

[3] Bandyopadhyay B, Patil Machhindranath. Sliding mode control with the reduced-order switching function: An SCB approach[J]. Int J of Control, 2015, 88(5): 1089-1101.

[4] 张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 289-293.
(Zhang H X, Fan J S, Meng F, et al. A new double power reaching law for sliding mode control[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 289-293.)

[5] 朱齐丹, 吕开东, 李新飞, 等. 一种基于改进趋近律的离散变结构控制方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6): 1211-1214.
(Zhu Q D, Lü K D, Li X F, et al. Discrete-time variable structure control based on improved approach law[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(6): 1211-1214.)

[6] 刘希, 孙秀霞, 董文瀚, 等. 一种新的约束变速趋近律离散滑模控制方法[J]. 自动化学报, 2013, 39(9): 1552-1557.
(Liu X, Sun X X, Dong W H, et al. A new discrete-time sliding mode control method based on restricted variable trending law[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(9): 1552-1557.)

[7] 韩京清. 自抗扰控制技术 — 估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 202-206.
(Han J Q. Active disturbance rejection control technique — The technique for estimating and compensating the uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 202-206.)

[8] 周涛. 基于反双曲正弦函数的扩张状态观测器[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 943-946.
(Zhou T. Extended state observer based on inverse hyperbolic sine function[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 943-946.)

[9] Jean-Jacques E Slotine, Weiping Li. Applied nonlinear control[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 212-219.

(责任编辑: 李君玲)