

基于语言型混合算子的模糊信息聚合方法

韦纯福[†]

(河南理工大学 数学与信息科学学院, 河南 焦作 454003)

摘要: 在多属性决策过程中经常会用到聚合算子,有序加权平均聚合(OWA)算子是最常用的聚合算子之一,通常用于聚合确切的数值.然而,现实世界部分信息的不确定性以及决策者对一些信息的模糊性,使得部分信息不能用确切的数值表示,从而导致OWA算子及其扩展算子向着多元化发展.对此,给出一种语言型混合有序加权平均聚合(LHOWA)算子,同时研究该算子所应具备的一些基本性质,并给出一种基于该算子的语言型信息聚合方法,用于多属性决策过程中模糊信息的聚合.最后,通过一个煤矿安全评价的算例对所提出方法的优越性进行了验证.

关键词: 语言型; 属性值; 多属性决策; 聚合算子; OWA算子

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Aggregation method of fuzzy information based on linguistic hybrid operator

WEI Chun-fu[†]

(School of Mathematics & Information Science, He'nan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China)

Abstract: Aggregation operators are crucial to decision-makers when they make decisions. The ordered weighted aggregation(OWA) is the most common operator to aggregate the exact numerical values. However, the decision-makers may have vague knowledge about the decision information, so can't estimate their decision information with exact numerical values, which causes some new families of OWA operators appear. Inspired by OWA operator and the induced OWA operators, a linguistic hybrid ordered weighted aggregation(LHOWA) operator is proposed, and some desirable properties of the operator are studied. Based on the operator, a fuzzy information aggregation method is presented for multiple attribute decision making. Finally, the superiority of the proposed method is verified by an example of a coal mine safety evaluation.

Keywords: linguistic; attribute value; multiple attribute decision making; aggregation operators; OWA operator

0 引言

有用信息的聚合离不开聚合算子,自从文献[1]提出OWA(ordered weighted averaging)算子以来,该算子及其应用逐渐成为人们研究的热点,并取得了一定的研究成果.事实上,OWA算子是介于最大(max)算子和最小(min)算子之间的加权平均算子,采用OWA算子聚合信息时,其仅仅关注聚合位置的权重.该聚合算子介于所有的情况都能够被满足、只要其中一种情况能够被满足这两种极端之间,因此又称为“or and”算子.

受OWA算子研究成果的启发,文献[2]给出了一种OWGA聚合算子用于聚合实数型数据信息,但该

算子也只考虑了数据聚合信息在聚合过程中所处聚合位置的权重;文献[3]提出了直觉语言信息变权加权平均算子和直觉语言信息变权加权几何平均算子;文献[4]对基于OWA算子的不确定模式匹配方法进行了深入研究;文献[5]结合权重因子和特征向量对聚类方法进行了研究;文献[6]针对偏好具有冲突性且权重信息完全未知的直觉模糊多属性群体决策问题,提出了一种基于多目标决策的求解方法;文献[7]对如何获取OWA算子的权重信息进行了探索;文献[8]探讨了扩展的OWA算子及其在分类器中的应用.由于OWA算子及其扩展的算子家族^[9-12]不但能够聚合确切数据信息,而且部分算子也能够用于聚合

收稿日期: 2016-06-23; 修回日期: 2016-09-07.

基金项目: 河南省科技攻关项目(152102210317); 河南省高等学校重点科研项目(15A440008); 河南省高校基本科研业务费专项资金项目(NSFRF140138); 河南理工大学博士基金项目(B2015-52).

作者简介: 韦纯福(1979—),男,讲师,博士,从事智能信息处理、矿山信息化等研究.

[†]通讯作者. E-mail: mathwcf@163.com

语言型信息及模糊信息等,目前在神经网络系统、决策与控制、专家知识系统等^[13-15]方面得到了广泛应用.然而,由于现实世界部分信息的不确定性以及决策者对一些信息的模糊性,部分信息不能用确切的数值表示,从而导致信息聚合算子的多元发展.并且OWA家族成员中的大部分算子在数据信息自身的权重及数据信息所处聚合位置的权重之间,大多数聚合算子仅仅考虑了其中的一种权重.

受上述研究成果的启发,本文提出一种语言型混合有序加权平均聚合(LHOWA)算子,用于聚合模糊信息,并且研究该算子所应具备的一些基本性质,同时给出一种用该算子聚合语言型信息的方法.最后通过一个具体的算例对所提出方法的合理性进行了验证.

1 基本定义与相关定理

1.1 OWA算子

定义1^[1] 令 $OWA:R^n \rightarrow R$,如果该映射能够满足 $OWA_w(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 称为与OWA相关联的 n 维权重向量, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$,并且 $w_i \in [0, 1]$, b_j 是数组 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 中的第 j 个最大元素,则OWA被称作 n 维有序加权平均算子.

Yager^[1]在定义OWA算子的同时,给出了一种计算其相关权重向量 w 的计算方法, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 由下式求得:

$$w = Q\left[\frac{i}{n}\right] - Q\left[\frac{i-1}{n}\right], i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

模糊语义量化算子 Q 可由下式计算:

$$Q(r) = \begin{cases} 0, & r < \alpha; \\ \frac{r - \alpha}{\beta - \alpha}, & \alpha \leq r \leq \beta; \\ 1, & r > \beta. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\alpha, \beta, \gamma \in [0, 1]$, (α, β) 通常遵循“满足大多数”、“满足至少一半”以及“满足尽可能多”的指导原则; (α, β) 相应的参数值为 $(0.3, 0.8)$, $(0, 0.5)$ 和 $(0.5, 1)$.

1.2 EOWA算子

定义2^[12] 假设EOWA: $\bar{S}^n \rightarrow \bar{S}$,如果其满足 $EOWA_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} = s_{\bar{\beta}}$,其中 $\bar{\beta} = \sum_{j=1}^n w_j \beta_j$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 是与EOWA相关联的权重向量, $w_j \in [0, 1]$ ($j \in N$), $\sum_{j=1}^n w_j = 1$,并且 s_{β_j} 是一组语言型数据 $(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$ 中第 j 大的元素,则称函数EOWA是扩展的

有序加权平均(EOWA)算子.

1.3 EWAA算子

定义3^[12] 假设EWAA: $\bar{S}^n \rightarrow \bar{S}$,如果其满足 $EWAA_{\varpi}(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = \varpi_1 s_{\alpha_1} \oplus \varpi_2 s_{\alpha_2} \oplus \dots \oplus \varpi_n s_{\alpha_n} = s_{\bar{\alpha}}$,其中 $\bar{\alpha} = \sum_{j=1}^n \varpi_j \alpha_j$, $\varpi = (\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_n)$ 是语言型数据 s_{α_j} ($j \in N$)的权重向量,并且 $s_{\alpha_j} \in \bar{S}$, $\varpi_j \in [0, 1]$ ($j \in N$), $\sum_{j=1}^n \varpi_j = 1$,则称函数EWAA是扩展的加权算术平均(EWAA)算子.

1.4 LOWGA算子

定义4^[16] 设LOWGA: $\bar{S}^n \rightarrow S^n$,满足 $LOWGA_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = (s_{\beta_1})^{w_1} \otimes (s_{\beta_2})^{w_2} \otimes \dots \otimes (s_{\beta_n})^{w_n} = (s_{\beta_1}^{w_1}) \otimes (s_{\beta_2}^{w_2}) \otimes \dots \otimes (s_{\beta_n}^{w_n}) = s_{\beta}$.其中 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ ($w_j \in [0, 1]$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$)是与LOWGA相关联的指数加权向量,且 $\beta = \prod_{j=1}^n \beta_j^{w_j}$, s_{β_j} 是一组数据 s_{α_i} ($i \in N$)中第 j 个最大的元素,则称函数LOWGA是 n 维语言有序加权几何平均(LOWGA)算子.

上述OWA、EOWA和LOWGA算子有一个共同的特性:对所集结的数据先进行由大到小排序,然后加权聚合;所加的权值与集结的数据没有关系,而仅与其所处的位置有关系.在这一点上,EWAA算子刚好与前3个算子相反,它集结数据时不需要预先排序,所加权值就是所集结数据自身的权重,而与其在聚合过程中所处的位置没有关系.

1.5 语言型数值的运算法则

为了便于计算和避免丢失决策信息,文献[16]对语言项集进行了必要的扩展,把离散的语言项集扩展为连续的语言项集 $\bar{S} = \{s_{\alpha} | s_0 \leq s_{\alpha} \leq s_T\}$, $\alpha \in [0, T]$,若 $s_{\alpha} \in \bar{S}$,则称 s_{α} 为本原语言项集.对于任意语言短语 $s_{\alpha}, s_{\beta} \in \bar{S}$, $y, y_1, y_2 \in [0, 1]$,所定义的运算法则如下:

- 1) $y s_{\alpha} = s_{y\alpha}$;
- 2) $(s_{\alpha})^y = s_{\alpha^y}$;
- 3) $(s_{\alpha})^{y_1} \otimes (s_{\alpha})^{y_2} = (s_{\alpha})^{y_1+y_2}$;
- 4) $(s_{\alpha} \otimes s_{\beta})^y = (s_{\alpha})^y \otimes (s_{\beta})^y$;
- 5) $(s_{\alpha})^{y_1} \otimes (s_{\alpha})^{y_2} = (s_{\alpha})^{y_1+y_2}$;
- 6) $s_{\alpha} \oplus s_{\beta} = s_{\alpha+\beta}$.

2 LHOWA语言型聚合算子

受前人研究成果的启发,本文给出一种语言型混合有序加权平均聚合(LHOWA)算子,并研究其基本性质,给出一种利用LHOWA算子聚合语言型信息的

方法,同时,与已有相关算子的聚合结果进行类比分析.

定义 5 令 $\text{LHOWA}: \overline{S_T^n} \rightarrow \overline{S_T}$, 能够满足 $\text{LHOWA}_{w,\varpi}(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n}$, 其中 $w_j \in [0, 1]$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 是与 LHOWA 相关联的权重向量(位置权重向量), 用来反映属性值在聚合过程中所处聚合位置或先后次序的重要度; s_{β_j} 是语言型数值 $\bar{s}_{\alpha_i} (\bar{s}_{\alpha_i} = (s_{\alpha_i})^{n\varpi_i}, i \in N)$ 中第 j 个最大的元素, $\varpi = (\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_n)^T$ 是语言型属性值 $s_{\alpha_i} (i \in N)$ 的权重向量(自身权重向量), 用来反映聚合过程中属性值自身的重要度, $\varpi_j \in [0, 1]$, $\sum_{j=1}^n \varpi_j = 1$, n 为调节系数, 通常取值为 N , 则称函数 LHOWA 是一种语言型混合有序加权平均聚合算子.

下面对 LHOWA 算子与系列 OWA 算子的关系进行分析说明. 由各个算子的定义可知, 在属性值聚合的过程中, OWA 算子仅考虑了属性值所处聚合位置的重要度, 且只能用于聚合属性值为具体的实型数据; EOWA 算子可以用于聚合属性值为模糊语言信息, 但其仅考虑了属性值所处聚合位置的重要度; LOWGA 算子与 EOWA 算子相类似, 而 EOWA 算子在聚合过程中为代数相加, LOWGA 具有几何平均的特征; EWAA 算子在聚合的过程中仅考虑了属性值自身的重要度. 由定义 5 可知, 本文所提出的 LHOWA 算子可以用于聚合属性值为模糊语言信息, 并且其同时考虑了属性值所处聚合位置的重要度和属性值自身的重要度.

性质 1 当 $\varpi = (1/n, 1/n, \dots, 1/n)^T$ 时, LHOWA 算子是 EOWA 算子的一个特例.

证明 当 $\varpi = (1/n, 1/n, \dots, 1/n)^T$ 时, $(s_{\alpha_i})^{n\varpi_i} = s_{\alpha_i}$, 因此, 语言数值组 s_{α_i} 加权之后仍为其本身, 即 “ s_{β_j} 是一组模糊语言数值 $\bar{s}_{\alpha_i} (\bar{s}_{\alpha_i} = (s_{\alpha_i})^{n\varpi_i}, i \in N)$ 中第 j 个最大的元素” 等价于 “ s_{β_j} 是语言数值组 $s_{\alpha_i} (i \in N)$ 中第 j 个最大的元素”, 故 $\text{LHOWA}_{w,\varpi}(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} = \text{EOWA}_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$. 为便于表示, 在下面的定理中, 设 f 是一个 LHOWA 算子. $\square$

性质 2 (单调性) 设 $(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$ 和 $(s'_{\alpha_1}, s'_{\alpha_2}, \dots, s'_{\alpha_n})$ 是任意两个语言数值向量, s_{β_j} 是语言数值组 $\bar{s}_{\alpha_i} (\bar{s}_{\alpha_i} = (s_{\alpha_i})^{n\varpi_i}, i \in N)$ 中第 j 个最大的元素, s'_{β_j} 是语言数值组 $\bar{s}'_{\alpha_i} (\bar{s}'_{\alpha_i} = (s'_{\alpha_i})^{n\varpi_i}, i \in N)$ 中第 j 个最大的元素, 若对于任意 j , 有 $s_{\beta_j} \geq s'_{\beta_j}$, 则 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) \geq f(s'_{\alpha_1}, s'_{\alpha_2}, \dots, s'_{\alpha_n})$.

证明 $\forall j \in N, s_{\beta_j} \geq s'_{\beta_j}, w_j \in [0, 1] \Rightarrow w_j s_{\beta_j}$

$\geq w_j s'_{\beta_j} \Rightarrow w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} \geq w_1 s'_{\beta_1} \oplus w_2 s'_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s'_{\beta_n}$, 又因为 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n}$ 所以 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) \geq f(s'_{\alpha_1}, s'_{\alpha_2}, \dots, s'_{\alpha_n})$. $\square$

性质 3 (置换不变性) 设 $(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$ 是任意一组语言数值向量, $((s'_{\alpha_1})^{n\varpi_1}, (s'_{\alpha_2})^{n\varpi_2}, \dots, (s'_{\alpha_n})^{n\varpi_n})$ 是 $(s_{\alpha_1}^{n\varpi_1}, s_{\alpha_2}^{n\varpi_2}, \dots, s_{\alpha_n}^{n\varpi_n})$ 的任一置换, 则 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = f(s'_{\alpha_1}, s'_{\alpha_2}, \dots, s'_{\alpha_n})$.

证明 $\forall j \in N, s_{\beta_j}$ 是语言数值组 $(s_{\alpha_1}^{n\varpi_1}, s_{\alpha_2}^{n\varpi_2}, \dots, s_{\alpha_n}^{n\varpi_n})$ 中第 j 个最大的元素, s'_{β_j} 是语言数值组 $((s'_{\alpha_1})^{n\varpi_1}, (s'_{\alpha_2})^{n\varpi_2}, \dots, (s'_{\alpha_n})^{n\varpi_n})$ 中第 j 个最大的元素, 因为 $((s'_{\alpha_1})^{n\varpi_1}, (s'_{\alpha_2})^{n\varpi_2}, \dots, (s'_{\alpha_n})^{n\varpi_n})$ 是 $(s_{\alpha_1}^{n\varpi_1}, s_{\alpha_2}^{n\varpi_2}, \dots, s_{\alpha_n}^{n\varpi_n})$ 的任一置换, 所以 $s'_{\beta_j} = s_{\beta_j}$, $s'_{\beta_j} = s_{\beta_j} \Rightarrow w_1 s'_{\beta_1} \oplus w_2 s'_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s'_{\beta_n} = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} \Rightarrow f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = f(s'_{\alpha_1}, s'_{\alpha_2}, \dots, s'_{\alpha_n})$. $\square$

性质 4 (幂等性) 设 $(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$ 是任意一组语言数值向量, 若对于任意 $i \in N$, 有 $s_{\alpha_i}^{n\varpi_i} = s_{\alpha_i}$, 则 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = s_{\alpha_i}$.

证明 $f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} = w_1 s_{\alpha_1} \oplus w_2 s_{\alpha_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\alpha_n} = s_{\alpha_i} \sum_{j=1}^n w_j = s_{\alpha_i}$. $\square$

性质 5 (有界性) 设 $(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n})$ 是任意一组语言数值向量, 则

$$\text{Min}_i(s_{\beta_i}) \leq f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) \leq \text{Max}_i(s_{\beta_i}).$$

证明 不妨令 $\text{Max}_i(s_{\beta_i}) = s_{\beta_j}, \text{Min}_i(s_{\beta_i}) = s_{\alpha_i}$, 则有

$$\begin{aligned} f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) &= \\ w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} &\leq \\ w_1 s_{\beta_j} \oplus w_2 s_{\beta_j} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_j} &= s_{\beta_j} \sum_{j=1}^n w_j = s_{\beta_j}, \\ f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) &= \\ w_1 s_{\alpha_1} \oplus w_2 s_{\alpha_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\alpha_n} &\geq \\ w_1 s_{\alpha_i} \oplus w_2 s_{\alpha_i} \oplus \dots \oplus w_n s_{\alpha_i} &= \\ s_{\alpha_i} \sum_{j=1}^n w_j &= s_{\alpha_i}. \end{aligned}$$

故 $\text{Min}_i(s_{\beta_i}) \leq f(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) \leq \text{Max}_i(s_{\beta_i})$. $\square$

3 基于 LHOWA 模糊信息聚合方法

下面给出一种基于 LHOWA 算子的模糊信息聚合方法, 用于多属性决策且聚合对象为语言型的信息, 而语言型信息自身的权重及聚合时所处聚合位置

的权重均完全未知.

Step 1 不妨令 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ 为一组方案集合, 相应属性集合记作 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 属性权重信息均是未知的. 利用属性 u_j 对每个方案 x_i 评价时, 即 x_i 关于 u_j 的属性值记作 a_{ij} , 进而构建决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$.

Step 2 通过构造模糊互补判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$, 求解属性值自身的权重向量 $\varpi = (\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_n)^T$. 利用 0.1 ~ 0.9 标度语言值 (见表 1) 对该属性集中的值进行两两比较, 该权重向量可以采用如下优先权重公式^[16] 进行计算, 即将其列向量代入互补判断矩阵求得:

$$\varpi_i = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{j=1}^n p_{ij} + \frac{n}{2} - 1 \right), i \in N. \quad (3)$$

表 1 0.1 ~ 0.9 标度及含义

标度	含 义
0.9	甲元素比乙元素极其重要
0.7	甲元素比乙元素明显重要
0.5	甲元素与乙元素同样重要
0.3	乙元素比甲元素明显重要
0.1	乙元素比甲元素极其重要

表 1 中, 介于 0.1 ~ 0.9 相邻的中间标度值分别取 0.2, 0.4, 0.6, 0.8.

Step 3 利用式 (1) 和 (2) 求出与 LHOWA 相关联的权重向量 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$.

Step 4 采用决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 和 LHOWA 算子求出每个方案 $x_i (i \in N)$ 的综合属性值 $z_i (i \in N)$.

Step 5 对 Step 4 聚合的综合值 z_i 进行排序, 即可选择出所有方案中的最优方案.

4 算例分析

煤矿安全一直被视为煤矿安全生产的重中之重, 煤矿的安全状况与其各个系统的运行情况及变化状态密切相关, 煤矿安全状态同其他子系统共同构成了整个煤矿系统. 对煤矿安全状态科学、合理的评价是保证煤矿安全生产的基础, 可以做到未雨绸缪, 及时调整资金投入. 安全评价指标体系是煤矿安全评价和评价模型的基础, 本文在煤矿行业专家研究的基础上, 结合文献 [9, 17] 的应用层次分析法和人-机-环境系统对煤矿安全影响因素进行综合分析, 确定了地质条件、技术装备、人员结构、安全培训、环境安全、管理水平等 6 个主要影响因素. 下面将介绍利用 LHOWA 聚合算子解决煤矿安全评价与实际决策问题的基本步骤. 以一个地区对其管辖的 5 个煤矿的安全系统进

行年度考核为例, 要求以科学合理的评价方法对它们的安全性能进行排序.

4.1 算例计算

Step 1 构建煤矿安全评价决策矩阵. 行业专家对 5 个煤矿各个指标的评价结果见表 2, 均为模糊语言值评价的定性结果. 为了便于描述, 以下将地质条件、技术装备、人员结构、安全培训、环境安全、管理水平等指标分别用 $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ 表示; 5 家煤矿分别用 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 表示. 采用 5 标度语言值, 结合文献 [9] 所构建的决策矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} s_3 & s_2 & s_2 & s_5 & s_3 & s_3 \\ s_4 & s_3 & s_3 & s_2 & s_4 & s_3 \\ s_5 & s_3 & s_4 & s_4 & s_4 & s_3 \\ s_5 & s_3 & s_5 & s_4 & s_4 & s_5 \\ s_5 & s_5 & s_4 & s_4 & s_5 & s_3 \end{bmatrix}.$$

表 2 煤矿安全评价决策矩阵

煤矿	指 标					
	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
x_1	一般	落后	低	非常好	一般	一般
x_2	稳定	一般	一般	差	好	一般
x_3	非常稳定	一般	高	好	好	一般
x_4	非常稳定	一般	非常高	好	好	非常先进
x_5	非常稳定	非常先进	高	好	非常好	一般

Step 2 决策者根据表 1 的互补语言值标度对集合 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$ 中的属性值作两两比较, 并得到如下互补判断矩阵:

$$P = (p_{ij})_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.5 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.7 \\ 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.7 & 0.2 & 0.4 \\ 0.1 & 0.4 & 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 & 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 & 0.6 & 0.7 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

于是利用式 (3) 可求得属性的权重向量为

$$\varpi = (0.210, 0.187, 0.140, 0.123, 0.180, 0.160)^T.$$

Step 3 采用式 (1)、(2) 及模糊语言值量词 “大多数” (0.3, 0.8) 计算得出位置权重向量

$$w = (0, 0.067, 0.333, 0.333, 0.267, 0)^T.$$

Step 4 采用决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 和 LHOWA 算子求出每个方案 $x_i (i \in N)$ 的综合属性值 $z_i (i \in N)$. 首先计算 x_1 相应的 $\bar{s}_{\alpha_i} (\bar{s}_{\alpha_i} = (s_{\alpha_i})^{n\varpi_i}, i \in N)$, 即

$$\begin{aligned}\bar{s}_{\alpha_1} &= (s_3)^{6 \times 0.210} = s_{3^{6 \times 0.210}} = s_{3.992}; \\ \bar{s}_{\alpha_2} &= (s_2)^{6 \times 0.187} = s_{2^{6 \times 0.187}} = s_{2.176}; \\ \bar{s}_{\alpha_3} &= (s_2)^{6 \times 0.140} = s_{2^{6 \times 0.140}} = s_{1.790}; \\ \bar{s}_{\alpha_4} &= (s_5)^{6 \times 0.123} = s_{5^{6 \times 0.123}} = s_{3.280}; \\ \bar{s}_{\alpha_5} &= (s_3)^{6 \times 0.180} = s_{3^{6 \times 0.180}} = s_{3.276}; \\ \bar{s}_{\alpha_6} &= (s_3)^{6 \times 0.160} = s_{3^{6 \times 0.160}} = s_{2.871}.\end{aligned}$$

于是得到 x_1 相应的 $s_{\beta_j} (j \in N)$ 为

$$\begin{aligned}s_{\beta_1} &= s_{3.992}, s_{\beta_2} = s_{3.280}, s_{\beta_3} = s_{3.276}, \\ s_{\beta_4} &= s_{2.871}, s_{\beta_5} = s_{2.176}, s_{\beta_6} = s_{1.790}.\end{aligned}$$

z_i 的具体计算过程如下:

$$\begin{aligned}z_1 &= \text{LHOWA}_{w, \varpi}(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = \\ &w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus \dots \oplus w_n s_{\beta_n} = \\ &w_1 s_{\beta_1} \oplus w_2 s_{\beta_2} \oplus w_3 s_{\beta_3} \oplus \\ &w_4 s_{\beta_4} \oplus w_5 s_{\beta_5} \oplus w_6 s_{\beta_6} = \\ &0.067 s_{3.280} \oplus 0.333 s_{3.276} \oplus \\ &0.333 s_{2.871} \oplus 0.267 s_{2.176} = s_{2.848}.\end{aligned}$$

按照同样的方法,最后可得出

$$z_2 = s_{3.069}, z_3 = s_{3.275}, z_4 = s_{4.006}, z_5 = s_{4.135}.$$

Step 5 各个煤矿综合评价值如下:

$$z_5 \succ z_4 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1.$$

4.2 结果分析

1) 利用传统的 EOWA 算子代替本文提出的 LHOWA 算子, Step 1 ~ Step 3 同上, Step 4 如下:

$$z_i = \text{EOWA}_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}).$$

由定义 2 得到 z_1 的具体计算过程为

$$\begin{aligned}z_1 &= \text{EOWA}_w(s_{\alpha_1}, s_{\alpha_2}, \dots, s_{\alpha_n}) = \\ &\text{EOWA}_w(s_3, s_2, s_2, s_5, s_3, s_3) = \\ &0.067 s_3 \oplus 0.333 s_3 \oplus 0.333 s_3 \oplus 0.267 s_2 = s_{2.733}.\end{aligned}$$

最终,用同样的方法计算其余聚合值,有

$$z_2 = s_{3.067}, z_3 = s_{3.733}, z_4 = s_{4.400}, z_5 = s_{4.400}.$$

综合评价值次序如下:

$$z_4 = z_5 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1.$$

2) 利用 EWAA 算子代替本文提出的 LHOWA 算子计算结果为

$$\begin{aligned}z_1 &= s_{2.919}, z_2 = s_{3.267}, z_3 = s_{3.863}, \\ z_4 &= s_{4.323}, z_5 = s_{4.417}.\end{aligned}$$

综合评价值次序如下:

$$z_5 \succ z_4 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1.$$

3) 利用 LOWGA 算子代替本文提出的 LHOWA 算子计算结果为

$$z_1 = s_{2.692}, z_2 = s_{3.058}, z_3 = s_{3.704},$$

$$z_4 = s_{4.373}, z_5 = s_{4.373}.$$

综合评价值次序如下:

$$z_4 = z_5 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1.$$

表 3 给出了各种聚合方法聚合结论.

表 3 各种聚合方法聚合结论

聚合算子	聚合结果
EOWA	$z_4 = z_5 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1$
EWAA	$z_5 \succ z_4 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1$
LOWGA	$z_4 = z_5 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1$
LHOWA	$z_5 \succ z_4 \succ z_3 \succ z_2 \succ z_1$

由表 3 可知,利用 4 种方法所得聚合结果基本一致,而采用不同聚合算子时,方案 5 与方案 4 的结果略有不同. EOWA、LOWGA 在本算例中的聚合结果完全相同,并且方案 5 和方案 4 聚合的综合值相等,均排列在第一位,导致不能选出最优方案;而 EWAA、LHOWA 在本算例中的聚合结果也完全相同,并且方案 5 的综合评价值大于方案 1 的,方案 5 排名第一,方案 4 排名第二,从而可以判断出二者的优劣.

分析其原因容易发现,方案 4 的评价集合为 $\{s_5, s_3, s_5, s_4, s_4, s_5\}$, 方案 5 的评价集合为 $\{s_5, s_5, s_4, s_4, s_5, s_3\}$, 二者在数据信息聚合过程的排序环节有相同的排序集合,即 $\{s_5, s_5, s_5, s_4, s_4, s_3\}$. 当利用 EOWA 算子和 LOWGA 算子进行聚合时,由于这两个算子不关注属性信息自身的权重,只关注属性信息所处位置的权重,即直接采取排序环节所得的集合参与运算,导致得到了相同的聚合结果,即 $z_5 = z_4$, 从而导致不能选择出最优方案. 当利用 EWAA 算子聚合时,因该算子仅仅考虑了数据信息自身的权重,且在数据信息聚合之前无排序环节,故聚合结果与 EOWA 算子、LOWGA 算子的不尽相同;虽然采用 EWAA 算子能够区分出方案 4 与方案 5 的优劣,但是其聚合过程中忽略了聚合信息所处位置的权重. 当利用本文所提出的 LHOWA 算子聚合信息时,先用各个方案评价集合中的数据信息依次与其相应的权重相乘,构成两个新的评价集合,而新集合实属两个不同的集合,在聚合过程中的排序环节不同,所得结果也就不同,所以利用 LHOWA 算子可以区分出方案 5 与方案 4 的优劣.

5 结 论

在多属性决策过程中通常会用到有序加权平均聚合(OWA)算子,然而,由于现实世界部分信息的不确定性以及决策者对一些信息的模糊性,部分信息不能用确切的数值表示,通常采用语言值描述.对此,本文在前人研究的基础上,提出了一种语言型混合有序加权平均聚合(LHOWA)算子,用于决策过程中聚合语言型的模糊信息,并且证明了聚合算子的一些基本性质定理;然后从理论上分析了该扩展聚合算子的科学性和合理性;最后通过一个算例的对比分析,证实了所提出聚合算子在语言型信息聚合时的优势,即在信息聚合过程中LHOWA算子不但考虑了聚合信息所处位置的权重,而且考虑了各个聚合信息自身的权重.

参考文献(References)

- [1] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1988, 18(2): 183-190.
- [2] Xu Z S, Da Q L. The ordered weighted geometric averaging operators[J]. Int J of Intelligent Systems, 2002, 17(10): 709-716.
- [3] 余高峰, 刘文奇, 李登峰. 基于折衷型变权向量的直觉语言决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(12): 2233-2240.
(Yu G F, Liu W Q, Li D F. Compromise type variable weight vector based method intuitionistic linguistic making decision[J]. Control and Decision, 2015, 30(12): 2233-2240.)
- [4] 李贯峰, 刘平, 李萍. 基于OWA算子的不确定模式匹配方法组合研究[J]. 计算机应用与软件, 2013, 30(12): 181-183.
(Li G F, Liu P, Li P. Study on OWA operator based uncertainty schema matching methods combinaton[J]. Computer Applications and Software, 2013, 30(12): 181-183.)
- [5] 董跃华, 郭士串. 结合权重因子和特征向量改进的混合聚类方法[J]. 计算机应用与软件, 2015, 32(11): 264-268.
(Dong Y H, Guo S C. Hybrid clustering method improved by combing weighting factor and feature vector[J]. Computer Applications and Software, 2015, 32(11): 264-268.)
- [6] 曾祥添, 李登峰, 余高峰. 面向偏好冲突的直觉模糊多属性群体决策方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 2018-2112.
(Zeng X T, Li D F, Yu G F. Intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision-making method for preference conflicting[J]. Control and Decision, 2015, 30(11): 2018-2112.)
- [7] Yao O Y. Improved minimax disparity model for obtaining OWA operator weights: Issue of multiple solutions[J]. Information Science, 2015, 320(11): 101-106.
- [8] Elham P, Mahdi A. BeeOWA: A novel approach based on ABC algorithm and induced OWA for constructing one class classifier ensembles[J]. Neurocomputing, 2015, 166(20): 367-381.
- [9] Wei C F, Pei Z, Li H M. An induced OWA operator in coal mine safety evaluation[J]. J of Computer and System Sciences, 2012, 78(12): 997-1005.
- [10] Amin G R, Emrouznejad A. Parametric aggregation in ordered weighted averaging[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2011, 52(6): 819-827.
- [11] Emrouznejad A. SAS/OWA: Ordered weighted averaging in SAS optimization[J]. Soft Computing, 2010, 14(2): 379-386.
- [12] Xu Z S. A practical approach to group decision making with linguistic information[R]. Chengdu: Business School, Sichuan University, 2003.
- [13] Li D F. Multiattribute group decision making method using extended linguistic variables[J]. Int J of Uncertain Fuzziness Knowledge-Based Systems, 2009, 17(6): 793-806.
- [14] Li D F. A new methodology for fuzzy multi-attribute group decision making with multi-granularity and non-homogeneous information[J]. Fuzzy Optim Decis Mak, 2010, 9(1): 83-103.
- [15] 孙晓玲, 王宁. 基于OWA算子的区间值加权模糊推理[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(10): 156-159.
(Sun X L, Wang N. Interval valued weighted reasoning based on OWA operator[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(10): 156-159.)
- [16] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations[J]. Information Science, 2004, 166(4): 175-182.
- [17] 李江. 煤矿动态安全评价及预测技术研究[D]. 徐州: 中国矿业大学安全工程学院, 2008: 21-26.
(Li J. Study on the dynamic safety evaluation and prediction technology in coal mine[D]. Xuzhou: School of Safety Engineering, China University of Mining and Technology, 2008: 21-26.)

(责任编辑: 李君玲)