

基于滑模控制法的不确定复杂网络间有限时间组合同步

张 檬, 韩 敏[†]

(大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 将组合同步的概念引入到复杂网络, 针对4个不确定复杂网络间的有限时间组合同步问题进行研究; 将同时受到未知参量及不确定扰动影响的4个复杂网络按照 $A+B+C-D$ 的形式进行组合; 基于滑模控制原理及有限时间稳定性理论, 设计网络滑模面及控制输入, 得到实现同步的充分条件. 最后通过数值仿真验证所提方法的有效性.

关键词: 组合同步; 复杂网络; 滑模控制; 有限时间

中图分类号: O231.5; TP273.2

文献标志码: A

Finite-time combination synchronization of uncertain complex networks based on sliding mode control method

ZHANG Meng, HAN Min[†]

(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: The concept of combination synchronization is introduced into complex network, for investigating finite-time combination synchronization of four uncertain complex networks. Four complex networks, which are effected by unknown parameters and uncertain disturbances at the same time, are combined as the form of $A+B+C-D$. Based on the sliding mode control principle and finite time stability theory, the sufficient conditions of synchronization are obtained with designing appropriate network sliding mode surface and control inputs. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: combination synchronization; complex networks; sliding mode control; finite-time

0 引 言

复杂网络^[1]是复杂性科学的重要分支. 同步现象^[2]是复杂网络的典型动力学行为之一, 因其独特的应用潜力, 受到人们的广泛关注. 现有同步研究多局限于网络在无限时间内的渐近同步^[3-4], 缺少同步时间的讨论. 但在实际中, 特别是混沌通信领域中, 提前掌握并尽量缩短同步时间, 有助于增强信息传输的安全性. 与渐近同步相比, 有限时间同步可计算到达同步的最大时间, 更快地完成稳定收敛, 实现最优控制^[5-6].

近年来, 组合同步作为一种较为新颖的同步类型引起了人们的研究兴趣^[7-8]. 然而, 现有的研究成果一般针对混沌系统^[9-10], 对于复杂网络间的组合同步问题尚缺少相关研究. 本文考虑将4个复杂网络作为研究对象, 以 A 、 B 、 C 、 D 四个比例因子为桥梁, 按驱

动-响应的思路进行组合, 探究多个网络之间的同步动态关系. 这种比例因子的同步形式, 在安全通信中应用广泛 (例如投影同步^[11]). 多网络的组合模型可将传输信号分割成几个部分, 每个部分加载在不同的驱动网络区间进行传输, 这显然比一对一的传播模型更具安全性.

本文在文献[7]和文献[9]的基础上, 将组合同步的思路引入复杂网络, 综合考虑未知参量、不确定扰动及关键参量的选取对同步结果的影响. 采用强鲁棒性的滑模控制法进行同步控制, 所提出的带有积分项的非奇异终端滑模面可以克服文献[12]中滑模面在零点的奇异性. 所提方法的优势在于系统稳定性仅取决于滑模面及相关参量的设定, 对未知参量及外界干扰不灵敏, 可以较好地克服扰动影响, 并计算得到收敛时间, 实现快速响应.

收稿日期: 2016-08-09; 修回日期: 2016-11-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374154).

作者简介: 张檬(1988—), 女, 博士生, 从事复杂网络、同步控制的研究; 韩敏(1959—), 女, 教授, 博士生导师, 从事控制理论、神经网络预测等研究.

[†]通讯作者. E-mail: minhan@dlut.edu.cn

1 网络模型与预备条件

考虑4个含有未知参量及不确定扰动项的复杂网络模型

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = f(\mathbf{x}_i(t)) + F(\mathbf{x}_i(t))\alpha_{1i} + \Delta f(\mathbf{x}_i(t)) + \sum_{j=1}^N p_{ij}\mathbf{x}_j(t), \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{y}}_i(t) = g(\mathbf{y}_i(t)) + G(\mathbf{y}_i(t))\alpha_{2i} + \Delta g(\mathbf{y}_i(t)) + \sum_{j=1}^N p_{ij}\mathbf{y}_j(t), \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{z}}_i(t) = h(\mathbf{z}_i(t)) + H(\mathbf{z}_i(t))\alpha_{3i} + \Delta h(\mathbf{z}_i(t)) + \sum_{j=1}^N p_{ij}\mathbf{z}_j(t), \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_i(t) = l(\mathbf{w}_i(t)) + L(\mathbf{w}_i(t))\alpha_{4i} + \Delta l(\mathbf{w}_i(t)) + \sum_{j=1}^N p_{ij}\mathbf{w}_j(t) + u_i(t). \quad (4)$$

其中: $\mathbf{x}_i(t), \mathbf{y}_i(t), \mathbf{z}_i(t), \mathbf{w}_i(t) \in R^n (i = 1, 2, \dots, N)$ 分别为网络中第 i 个节点的 n 维状态变量; $f, g, h, l: R^n \rightarrow R^n$ 为非线性光滑函数; $F: R^n \rightarrow R^{n \times m_1}, G: R^n \rightarrow R^{n \times m_2}, H: R^n \rightarrow R^{n \times m_3}, L: R^n \rightarrow R^{n \times m_4}$; $\alpha_{1i} \in R^{m_1}, \alpha_{2i} \in R^{m_2}, \alpha_{3i} \in R^{m_3}, \alpha_{4i} \in R^{m_4}$ 为节点状态方程中的未知参量; $\Delta f(\mathbf{x}_i(t)), \Delta g(\mathbf{y}_i(t)), \Delta h(\mathbf{z}_i(t))$ 和 $\Delta l(\mathbf{w}_i(t))$ 为不确定扰动项; $P = [p_{ij}]_{N \times N}$ 为网络的外部耦合矩阵, 表示该网络的拓扑结构; $u_i(t) \in R^n$ 为需要设计的组合同步控制器。

定义1 定义网络间的误差函数 $\mathbf{e}_i(t) = A\mathbf{x}_i(t) + B\mathbf{y}_i(t) + C\mathbf{z}_i(t) - D\mathbf{w}_i(t)$, $A, B, C, D \in R^{n \times n}, D \neq 0$. 若存在某一时刻 $t_1 > 0$, 使得对任意 $i, j = 1, 2, \dots, N, t \geq t_1$ 有 $\lim_{t \rightarrow t_1} \|\mathbf{e}_i(t)\| = 0$ 恒成立, 此时4个网络实现在有限时间 t_1 内的组合同步。

假设1 假设未知参量 $\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \alpha_{3i}, \alpha_{4i}$ 有界, 满足 $\|\alpha_{1i}\| \leq \delta_{\alpha_{1i}}, \|\alpha_{2i}\| \leq \delta_{\alpha_{2i}}, \|\alpha_{3i}\| \leq \delta_{\alpha_{3i}}, \|\alpha_{4i}\| \leq \delta_{\alpha_{4i}}$, 其中 $\delta_{\alpha_{1i}}, \delta_{\alpha_{2i}}, \delta_{\alpha_{3i}}, \delta_{\alpha_{4i}}$ 为已知的正常数。

假设2 假设未知的不确定扰动项同样有界, 存在常数 $k > 0$, 满足 $\|A\Delta f(\mathbf{x}_i(t)) + B\Delta g(\mathbf{y}_i(t)) + C\Delta h(\mathbf{z}_i(t)) - D\Delta l(\mathbf{w}_i(t))\| \leq k$, 即 $\|\Omega\| \leq k$ 成立。

2 有限时间滑模控制器的设计与同步分析

利用滑模控制理论实现同步控制的主要步骤:

1) 选择适当的网络滑模面; 2) 设计控制器 $u_i(t)$, 使受控系统沿着滑模面向同步态运动。

2.1 滑模面的设计及稳定性分析

根据控制目标, 选取网络滑模面的形式如下:

$$\mathbf{s}_i(t) = \beta_i \mathbf{e}_i(t) + \int_0^t \text{sgn}(\mathbf{e}_i(\varphi)) |\mathbf{e}_i(\varphi)|^\varepsilon d\varphi. \quad (5)$$

其中: $\mathbf{s}_i(t) \in R, \beta_i > 0, 0 < \varepsilon < 1$, 滑模面满足条件 $\mathbf{s}_i(t) = \dot{\mathbf{s}}_i(t) = 0$, 可以变换得到

$$\dot{\mathbf{e}}_i(t) = -\frac{1}{\beta_i} \text{sgn}(\mathbf{e}_i(t)) |\mathbf{e}_i(t)|^\varepsilon. \quad (6)$$

定理1 滑模动态系统(5)可以实现有限时间 t_2 内的渐近稳定. t_2 满足

$$t_2 \leq t_0 + \frac{V_1^{1-\varepsilon/2}(t_0)}{(1-\varepsilon)\rho^{2^{1-\varepsilon/2}}}. \quad (7)$$

其中: $\rho = \min\{1/\beta_i\}, i = 1, 2, \dots, N; t_0$ 为初始时刻。

证明 选取如下的Lyapunov函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{e}_i(t). \quad (8)$$

对 $V_1(t)$ 求导, 且 $\text{sgn}(\mathbf{e}_i(t)) = |\mathbf{e}_i(t)|/|\mathbf{e}_i(t)|$, 得到

$$\dot{V}_1(t) = \sum_{i=1}^N -\frac{1}{\beta_i} |\mathbf{e}_i(t)|^{\varepsilon+1} \leq -\rho \sum_{i=1}^N |\mathbf{e}_i(t)|^{\varepsilon+1}. \quad (9)$$

根据文献[5]中的引理2(后文简称引理2), 可以得到

$$\dot{V}_1(t) \leq -2^{\varepsilon+1/2} \rho V_1^{\varepsilon+1/2}(t). \quad (10)$$

根据文献[5]中的引理1(后文简称引理1), 滑模系统实现稳定的时间 t_2 为

$$t_2 \leq t_0 + \frac{V_1^{1-\varepsilon/2}(t_0)}{(1-\varepsilon)\rho^{2^{1-\varepsilon/2}}}. \quad (11)$$

由此定理成立. $\square$

2.2 有限时间滑模控制器设计

定义2 当假设1和假设2成立时, 设计组合控制器及未知参量自适应律如下:

$$u_i(t) = D^{-1} \left[\Psi + \Lambda - \sum_{j=1}^N p_{ij} \mathbf{e}_j(t) + \frac{1}{\beta_i} \text{sgn}(\mathbf{e}_i(t)) |\mathbf{e}_i(t)|^\varepsilon + \Pi + k_i \text{sgn}(\mathbf{s}_i(t)) + \frac{\lambda_i \mathbf{s}_i(t)}{\|\mathbf{s}_i(t)\|} \right]. \quad (12)$$

其中

$$\Psi = A f(\mathbf{x}_i(t)) + B g(\mathbf{y}_i(t)) + C h(\mathbf{z}_i(t)) - D l(\mathbf{w}_i(t)),$$

$$\Lambda = A F(\mathbf{x}_i(t)) \hat{\alpha}_{1i}(t) + B G(\mathbf{y}_i(t)) \hat{\alpha}_{2i}(t) +$$

$$C H(\mathbf{z}_i(t)) \hat{\alpha}_{3i}(t) - D L(\mathbf{w}_i(t)) \hat{\alpha}_{4i}(t),$$

$$\Omega = A \Delta f(\mathbf{x}_i(t)) + B \Delta g(\mathbf{y}_i(t)) +$$

$$C \Delta h(\mathbf{z}_i(t)) - D \Delta l(\mathbf{w}_i(t)),$$

$$\Pi = \gamma \left(\frac{\|\hat{\alpha}_{1i}(t)\| + \delta_{\alpha_{1i}}}{\sqrt{\eta_{1i}}} + \frac{\|\hat{\alpha}_{2i}(t)\| + \delta_{\alpha_{2i}}}{\sqrt{\eta_{2i}}} + \frac{\|\hat{\alpha}_{3i}(t)\| + \delta_{\alpha_{3i}}}{\sqrt{\eta_{3i}}} + \frac{\|\hat{\alpha}_{4i}(t)\| + \delta_{\alpha_{4i}}}{\sqrt{\eta_{4i}}} \right) \left(\frac{\mathbf{s}_i(t)}{\beta_i \|\mathbf{s}_i(t)\|^2} \right),$$

$\gamma = \min\{\lambda_i \beta_i\} > 0, k_i$ 和 λ_i 为正常量, $S = [\mathbf{s}_1(t), \mathbf{s}_2(t), \dots, \mathbf{s}_N(t)]$. 4个网络中未知参量的自适应律为

$$\dot{\hat{\alpha}}_{1i}(t) = \eta_{1i} F^T(\mathbf{x}_i(t)) A \beta_i \mathbf{s}_i(t),$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_{2i}(t) = \eta_{2i} G^T(\mathbf{y}_i(t)) B \beta_i \mathbf{s}_i(t),$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_{3i}(t) = \eta_{3i} H^T(\mathbf{z}_i(t)) C \beta_i \mathbf{s}_i(t),$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_{4i}(t) = -\eta_{4i} L^T(\mathbf{w}_i(t)) D \beta_i \mathbf{s}_i(t), \quad (13)$$

其中 $\eta_{1i}, \eta_{2i}, \eta_{3i}, \eta_{4i}$ 为正常量. $\hat{\alpha}_{1i}(t), \hat{\alpha}_{2i}(t), \hat{\alpha}_{3i}(t)$ 和 $\hat{\alpha}_{4i}(t)$ 为未知参量 $\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \alpha_{3i}$ 和 α_{4i} 的自适应估

计值.

定理2 在定义2的条件下,状态系统在有限时间 t_3 内运动到滑模面,4个复杂网络可以实现有限时间的组合同步, t_3 满足 $t_3 \leq t_0 + \sqrt{2}V_2^{1/2}(t_0)/\gamma$.

证明 选取如下的Lyapunov函数:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i^T(t) \mathbf{s}_i(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{1i}} \bar{\alpha}_{1i}^T(t) \bar{\alpha}_{1i}(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{2i}} \bar{\alpha}_{2i}^T(t) \bar{\alpha}_{2i}(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{3i}} \bar{\alpha}_{3i}^T(t) \bar{\alpha}_{3i}(t) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{4i}} \bar{\alpha}_{4i}^T(t) \bar{\alpha}_{4i}(t) \right]. \quad (14)$$

其中: $\bar{\alpha}_{1i}(t) = \alpha_{1i} - \hat{\alpha}_{1i}(t)$, $\bar{\alpha}_{2i}(t) = \alpha_{2i} - \hat{\alpha}_{2i}(t)$, $\bar{\alpha}_{3i}(t) = \alpha_{3i} - \hat{\alpha}_{3i}(t)$, $\bar{\alpha}_{4i}(t) = \alpha_{4i} - \hat{\alpha}_{4i}(t)$. 对 $V_2(t)$ 求导,代入滑模面的导数 $\dot{\mathbf{s}}_i(t)$,有

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{s}_i^T(t) (\beta_i \dot{\mathbf{e}}_i(t) + \text{sgn}(\mathbf{e}_i(t)) |\mathbf{e}_i(t)|^\varepsilon) - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{1i}} \bar{\alpha}_{1i}^T(t) \dot{\bar{\alpha}}_{1i}(t) - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{2i}} \bar{\alpha}_{2i}^T(t) \dot{\bar{\alpha}}_{2i}(t) - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{3i}} \bar{\alpha}_{3i}^T(t) \dot{\bar{\alpha}}_{3i}(t) - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{4i}} \bar{\alpha}_{4i}^T(t) \dot{\bar{\alpha}}_{4i}(t) \right]. \quad (15) \end{aligned}$$

根据预设网络模型得到误差系统的导数,代入控制器(12)和未知参量的自适应律(13),根据假设2,可以进一步变换得到

$$\dot{V}_2(t) \leq \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{s}_i^T(t) \beta_i \left(-\frac{\lambda_i \mathbf{s}_i(t)}{\|\mathbf{s}_i(t)\|} - \Pi \right) \right]. \quad (16)$$

由于 $\sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i^T(t) (\mathbf{s}_i(t)/\|S\|^2) = 1$,根据假设1,可得

$$\begin{aligned} -\delta_{\alpha_{1i}} + \|\hat{\alpha}_{1i}(t)\| &\leq -\|\alpha_{1i} - \hat{\alpha}_{1i}(t)\|, \\ -\delta_{\alpha_{2i}} + \|\hat{\alpha}_{2i}(t)\| &\leq -\|\alpha_{2i} - \hat{\alpha}_{2i}(t)\|, \\ -\delta_{\alpha_{3i}} + \|\hat{\alpha}_{3i}(t)\| &\leq -\|\alpha_{3i} - \hat{\alpha}_{3i}(t)\|, \\ -\delta_{\alpha_{4i}} + \|\hat{\alpha}_{4i}(t)\| &\leq -\|\alpha_{4i} - \hat{\alpha}_{4i}(t)\|. \end{aligned}$$

因为 $\eta_{1i}, \eta_{2i}, \eta_{3i}, \eta_{4i}$ 取正常量,根据引理2^[5],可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & -\frac{\sqrt{2}}{2} \gamma \left(\sum_{i=1}^N \|\mathbf{s}_i(t)\|^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{1i}} \|\bar{\alpha}_{1i}(t)\|^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{2i}} \|\bar{\alpha}_{2i}(t)\|^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{3i}} \|\bar{\alpha}_{3i}(t)\|^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_{4i}} \|\bar{\alpha}_{4i}(t)\|^2 \right) = \\ & -\sqrt{2}V_2^{1/2}(t). \quad (17) \end{aligned}$$

基于Lyapunov稳定性理论,误差系统最终趋近于 $\mathbf{s}_i(t) = 0$ 的滑模面. 根据引理1^[5],得到到达滑模面所需时间为 $t_3 \leq t_0 + \sqrt{2}V_2^{1/2}(t_0)/\gamma$. 根据定义1,4个网络实现有限的时间内的组合同步,网络中的未知

参量可同时正确估计. $\square$

注1 根据定理1和定理2的内容,驱动网络(1)、(2)、(3)与响应网络(4)在 $t \rightarrow t_1$ 时可以实现完全同步,其中同步时间满足 $t_1 \leq t_2 + t_3$.

3 数值仿真

选取全参量未知的Lorenz系统、Lv系统、Chen系统及Rossler系统分别构造5个节点的复杂网络进行仿真实验,网络的拓扑结构选取为

$$p_{ij} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & 6 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

扰动项任取为

$$\begin{aligned} \Delta f(x_i(t)) &= \text{diag}(0.1 \sin(x_{i1}), 0.2 \sin(x_{i2}), -0.1 \sin(x_{i3})), \\ \Delta g(y_i(t)) &= \text{diag}(-0.1 \cos(y_{i1}), -0.2 \cos(y_{i2}), 0.1 \cos(y_{i3})), \\ \Delta h(z_i(t)) &= \text{diag}(0.1 \sin(z_{i1}), -0.2 \cos(z_{i2}), 0.1 \sin(z_{i3})), \\ \Delta l(w_i(t)) &= \text{diag}(0.1 \sin(w_{i1}), -0.2 \cos(w_{i2}), 0.3 \sin(w_{i3})). \end{aligned}$$

注2 对于控制器(12)中 $\mathbf{s}_i(t)/\|S\|$ 和 $\mathbf{s}_i(t)/\|\mathbf{s}_i(t)\|$ 项,当 $\mathbf{s}_i(t) \rightarrow 0$ 时,将会趋于无穷大. 为避免此问题,在实际中考虑加入一个充分小的正常数 κ ,使此两项替换为 $\mathbf{s}_i(t)/\|S + \kappa\|$ 和 $\mathbf{s}_i(t)/\|\mathbf{s}_i(t) + \kappa\|$.

选取 $A = \text{diag}(1, -2, -2)$, $B = \text{diag}(-2, 1, 2)$, $C = \text{diag}(-2, -1, 3)$, $D = \text{diag}(1, 1, 1)$. 满足假设1, 限制各参量有界,取 $\delta_{\alpha_{1i}} = 40.67, \delta_{\alpha_{2i}} = 59, \delta_{\alpha_{3i}} = 66, \delta_{\alpha_{4i}} = 5.9$. 满足假设2,取 $k = 100$. 注2中引入充分小的 κ ,选取 $\kappa = 0.01$. 参量 $\lambda_i = 1, \beta_i = 0.5, \varepsilon = 0.5, \gamma = 0.01, \eta_{1i} = \eta_{2i} = \eta_{3i} = \eta_{4i} = 1$. 根据式(12)和(13),得到仿真结果. 图1显示网络滑模面随着时间的变化迅速稳定于零点.

引入平均误差作为评价指标,定义如下:

$$E(t) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \|\mathbf{e}_i(t)\|^2 \right) / N}, \quad (19)$$

这里 $N = 5$. 通过模拟误差随时间的演化规律,验证所提方法的正确性,并探讨关键参量 β_i 的选取对同步速率的影响. 从图2可以看出,平均误差在参量 β_i 取不同值时,均可平稳趋近于零且平滑无抖振产生,说明所提方法能够有效实现有限时间的组合同步. 同时可以看出,随着 β_i 取值的增加,同步速度变快,同步时间变短. 另外,对比定理2中 β_i 与 t_3 为反比关系,可以看出仿真结果与原理推导结果相一致.

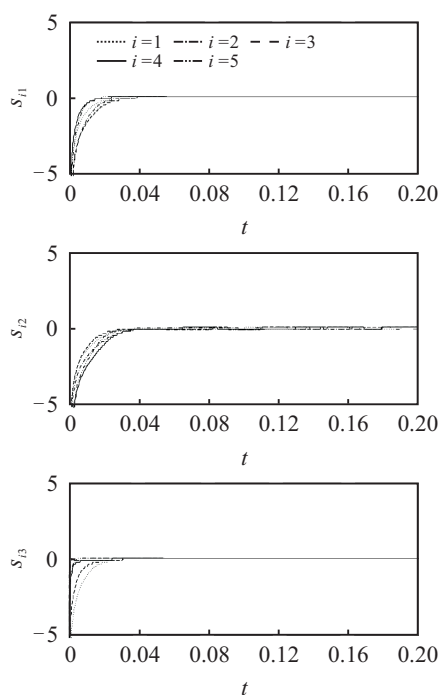
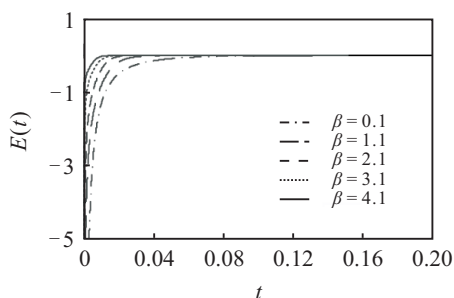
图1 网络滑模面 $s_i(t)$ 随时间的演化过程

图2 平均误差随时间的演化过程

图3为4个网络中全部未知参量的自适应过程. 各节点参量的曲线轨迹快速收敛, 自适应估计得到各参量真值: $\alpha_{11} = 10, \alpha_{12} = 28, \alpha_{13} = 8/3, \alpha_{21} = 36, \alpha_{22} = 20, \alpha_{23} = 3, \alpha_{31} = 35, \alpha_{32} = 3, \alpha_{33} = 28, \alpha_{41} = 0.2, \alpha_{42} = 5.7$.

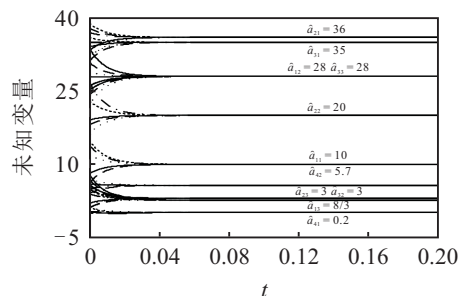


图3 网络未知参量的自适应过程

4 结论

本文提出了一种滑模控制方法, 实现了4个具有不确定性复杂网络间的 $A+B+C-D$ 型有限时间组合同步控制, 并完成了网络中未知参量的自适应估计. 文中将组合同步思想从混沌系统推广到复杂网络, 所提方法可有效克服网络中未知参量及不确定扰

动的影响, 实现短时间内的快速响应, 具有较好的同步效果及鲁棒性能. 仿真验证了理论推导的正确性, 同时揭示了关键参量 β_i 的取值与同步速率的关系.

参考文献(References)

- [1] Strogatz S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(6825): 268-276.
- [2] Arenas A, Díaz-Guilera A, Kurths J, et al. Synchronization in complex networks[J]. Physics Reports, 2008, 469(3): 93-153.
- [3] Yang X, Cao J. Exponential synchronization of delayed neural networks with discontinuous activations[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2013, 60(9): 2431-2439.
- [4] 张丽丽, 王银河, 王钦若. 不同维数非线性节点非线性耦合复杂动态网络渐近同步[J]. 控制与决策, 2014, 29(3): 537-540.
(Zhang L L, Wang Y H, Wang Q R. Asymptotic synchronization for nonlinear coupled complex dynamical networks with different-dimension nonlinear nodes[J]. Control and Decision, 2014, 29(3): 537-540.)
- [5] Mei J, Jiang M, Wang J. Finite-time structure identification and synchronization of drive-response systems with uncertain parameter[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(4): 999-1015.
- [6] Velmurugan G, Rakkiyappan R, Cao J. Finite-time synchronization of fractional-order memristor-based neural networks with time delays[J]. Neural Networks, 2016, 73: 36-46.
- [7] Runzi L, Yinglan W, Shucheng D. Combination synchronization of three classic chaotic systems using active backstepping design[J]. Chaos: An Int J of Nonlinear Science, 2011, 21(4): 1-6.
- [8] Ojo K S, Njah A N, Olusola O I, et al. Generalized reduced-order hybrid combination synchronization of three Josephson junctions via backstepping technique[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 77(3): 583-595.
- [9] Sun J, Shen Y, Wang X, et al. Finite-time combination-combination synchronization of four different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode control[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76(1): 383-397.
- [10] Zhou X, Jiang M, Huang Y. Combination synchronization of three identical or different nonlinear complex hyperchaotic systems[J]. Entropy, 2013, 15(9): 3746-3761.
- [11] Han M, Zhang M, Zhang Y. Projective synchronization between two delayed networks of different sizes with nonidentical nodes and unknown parameters[J]. Neurocomputing, 2016, 171(1): 605-614.
- [12] Wang H, Han Z, Xie Q, et al. Finite-time chaos control via nonsingular terminal sliding mode control[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(6): 2728-2733.

(责任编辑: 齐 霁)