

线性离散状态时滞系统UFIR滤波算法

刘 飞, 范雪峰, 赵顺毅[†]

(1. 江南大学 自动化研究所, 江苏 无锡 214122; 2. 江南大学
轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对含状态时滞的线性离散时变状态空间模型, 提出一类无偏有限脉冲响应(UFIR)滤波算法. 通过构造含有时滞状态的增广系统模型, 对原系统进行无时滞转换. 利用扩展状态空间模型的思路, 将现有UFIR滤波算法推广至含控制输入的状态时滞系统中, 并进一步求解相应的迭代形式, 保留类Kalman算法快速计算的特点. 通过仿真例子表明了所提出算法的有效性.

关键词: 状态时滞; 增广状态; 状态估计; FIR滤波器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

UFIR filtering algorithm for linear discrete system with state delay

LIU Fei, FAN Xue-feng, ZHAO Shun-yi[†]

(1. Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The paper proposes a type of unbiased finite impulse response(UFIR) filtering algorithm for the discrete time-varying linear state space model with state delay. By constructing the augmented system vector comprising delay, the original system model is transformed into a non-delay counterpart. Then, the extended state-space model is developed, from which the traditional UFIR filtering algorithm is generalized to the state-delayed system with control input, which provides convenience for practice. Further more, the corresponding iterative form is developed, and the speediness feature like Kalman is preserved. Finally, two simulation examples are provided to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: time delay; augmented state; state estimation; FIR filter

0 引 言

状态估计一直是控制领域研究的热点, 现有成果在信号处理、通信、目标跟踪等领域都发挥着重要的作用^[1]. 按系统对外界冲击的响应形式, 现有估计算法大致可分为无限脉冲响应(IIR)估计和有限脉冲响应(FIR)估计^[2]. IIR算法中, 以最小均方误差(MMSE)为准则的卡尔曼滤波器(KF)^[3]最为经典. 与依赖精确数学模型和噪声统计特性的KF不同, FIR算法仅利用最近观测时域内的有限测量数据, 体现出诸如有界输入/有界输出稳定^[4]、对模型的鲁棒性^[5]等特点.

近几十年来, FIR估计算法不断发展. 文献[6]提出了一种基于极大似然法的线性最优FIR(OFIR)滤波器. Kwon等^[7-8]分别针对离散与连续时变系统提出了OFIR滤波器, 此后又提出了离散无偏FIR估计

器(UFIR)^[4]的批量处理形式. Shmaliy^[9]将其完善成类Kalman的迭代算法, 该算法不要求噪声的统计特性和状态的初始条件, 但与Kalman算法的 $O(1)$ 相比计算复杂度增至 $O(N)$. UFIR算法进一步扩展到非线性系统^[10], 为弥补精确度的不足, 作为FIR算法的关键之一, 文献[11-12]讨论了估计区间对滤波的影响. 分析表明, 适当的估计区间可令无偏滤波接近最优特性^[9]. 针对时不变模型, 文献[13]提出了由参数 p 调整的OFIR估计器(平滑、滤波和预测). Zhao等^[14]在无偏和最优滤波之间寻得一种最小方差无偏滤波, 分析并比较了不同FIR滤波器之间的解析关系. 通过调整时域长度逼近KF的方法, 文献[15]提出了一种可以忽略噪声的最优无偏FIR(OUFIR)滤波器.

另一方面, 时滞系统滤波受到广泛关注^[16]. 对于

收稿日期: 2016-05-03; 修回日期: 2016-08-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61603155); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(JUSRP116037).

作者简介: 刘飞(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制理论与应用、过程监控等研究; 范雪峰(1992—), 男, 硕士生, 从事状态估计的研究.

[†]通讯作者. E-mail: shunyizhao@126.com

状态时滞系统滤波,如何用含噪声的观测数据估计当前时刻状态,主要采用偏微分 Riccati 方程^[17]、线性矩阵不等式^[18]等方法.但前者求解困难且难以进行性能分析,后者需要构造凸优化问题,不易实现;现有 UFIR 算法未能考虑状态滞后项的影响,直接应用性能难以保证.

本文借鉴系统状态增广方法^[19-20],将现有 UFIR 滤波算法扩展至含控制输入的线性离散状态时滞系统中,并进一步求解相应的迭代形式,保留类 Kalman 算法快速计算的特点.最后通过仿真例子表明了所提出算法的有效性.

1 状态空间模型

考虑如下含控制输入的时变线性离散状态时滞状态空间模型:

$$x_n = A_n x_{n-1} + B_n x_{n-1-\tau} + F_n u_n + E_n w_n, \quad (1)$$

$$y_n = C_n x_n + D_n v_n. \quad (2)$$

其中: τ 为延迟时间; $x_n, x_{n-1-\tau} \in \mathbf{R}^K, y_n \in \mathbf{R}^M$ 分别为系统的状态向量和观测向量; $u_n \in \mathbf{R}^L$ 为控制输入; $w_n \in \mathbf{R}^P, v_n \in \mathbf{R}^M$ 分别为状态噪声与观测噪声; $A_n \in \mathbf{R}^{K \times K}, B_n \in \mathbf{R}^{K \times K}, C_n \in \mathbf{R}^{M \times K}, D_n \in \mathbf{R}^{M \times M}, F_n \in \mathbf{R}^{K \times L}, E_n \in \mathbf{R}^{K \times P}$ 分别为已知系统参数矩阵.进一步作如下假设.

假设1 状态与观测噪声互不相关,即对于任意的 i, j 均满足 $E\{w_i v_j^T\} = 0$; 状态噪声 w_n 和观测噪声 v_n 均为零均值的高斯白噪声,即 $E\{w_n\} = 0, E\{v_n\} = 0$, 其协方差为已知, $Q_n = E\{w_n w_n^T\}, R_n = E\{v_n v_n^T\}$.

1.1 模型的无时滞转换

考虑通过构建增广状态,将时滞作为系统状态的一部分,对原状态空间模型进行无时滞重构如下:

$$\bar{x}_n = \bar{A}_n \bar{x}_{n-1} + \bar{F}_n u_n + \bar{E}_n w_n, \quad (3)$$

$$y_n = \bar{C}_n \bar{x}_n + D_n v_n. \quad (4)$$

其中

$$\bar{x}_n = [x_n^T \ x_{n-1}^T \ \cdots \ x_{n-\tau}^T]^T_{(\tau+1)K \times 1},$$

$$\bar{A}_n = \begin{bmatrix} A_n & 0 & \cdots & 0 & B_n \\ I & & & & 0 \\ & I & & & 0 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & I & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} A_n & 0_{K \times (\tau-1)K} & B_n \\ I_{\tau K \times \tau K} & 0_{\tau K \times K} \end{bmatrix}_{(\tau+1)K \times (\tau+1)K},$$

$$\bar{C}_n = [C_n \ 0 \ \cdots \ 0] = [C_n \ 0_{M \times \tau K}]_{M \times (\tau+1)K},$$

$$\bar{E}_n = [E_n^T \ 0 \ \cdots \ 0]^T = [E_n^T \ 0_{\tau K \times K}]_{(\tau+1)K \times P},$$

$$\bar{F}_n = [F_n^T \ 0 \ \cdots \ 0]^T = [F_n^T \ 0_{\tau K \times L}]_{(\tau+1)K \times L}.$$

通过将时滞变量增广为系统的状态变量,原含时滞的系统(1)和(2)转换为无时滞的增广状态空间模型(3)和(4).需要指出的是,由于系统状态的增广,系统维度从原先 K 增加到 $K(\tau+1)$.

1.2 扩展状态空间模型

类似于文献[13],将状态空间模型(3)和(4)在估计区间 $[m, n]$ 上以前向计算的形式进行等价变换,可得扩展状态空间模型

$$X_{n,m} = A_{n,m} \bar{x}_m + F_{n,m} U_{n,m} + E_{n,m} W_{n,m}, \quad (5)$$

$$Y_{n,m} = C_{n,m} \bar{x}_m + K_{n,m} U_{n,m} + G_{n,m} W_{n,m} + D_{n,m} V_{n,m}. \quad (6)$$

其中: $m = n - N + 1$; 状态向量 $X_{n,m} \in \mathbf{R}^{(\tau+1)KN \times 1}$ 、观测向量 $Y_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times 1}$ 、输入信号 $U_{n,m} \in \mathbf{R}^{LN \times 1}$ 、状态噪声向量 $W_{n,m} \in \mathbf{R}^{PN \times 1}$ 、观测噪声向量 $V_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times 1}$ 分别表示如下:

$$X_{n,m} = [\bar{x}_n^T \ \bar{x}_{n-1}^T \ \cdots \ \bar{x}_m^T]^T,$$

$$Y_{n,m} = [y_n^T \ y_{n-1}^T \ \cdots \ y_m^T]^T,$$

$$U_{n,m} = [u_n^T \ u_{n-1}^T \ \cdots \ u_m^T]^T,$$

$$W_{n,m} = [w_n^T \ w_{n-1}^T \ \cdots \ w_m^T]^T,$$

$$V_{n,m} = [v_n^T \ v_{n-1}^T \ \cdots \ v_m^T]^T.$$

同时,扩展模型矩阵 $A_{n,m} \in \mathbf{R}^{(\tau+1)KN \times (\tau+1)K}$, 扩展输入矩阵 $F_{n,m} \in \mathbf{R}^{(\tau+1)KN \times LN}$, 状态噪声矩阵 $E_{n,m} \in \mathbf{R}^{(\tau+1)KN \times PN}$, 观测矩阵 $C_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times (\tau+1)K}$, 附加输入矩阵 $K_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times LN}$, 附加状态噪声矩阵 $G_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times PN}$, 观测噪声矩阵 $D_{n,m} \in \mathbf{R}^{MN \times MN}$ 皆为时变,表示如下:

$$A_{n,m} = [A_{n,0}^{m+1T} \ A_{n,1}^{m+1T} \ \cdots \ \bar{A}_{m+1} \ I]^T,$$

$$F_{n,m} = \begin{bmatrix} \bar{F}_n & \bar{A}_n \bar{F}_{n-1} & \cdots & A_{n,0}^{m+2} \bar{F}_{m+1} & A_{n,0}^{m+1} \bar{F}_m \\ 0 & \bar{F}_{n-1} & \cdots & A_{n,1}^{m+2} \bar{F}_{m+1} & A_{n,1}^{m+1} \bar{F}_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{F}_{m+1} & \bar{A}_{m+1} \bar{F}_m \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \bar{F}_m \end{bmatrix},$$

$$C_{n,m} = \bar{C}_n A_{n,m},$$

$$K_{n,m} = \bar{C}_{n,m} F_{n,m},$$

$$G_{n,m} = \bar{C}_{n,m} E_{n,m},$$

$$D_{n,m} = \text{diag}[D_n \ D_{n-1} \ \cdots \ D_m].$$

$E_{n,m}$ 与 $F_{n,m}$ 类似, 将其表达式中的 F 替换成 E 即可. 记

$$A_{b,c}^a = \prod_{i=0}^{b-c-a} \bar{A}_{b-c-i},$$

$$\bar{C}_{n,m} = \text{diag}[\bar{C}_n \ \bar{C}_{n-1} \ \cdots \ \bar{C}_m].$$

注意到, 如模型 (5) 和 (6) 所描述, 初始时刻 m 的状态方程 $\bar{x}_m = \bar{x}_m + \bar{F}_m u_m + \bar{E}_m w_m$ 只有在 u_m, w_m 为零值时成立, 因此模型中的初始状态 $\bar{x}_m$ 需已知或为最优后验估计值^[13].

2 时滞系统无偏UFIR滤波器

2.1 增广状态无偏估计推导

令 $\hat{x}_n$ 表示增广状态 $\bar{x}_n$ 的 FIR 估计值, 定义如下离散批量处理形式:

$$\begin{aligned} \hat{x}_n &= H_{n,m} Y_{n,m} = \\ &H_{n,m} (C_{n,m} \bar{x}_m + K_{n,m} U_{n,m} + \\ &G_{n,m} W_{n,m} + D_{n,m} V_{n,m}), \end{aligned} \quad (7)$$

与文献 [19] 类似, $H_{n,m}$ 表示 FIR 滤波器增益.

式 (7) 当且仅当满足以下条件, 滤波结果满足无偏要求:

$$E\{\hat{x}_n\} = E\{\bar{x}_n\}, \quad (8)$$

即估计值的均值与状态真值相等.

由式 (5) 状态方程可知, $\bar{x}_n$ 为 $X_{n,m}$ 的首行, 故有

$$\bar{x}_n = \mathcal{A}_{n,0}^{m+1} \bar{x}_m + F_{n,m}^1 U_{n,m} + E_{n,m}^1 W_{n,m}, \quad (9)$$

其中 $F_{n,m}^1, E_{n,m}^1$ 分别表示 $F_{n,m}, E_{n,m}$ 的首行

$$F_{n,m}^1 =$$

$$[\bar{F}_n \ \bar{A}_n \bar{F}_{n-1} \ \cdots \ \mathcal{A}_{n,0}^{m+2} \bar{F}_{m+1} \ \mathcal{A}_{n,0}^{m+1} \bar{F}_m]. \quad (10)$$

对式 (7) 和 (9) 求期望, 考虑噪声均值为零的特性, 得到

$$E\{\hat{x}_n\} = H_{n,m} C_{n,m} \bar{x}_m + H_{n,m} K_{n,m} U_{n,m}, \quad (11)$$

$$E\{\bar{x}_n\} = \mathcal{A}_{n,0}^{m+1} \bar{x}_m + F_{n,m}^1 U_{n,m}. \quad (12)$$

根据条件 (8), 令式 (11) 与 (12) 相等, 得到如下约束条件:

$$\begin{aligned} (H_{n,m} C_{n,m} - \mathcal{A}_{n,0}^{m+1}) \bar{x}_m = \\ (F_{n,m}^1 - H_{n,m} K_{n,m}) U_{n,m}. \end{aligned} \quad (13)$$

一般情况下, $\bar{x}_m$ 与 $U_{n,m}$ 相互独立, 即不能同时为零. 针对限制条件 (13), 利用类似叠加原理的方法进行求解.

1) 令 $U_{n,m} = 0$, 由式 (13) 可得

$$H_{n,m}^x C_{n,m} = \mathcal{A}_{n,m}^{m+1}. \quad (14)$$

等式右边右乘单位阵 $(C_{n,m}^T C_{n,m})^{-1} C_{n,m}^T C_{n,m}$, 两边消去 $C_{n,m}$, 得到零输入下的滤波增益

$$H_{n,m}^x = \mathcal{A}_{n,m}^{m+1} (C_{n,m}^T C_{n,m})^{-1} C_{n,m}^T. \quad (15)$$

2) 令 $\bar{x}_m = 0$, 与式 (15) 类似得到零初始状态下的滤波增益

$$F_{n,m}^1 = H_{n,m}^U K_{n,m}, \quad (16)$$

$$H_{n,m}^U = F_{n,m}^1 (K_{n,m}^T K_{n,m})^{-1} K_{n,m}^T. \quad (17)$$

显然, $H_{n,m}^x$ 只能作用于零输入的观测值 $(Y_{n,m} - K_{n,m} U_{n,m})$; $H_{n,m}^U$ 只能作用于零初始状态且输入信号为 $K_{n,m} Y_{n,m}$ 的系统. 结合式 (15) 和 (17) 构造一般 UFIR 滤波器

$$\hat{x}_n =$$

$$H_{n,m}^U K_{n,m} U_{n,m} + H_{n,m}^x (Y_{n,m} - K_{n,m} U_{n,m}).$$

观察 $H_{n,m}^U K_{n,m} U_{n,m}$ 发现

$$\begin{aligned} H_{n,m}^U K_{n,m} U_{n,m} &= \\ F_{n,m}^1 (K_{n,m}^T K_{n,m})^{-1} K_{n,m}^T K_{n,m} U_{n,m} &= \\ F_{n,m}^1 U_{n,m}. \end{aligned}$$

所以一般 UFIR 滤波器为

$$\hat{x}_n =$$

$$F_{n,m}^1 U_{n,m} + H_{n,m}^x (Y_{n,m} - K_{n,m} U_{n,m}). \quad (18)$$

经验证容易得到, 估计值 (18) 满足无偏条件 (8). 此外, 当 $U_{n,m} = 0$ 时, 式 (18) 为 $\hat{x}_n = H_{n,m}^x Y_{n,m}$, 即文献 [9] 的结果, 满足无偏滤波的要求. 所以, 式 (18) 是一种能够处理线性离散状态时滞, 适用于含控制输入的一般 UFIR 滤波算法.

2.2 迭代形式实现

滤波器 (18) 是对整个 N 时域进行批量计算, 维数较大. 为了减少计算量, 需要构建其迭代计算形式. 将式 (18) 表示成两部分, 有

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^1 + \hat{x}_n^2, \quad (19)$$

其中 $\hat{x}_n^1, \hat{x}_n^2$ 分别为

$$\hat{x}_n^1 = F_{n,m}^1 U_{n,m}, \quad (20)$$

$$\hat{x}_n^2 = H_{n,m}^x (Y_{n,m} - K_{n,m} U_{n,m}). \quad (21)$$

然后单独计算每一部分的递推形式.

2.2.1 UFIR 递推形式

针对式 (20) 和 (21), 以迭代算子 l 代替 n 参与公式的递推变换.

1) $\hat{x}_n^1$ 的递推形式相对比较简单,表示如下:

$$\begin{aligned}\hat{x}_l^1 &= F_{l,m}^1 U_{l,m} = \\ &[\bar{F}_l \quad \bar{A}_l \bar{F}_{l-1} \quad \cdots \quad \mathcal{A}_{l,0}^{m+2} \bar{F}_{m+1} \quad \mathcal{A}_{l,0}^{m+1} \bar{F}_m] U_{l,m} = \\ &\bar{F}_l u_l + \sum_{i=m}^{l-1} \mathcal{A}_{l,0}^{i+1} \bar{F}_i u_i = \\ &\bar{F}_l u_l + \left(\bar{A}_l \bar{F}_{l-1} u_{l-1} + \bar{A}_l \sum_{i=m}^{l-2} \mathcal{A}_{l-1,0}^{i+1} \bar{F}_i u_i \right) = \\ &\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^1.\end{aligned}\quad (22)$$

2) $\hat{x}_n^2$ 的递推形式. 令 $Y'_{n,m} = Y_{n,m} - K_{n,m} U_{n,m}$, 式(21)表示为 $\hat{x}_n^2 = H_{n,m}^x Y'_{n,m}$. 此时滤波方程与文献[9]中一致,迭代算法已经在文中给出. 类似地可以得到

$$\hat{x}_l^2 = \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2 + M_l \bar{C}_l^T (y_l^1 - \bar{C}_l \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2). \quad (23)$$

其中

$$M_l = \mathcal{A}_{l,0}^{m+1} P_l (\mathcal{A}_{l,0}^{m+1})^T, \quad (24)$$

$$P_l = (C_{l,m}^T C_{l,m})^{-1}. \quad (25)$$

M_l 的迭代形式为

$$M_l = [\bar{C}_l^T \bar{C}_l + (\bar{A}_l M_{l-1} \bar{A}_l^T)^{-1}]^{-1}. \quad (26)$$

此外, y_l^1 为 $Y'_{n,m}$ (即 $Y_{l,m} - K_{l,m} U_{l,m}$) 的首行,有

$$y_l^1 = y_l - \bar{C}_l F_{l,m}^1 U_{l,m}. \quad (27)$$

由式(20)和(22)可得

$$\begin{aligned}y_l^1 &= y_l - \bar{C}_l \hat{x}_l^1 = \\ &y_l - \bar{C}_l (\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^1).\end{aligned}\quad (28)$$

所以 $\hat{x}_n^2$ 部分的最终迭代形式为

$$\begin{aligned}\hat{x}_l^2 &= \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2 + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \bar{C}_l (\bar{F}_l u_l + \\ &\bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^1) - \bar{C}_l \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2].\end{aligned}\quad (29)$$

2.2.2 UFIR 迭代实现

结合式(22)和(29)的递推结果,最终得到

$$\begin{aligned}\hat{x}_l &= \hat{x}_l^1 + \hat{x}_l^2 = \\ &\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^1 + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2 + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \\ &\bar{C}_l (\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^1) - \bar{C}_l \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}^2] = \\ &\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l (\hat{x}_{l-1}^1 + \hat{x}_{l-1}^2) + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \\ &\bar{C}_l \bar{F}_l u_l - \bar{C}_l \bar{A}_l (\hat{x}_{l-1}^1 + \hat{x}_{l-1}^2)] = \\ &\bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1} + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \bar{C}_l \bar{F}_l u_l - \\ &\bar{C}_l \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}].\end{aligned}\quad (30)$$

令 $\hat{x}_l^* = \bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}$, 有

$$\hat{x}_l = \hat{x}_l^* + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \bar{C}_l \hat{x}_l^*]. \quad (31)$$

总结上述推导,表1给出一般迭代UFIR滤波的

基本过程. 相较于文献[9],UFIR算法增加了无时滞转换环节,且初始状态估计值 $\hat{x}_s$ 计算形式(18)包含了带控制输入情形. 显然,在零输入条件下 ($U_{s,m} = 0, u_l = 0$),表1算法经简化后仍然适用.

表1 离散状态时滞系统UFIR滤波器迭代算法

步骤	算法
设定	$\tau, m, N, n(n = N + m - 1)$ & 初始量 s
无时滞转换	$\bar{x}_n = [x_n^T \quad x_{n-1}^T \quad \cdots \quad x_{n-\tau}^T]^T$
	$\bar{A}_n = \begin{bmatrix} A_n & 0_{K \times (\tau-1)K} & B_n \\ I_{\tau K \times \tau K} & 0_{\tau K \times K} \end{bmatrix}$
	$\bar{E}_n = \begin{bmatrix} E_n \\ 0_{\tau K \times K} \end{bmatrix}$
	$\bar{C}_n = [C_n \quad 0_{M \times \tau K}]$
	$\bar{F}_n = \begin{bmatrix} F_n \\ 0_{\tau K \times K} \end{bmatrix}$
初始值计算	$P_s = (C_{s,m}^T C_{s,m})^{-1}$
	$M_s = \mathcal{A}_{s,0}^{m+1} P_s (\mathcal{A}_{s,0}^{m+1})^T$
	$\hat{x}_s = F_{s,m}^1 U_{s,m} + \mathcal{A}_{s,m}^{m+1} P_s C_{s,m}^T (Y_{s,m} - K_{s,m} U_{s,m})$
迭代更新	$\hat{x}_l^* = \bar{F}_l u_l + \bar{A}_l \hat{x}_{l-1}$
$l > s$	$M_l = [\bar{C}_l^T \bar{C}_l + (\bar{A}_l M_{l-1} \bar{A}_l^T)^{-1}]^{-1}$
	$\hat{x}_l = \hat{x}_l^* + M_l \bar{C}_l^T [y_l - \bar{C}_l \hat{x}_l^*]$

3 数值仿真

在噪声方差未知的情况下,利用两个线性模型仿真检验所提出UFIR算法的有效性.

3.1 模型1

以一个2输入1输出 ($K = 2, M = 1$) 含时滞 $\tau = 2$ 的系统模型进行仿真,状态转移矩阵为

$$A_n = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 + \sin n \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_n = [1 \quad 0]^T, \quad B_n = 0.85I, \quad F_n = 2I,$$

D_n, E_n 均为单位阵 I . 经过状态增广时滞处理可得

$$\bar{A}_n = \begin{bmatrix} A_n & 0_{2 \times 2} & B_n \\ I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 2} \end{bmatrix},$$

$$\bar{E}_n = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} \end{bmatrix},$$

$$\bar{F}_n = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_n = [I_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 4}].$$

设置初值 x_1, x_2, x_3 均为 $[1 \ 0.01]^T$, 则

$$\bar{x}_3 = [x_3^T \quad x_2^T \quad x_1^T]^T = [1 \ 0.01 \ 1 \ 0.01 \ 1 \ 0.01]^T.$$

令输入信号为 $L = 2, u = [1 \ 0.01]^T$ 的常值输入. 通过式(3)和(4)计算全时域内真值, 注意 n 为 $[\tau + 1, +\infty)$ 的整数, 即 $n = 3, 4, \dots$.

为便于理解计算, 令 $m = 1$, 设计 $N = 12$, 则 $l = 12$, 计算迭代算式 M_{12} 的初值和估计初值 $\hat{x}_{12}$. 状态1、状态2的噪声方差分别为 $\sigma_1^2 = 10^{-2}, \sigma_2^2 = 4 \times 10^{-4}$. 观测噪声为方差为 $\sigma_v^2 = 2^2$. 构造初始状态与噪声统计特性不准确的实际情况, 设定算法中初始状态为 $5\bar{x}_3$, 噪声协方差为 $Q = 0.1I, P = 1$.

作为比较, 将 Kalman 滤波应用于无时滞转换后的状态空间模型. 图1为状态1的实际值、观测值和 UFIR、Kalman 滤波的滤波结果. 状态1和状态2的估计误差分别如图2和图3所示. 为便于比较, 图2和图3中还进一步给出了当噪声方差准确时 Kalman 滤波的结果.

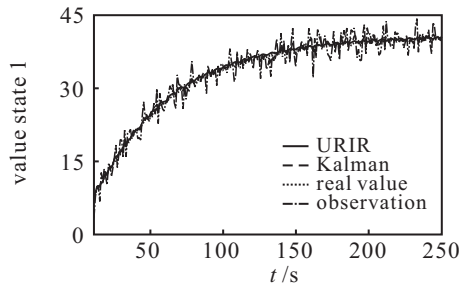


图1 状态1的实际值、观测值、估计值曲线(模型1)

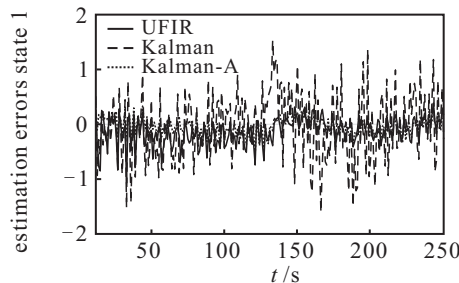


图2 状态1估计误差曲线(模型1)

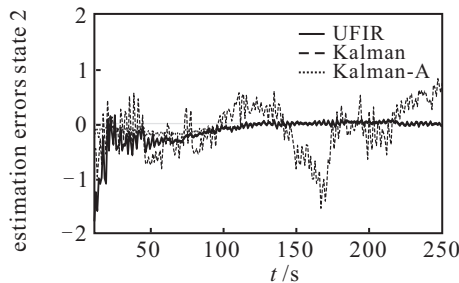


图3 状态2估计误差曲线(模型1)

3.2 模型2

进一步, 考虑如下系统模型:

$$A_n = 0.2 \times \begin{bmatrix} \cos \varphi + 0.1 \sin t & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi + 0.1 \sin t \end{bmatrix}.$$

其中 $\varphi = \pi/4$, 其他参数均与模型1相同. 得到与模型1类似的曲线图, 如图4~图6所示.

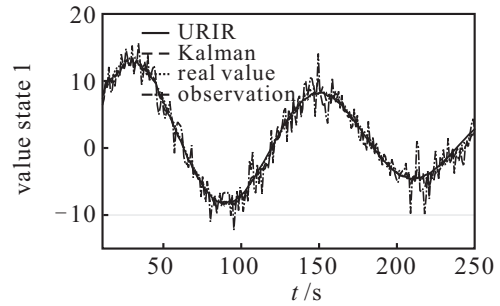


图4 状态1的实际值、观测值、估计值曲线(模型2)

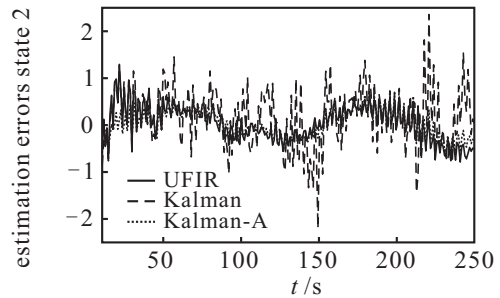


图5 状态1估计误差曲线(模型2)

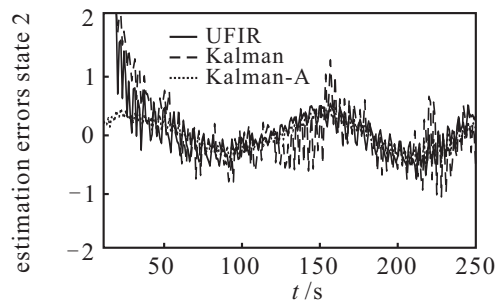


图6 状态2估计误差曲线(模型2)

观察仿真结果发现, 针对线性离散状态时滞系统, UFIR 和 Kalman 滤波算法均能有效剔除部分噪声. 若噪声方差已知, 则 Kalman 与 UFIR 算法的性能类似, 结果均比较理想; 但在噪声方差未知的情况下, 设定值的不准确导致 Kalman 算法估计误差波动幅度增大. 而 UFIR 滤波由于不依赖噪声和初始状态, 滤波效果优于前者, 更接近方差准确条件下的 Kalman 算法.

4 结 论

在含控制输入的情形下, 将一般线性系统下的 UFIR 滤波算法推广至离散状态时滞系统中. 通过构造增广系统模型, 将原系统转换成可处理无时滞系统, 进一步求得滤波增益, 并保留了原 UFIR 算法类 Kalman 迭代计算的形式及快速性的特点. 最终通过 Matlab 仿真验证了所提出算法的有效性. 值得指出的是, 对于此类算法仍有诸多问题有待解决: 由于采用了状态增广方法处理时滞, 转换后变量维数急剧增大, 计算量也随之上升; 如何处理时滞未知、观测方程存在时滞等问题.

参考文献(References)

- [1] 王志贤. 最优状态估计与系统辨识[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2004: 3.
(Wang Z X. Optimal state estimation and system identification[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2004: 3.)
- [2] Algazi V, Suk M, Rim C S. Design of almost minimax FIR filters in one and two dimensions by WLS techniques[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1986, 33(6): 590-596.
- [3] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. J of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [4] Kwon W H, Kim P S, Han S H. A receding horizon unbiased FIR filter for discrete-time state space models[J]. Automatica, 2002, 38(3): 545-551.
- [5] Jazwinski A H. Stochastic processes and filtering theory[M]. New York: Academic Press, 1970: 255-258.
- [6] Jazwinski A H. Limited memory optimal filtering[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1968, 13(5): 558-563.
- [7] Kwon O K, Kwon W H, Lee K S. FIR filters and recursive forms for discrete-time state-space models[J]. Automatica, 1989, 25(5): 715-728.
- [8] Kwon W H, Lee K S, Kwon O K. Optimal FIR filters for time-varying state-space models[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(6): 1011-1021.
- [9] Shmaliy Y S. An iterative kalman-like algorithm ignoring noise and initial conditions[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2011, 59(6): 2465-2473.
- [10] Shmaliy Y S. Suboptimal FIR Filtering of nonlinear models in additive white gaussian noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2012, 60(10): 5519-5527.
- [11] Ramirez-Echeverria F, Sarr A, Shmaliy Y S. Optimal memory for discrete-time FIR filters in state-space[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2014, 62(3): 557-561.
- [12] Kim P S. An alternative FIR filter for state estimation in discrete-time systems[J]. Digital Signal Processing, 2010, 20(3): 935-943.
- [13] Shmaliy Y S. Linear optimal FIR estimation of discrete time-invariant state-space models[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(6): 3086-3096.
- [14] Zhao S, Shmaliy Y S, Huang B, et al. Minimum variance unbiased FIR filter for discrete time-variant systems[J]. Automatica, 2015, 53: 355-361.
- [15] Zhao S, Shmaliy Y S, Liu F. Fast Kalman-like optimal unbiased FIR filtering with applications[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2016, 64(9): 2284-2297.
- [16] Julier S J, Uhlmann J K. Fusion of time delayed measurements with uncertain time delays[C]. Proc of the American Control Conf. Portland: IEEE Press, 2005, 6: 4028-4033.
- [17] 俞立, 冯浩. 不确定离散时滞系统的保性能控制[J]. 自动化学报, 2001, 27(3): 392-396.
(Yu L, Feng H. Guaranteed cost control of discrete-time uncertain time-delay systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(3): 392-396.)
- [18] Ren J. LMI-based fault detection filter design for a class of neutral system with time delay in states[C]. The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian: IEEE Press, 2006, 2: 5581-5585.
- [19] 陈博, 俞立, 张文安. 线性离散状态时滞系统的最优滤波[C]. 第二十九届中国控制会议论文集. 北京: 自动化学会控制理论专业委员会, 2010: 5.
(Chen B, Yu L, Zhang W A. Optimal filter for linear discrete state delay systems[C]. Proc of the 29th Chinese Control Conf. Beijing: Technical Committee on Control Theory, Chinese Association of Automation, 2010: 5.)
- [20] Shmaliy Y S. Optimal gains of FIR estimators for a class of discrete-time state-space models[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15: 517-520.

(责任编辑: 郑晓蕾)