

具有双边随机时延和丢包的网络控制系统稳定性分析

刘义才^{1,2†}, 刘 斌¹, 张 永¹, 李维刚¹

(1. 武汉科技大学 信息科学与工程学院, 武汉 430081; 2. 武汉商学院 机电工程与汽车服务学院, 武汉 430056)

摘 要: 针对具有双边随机网络时延和丢包的网络控制系统, 首先基于 Markov 的随机过程描述系统丢包的特性; 然后利用系统增广矩阵的方法建立参数不确定的离散时间跳变系统模型, 在考虑 Markov 链转移概率矩阵中部分元素未知甚至完全未知的条件下, 采用 Lyapunov 稳定理论和随机理论的分析方法, 设计依赖于丢包特性且满足系统均方稳定要求的时变控制器; 最后通过数值算例仿真表明所提出方法的有效性。

关键词: 网络控制系统; 时延; 丢包; 时变控制器; 随机均方稳定

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Stability analysis for networked control systems with bilateral random delay and packet dropout

LIU Yi-cai^{1,2†}, LIU Bin¹, ZHANG Yong¹, LI Wei-gang¹

(1. Institute of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; 2. Department of Mechatronics Engineering and Automotive Services, Wuhan Business University, Wuhan 430056, China)

Abstract: This paper investigates the stochastic mean square stability for the networked control systems with bilateral random network and packet dropout. Firstly, the stochastic characteristic of packet dropout is described as the Markov process, and the Markov jump systems with uncertain parameters are modeled by using the method of system augmented matrix. Then under the condition of taking into account the incomplete Markovian transition probability matrix, the necessary and sufficient criterias of stabilization are obtained based on the theory of Lyapunov stability and stochastic process. Simultaneously, the time varying controller is designed to guarantee the stochastic mean square stability of such systems. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: networked control systems; time delay; packet dropout; time-varying controller; stochastic mean square stability

0 引 言

网络控制系统(NCSs)是一种伴随着网络技术不断发展而产生的分布式实时反馈控制系统, 通信网络将分布在不同地域的传感器、执行器和控制器进行互连, 从而形成闭环反馈回路。相对于传统的点对点控制系统, NCSs 更易于设计成大规模系统, 且具有容易安装和维护、布局布线方便、高度灵活性等优点, 已广泛应用于工业控制网络、传感器网络、远程医疗、无人机和基因调控网络等领域。然而, 在带宽有限的网络中, 受到协议类型、拓扑结构、传输速率, 特别是负载的变化等因素的影响, 在数据传输的过程中不可避免地会产生随机网络时延和丢包, 给控制系统带来

不利影响, 甚至破坏其稳定性, 因此成为目前 NCSs 分析和设计主要考虑的问题^[1-3]。

针对 NCSs 中存在时延和丢包的情形, 文献[4-7]采用带有事件约束率的异步动态系统描述 NCSs 中的数据丢包, 在需要求解双线性矩阵不等式的前提下, 给出了系统满足指数稳定的充分条件。对于网络存在确定性时延和连续丢包有界的情形, 文献[8-9]将其等效为时变时滞系统, 给出了系统状态渐近稳定的充分条件。也有很多学者采用切换系统的分析方法^[10-11]对 NCSs 中的时延和丢包问题进行研究^[12-16], 但是文献[12]未考虑网络中的时延, 仅考虑了数据丢包问题; 文献[13]考虑了采样周期内部分范围随机时

收稿日期: 2016-08-13; 修回日期: 2017-01-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61104027).

作者简介: 刘义才(1982—), 男, 博士生, 从事网络控制系统、预测控制的研究; 刘斌(1972—), 女, 教授, 博士生导师, 从事网络控制系统、复杂系统建模及数据挖掘等研究。

[†]通讯作者. E-mail: liuyicai-0015@163.com

变时延问题;文献[14]将随机时延考虑为确定短时延;文献[15-16]对系统内的控制器和执行器均采用缓冲器的方法实现时间驱动,人为地增加了系统时延的大小.

Markov离散时间跳变系统由于能够有效描述参数和结构随时间变化而表现出不同的系统模态以及刻画它们之间的跳变关系,得到了广泛的应用,例如在经济领域的预测与决策、通讯系统、无线伺服控制、飞行器控制等领域,广泛的应用背景使其成为目前国内外学者研究的热点^[17-21].由于在带宽有限的网络控制系统中,不可避免地会产生随机网络时延和丢包,到达系统对象控制量的形式和数量将会在各个采样周期时间内不相同,从而系统表现出不同的工作模态,许多文献采用Markov随机过程描述NCSs中时延在离散时间域内随机跳变,或者系统随机丢包的特性,取得了许多有价值的成果,其中文献[22-26]考虑的是Markov链转移概率矩阵中元素全部已知的情况.然而,在实际的通信网络中,网络时延和丢包是随机的,Markov链转移概率矩阵中的元素很难全部精确得到,或者需要付出很高的成本,一般情况下只能得到其估计值或部分概率.因此在NCSs中,基于Markov链转移概率矩阵中的元素部分未知甚至完全未知时的条件进行系统分析和设计则更具有实际意义.文献[27]未考虑NCSs的时延,仅针对NCSs中受控对象模型的随机切换和通信过程中的丢包问题,利用具有两个独立Markov链的离散时间Markov跳变系统进行建模,在该Markov跳变系统模态转移概率矩阵部分元素未知的情况下,给出了系统可镇定的充要条件和状态反馈控制器的设计方法.文献[28]利用变采样周期的方法,在状态转移概率部分未知的系统丢包随机特性的条件下,研究了NCSs的镇定问题.文献[29]将传感器与控制器、控制器与执行器之间存在丢包的NCSs建模为Markov离散时间跳变系统,给出了 H_∞ 状态反馈控制器的设计方法.文献[30-31]针对具有有限离散时间域的网络时延NCSs,将时延跳变特性建模为有限状态的Markov链,并在转移概率矩阵中元素部分未知时,分别研究了系统的 H_∞ 和状态反馈控制问题.

基于以上分析,本文更为一般化地考虑了在NCSs中传感器到控制器(S-C)和控制器到执行器(C-A)存在双边随机的时变网络时延和丢包情况,结合系统数据丢包的随机特点,建立了基于Markov的参数不确定性离散时间跳变系统模型,同时给出了满足系统随机均方稳定条件以及依赖于系统丢包随机特

性的时变控制器设计方法.最后通过数值算例仿真表明了为解决双边随机时变网络时延和丢包问题方面,所提出方法是有效的.

1 问题描述和系统建模建立

对如图1所示的具有双边随机时变网络时延和丢包的NCSs作如下合理假定:

- 1) 传感器采用周期为 T 的时间驱动模式;
- 2) 控制器和执行器均采用事件驱动,当有新的数据信息到达时,立刻执行相关操作,并且执行器采用零阶保持器输出;
- 3) 忽略控制器的计算时间以及执行器读取缓冲器数据的时间,仅考虑从S-C和C-A随机时变传输时延 τ_k^{sc}, τ_k^{ca} ,并且满足 $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} < T$;
- 4) 由于执行器、控制对象和传感器都在本地,传感器可将当前的对象状态信息和执行器最近3次输出给对象的控制量打包一并传输给控制器;
- 5) 网络数据单包传输,且带有时间戳信息,系统状态可测且连续丢包最大为 $\bar{d}$.

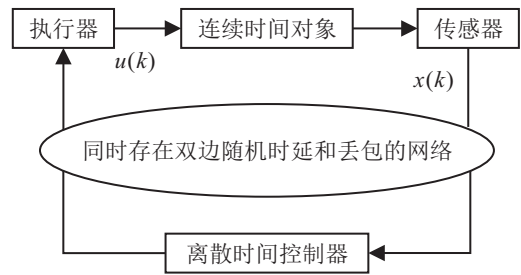


图1 具有双边随机时延和丢包的NCSs结构

设系统连续时间被控对象的状态空间模型为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为对象状态, $u(t) \in \mathbf{R}$ 为系统输入, A 和 B 为适当维数的系数矩阵.

图2为具有双边随机网络时延和丢包的NCSs信号时序图,将其描述为以下模型:

- 1) 在当前周期 $[(k+4)T, (k+5)T]$ 和前一个周期 $[(k+3)T, (k+4)T]$ 均未发生丢包,给出当前系统工作模型 $S^{(0)}$

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma_0(\tau_k)u(k) + \Gamma_1(\tau_k)u(k-1).$$

其中

$$\Phi = e^{AT}, \quad \Gamma_0(\tau_k) = \int_0^{T-\tau_k} e^{As} ds \cdot B,$$

$$\Gamma_1(\tau_k) = \int_{T-\tau_k}^T e^{As} ds \cdot B.$$

- 2) 在 $[(k+1)T, (k+2)T]$ 和 $[(k+2)T, (k+3)T]$ 周期,包括当前周期在内已经连续发生了 $n(1 \leq n \leq \bar{d})$ 次丢包.此处,相对地取 $n=1$ 和 $n=$

2, 给出当前周期的系统工作模型 $S_n^{(1)}$

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma_2 u(k-n),$$

其中 $\Gamma_2 = \int_0^T e^{As} ds \cdot B$.

3) 在当前周期 $[(k+3)T, (k+4)T]$ 没有发生丢包, 而之前已经连续发生 n ($1 \leq n \leq \bar{d}$) 次丢包, 给出当前系统工作模型 $S_n^{(2)}$

$$x(k+1) =$$

$$\Phi x(k) + \Gamma_0(\tau_k)u(k) + \Gamma_1(\tau_k)u(k-1-n).$$

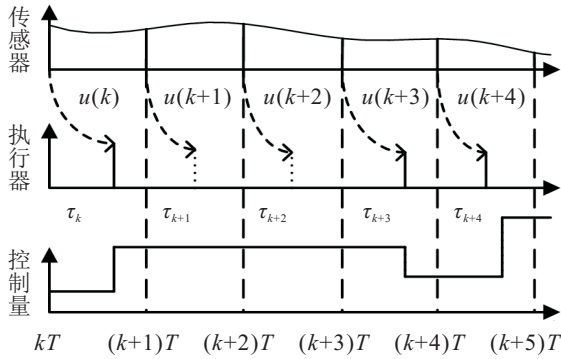


图2 具有双边随机网络时延和丢包的NCSs信号时序

从以上分析可以看出, 系统在每个采样周期内只能处于 $S^{(0)}$ 、 $S_n^{(1)}$ 和 $S_n^{(2)}$ 工作模型状态中的某一个. 当系统的丢包上界为 $\bar{d}$ 时, 系统存在着 $2\bar{d} + 1$ 个子系统. 在外界网络负载等条件发生变化时, 系统将会在各个子系统之间进行跳变. 区别于文献[13-14]采用基于平均驻留时间的切换系统分析方法, 本文将系统的跳变特性描述为一个基于 Markov 的随机过程, 则系统所处的子系统状态将由 Markov 链的状态控制.

令 $\sigma_k \in \bar{\lambda} = \{0, 1, \dots, 2\bar{d}\}$ 为 Markov 链的状态, 有

$\sigma_k = 0 \rightarrow$ 系统处于 $S^{(0)}$;

$\sigma_k = n \in \{1, 2, \dots, \bar{d}\} \rightarrow$ 系统处于 $S_n^{(1)}$;

$\sigma_k = \bar{d} + n \in \{\bar{d} + 1, \dots, 2\bar{d}\} \rightarrow$ 系统处于 $S_n^{(2)}$.

当网络负载条件等因素发生变化时, 网络丢包状态将随之改变, Markov 链的状态将从 σ_k 转变为 σ_{k+1} , 相应的系统也会发生跳变.

设 $\Pr\{\sigma_{k+1} = j | \sigma_k = i\} = \pi_{ij}$ 为上述 Markov 链的一步状态转移概率. 假设当前周期未发生丢包, 上一个周期也未发生丢包, 因此当前状态对应为 $S^{(0)}$; 如果下一个周期仍未发生丢包, 则对应下一个状态仍然为 $S^{(0)}$; 反之, 如果下一个周期发生丢包, 则对应状态为 $S_1^{(1)}$. 因此, 系统丢包状态不是任意跳变的. 假设系统丢包上界为 $\bar{d} = 2$, 则系统状态之间的转移关系可描述为如图3所示的过程.

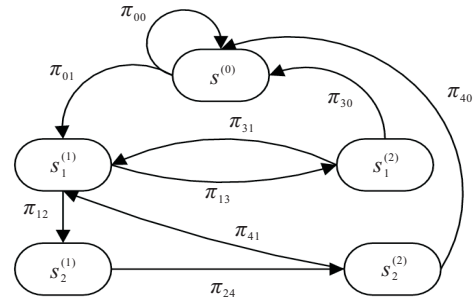


图3 系统状态转移过程

由于通信网络的属性, 一般很难获取状态转移矩阵中所有的转移概率. 本文更为一般化地考虑状态转移矩阵 π 中只有部分元素可以得到的情况, 例如一步状态概率转移矩阵为

$$\pi = \begin{bmatrix} (\pi_{00}) & (\pi_{01}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi_{12} & \pi_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{24} \\ (\pi_{30}) & (\pi_{31}) & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{40} & \pi_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

其中 $(\cdot)$ 表示矩阵元素为未知. 为了更好地描述系统已知转移概率和未知转移概率的情形, $\forall i \in \bar{\lambda}$, 令 $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{\kappa}^i \cup \bar{\lambda}_{u\kappa}^i$. 其中

$$\bar{\lambda}_{\kappa}^i = \{j : \pi_{ij} \text{ 是已知的, 且不恒为零的概率}\},$$

$$\bar{\lambda}_{u\kappa}^i = \{j : \pi_{ij} \text{ 是未知的}\}.$$

进一步地, 如果 $\bar{\lambda}_{\kappa}^i \neq \emptyset$, 则有

$$\bar{\lambda}_{\kappa}^i = \{\kappa_1^i, \dots, \kappa_m^i\}, \quad \forall 1 \leq m \leq 2,$$

其中 $\kappa_m^i \in N^+$ 表示状态转移矩阵 π 的第 i 行中第 m 个已知元素, 同时有 $\sum_{j \in \bar{\lambda}} \pi_{ij} = 1, \pi_{\kappa}^i = \sum_{j \in \bar{\lambda}_{\kappa}^i} \pi_{ij}$.

令 $z(k) = [x^T(k) \ u^T(k-1) \ u^T(k-2) \ u^T(k-3)]^T$ 为系统的增广矩阵, 则所有的子系统可以统一描述为基于 Markov 链的离散时间跳变开环系统模型

$$S_{O\kappa} : z(k+1) = \bar{\Phi}_{\sigma_k} z(k) + \bar{\Gamma}_{\sigma_k} u(k). \quad (2)$$

当 $\sigma_k = 0$ 时, 有

$$\bar{\Phi}_0 = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Gamma}_0 = \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau_k) \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

当 $\sigma_k \in \{1, 2\}$ 时, 有

$$\bar{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Gamma}_1 = 0,$$

$$\bar{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \bar{\Gamma}_2 = 0.$$

当 $\sigma_k \in \{3, 4\}$ 时,有

$$\bar{\Phi}_3 = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Gamma_1(\tau_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \bar{\Gamma}_3 = \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau_k) \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Phi}_4 = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & 0 & \Gamma_1(\tau_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \bar{\Gamma}_4 = \begin{bmatrix} \Gamma_0(\tau_k) \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

令

$$\tilde{F}(\tau'_k) = \int_0^{-\tau'_k} e^{As} ds, \tau'_k \in [-T/2, T/2],$$

$$\sigma > \max_{\tau'_k \in [-T/2, T/2]} \|\tilde{F}(\tau'_k)\|_2 = \left\| \int_0^{T/2} e^{As} ds \right\|_2,$$

$$\Gamma_0 = \int_0^{T/2} e^{As} ds \cdot B, \Gamma_1 = \int_{T/2}^T e^{As} ds \cdot B,$$

$$D = \sigma e^{AT/2}, F(\tau'_k) = \sigma^{-1} \int_0^{-\tau'_k} e^{As} ds, E = B.$$

则有

$$\Gamma_0(\tau_k) = \int_0^{T-\tau_k} e^{As} ds \cdot B = \int_0^{T-T/2-\tau'_k} e^{As} ds \cdot B =$$

$$\int_0^{T/2} e^{As} ds \cdot B + \sigma e^{AT/2} \cdot \sigma^{-1} \int_0^{-\tau'_k} e^{As} ds \cdot B =$$

$$\Gamma_0 + DF(\tau'_k)E,$$

$$\Gamma_1(\tau_k) = \int_{T-\tau_k}^T e^{As} ds \cdot B = \int_{T-T/2-\tau'_k}^T e^{As} ds =$$

$$\int_{T/2}^T e^{As} ds \cdot B - \sigma e^{AT/2} \cdot \sigma^{-1} \int_0^{-\tau'_k} e^{As} ds \cdot B =$$

$$\Gamma_1 - DF(\tau'_k)E,$$

$$F^T(\tau')F(\tau') < I.$$

针对开环离散时间跳变系统模型(2),采用增广矩阵状态反馈控制,对每个子系统采用不同的反馈控制增益.考虑无丢包时的 $S^{(0)}$ 和 $S_n^{(2)}$ 工作状态,并根据时变控制器 $u(k) = K_{\sigma_k} z(k)$,可得到带有不确定参数的离散时间跳变闭环控制系统模型

$$S_{Ck} : z(k+1) = \tilde{\Phi}_{\sigma_k} z(k). \quad (3)$$

其中

$$\tilde{\Phi}_0 = \hat{\Phi}_0 + \hat{\Gamma}K_0 + \hat{D}F(\tau'_k)(\hat{E}_0 + EK_0),$$

$$\tilde{\Phi}_1 = \bar{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_2 = \bar{\Phi}_2,$$

$$\tilde{\Phi}_3 = \hat{\Phi}_3 + \hat{\Gamma}K_3 + \hat{D}F(\tau'_k)(\hat{E}_3 + EK_3),$$

$$\tilde{\Phi}_4 = \hat{\Phi}_4 + \hat{\Gamma}K_4 + \hat{D}F(\tau'_k)(\hat{E}_4 + EK_4),$$

$$\hat{\Phi}_0 = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \hat{\Phi}_3 = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Phi}_4 = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & 0 & \Gamma_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \hat{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Gamma_0 \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\hat{D} = [D^T \ 0 \ 0 \ 0]^T, \hat{E}_0 = [0 \ -E \ 0 \ 0],$$

$$\hat{E}_3 = [0 \ 0 \ -E \ 0], \hat{E}_4 = [0 \ 0 \ 0 \ -E].$$

由于该NCSs存在着S-C和C-A双边随机时变网络时延和丢包,在设计网络工作时采用执行器端的预估补偿机制^[32],具体工作流程如下:首先由传感器获取当前对象信息 $x(k)$ 和执行器的控制量 $u(k-1)$ 、 $u(k-2)$ 、 $u(k-3)$,并带有时间戳,构成增广矩阵 $z(k)$,此时如果系统未发生丢包,则数据包经过反馈通道时延到达控制器, $z(k)$ 与预先已存入控制器的所有反馈增益相乘;然后将得到的控制序列打包后输出,经过前向通道达到执行器,根据时间戳信息,执行器分析当前系统状态处于 $S^{(0)}$ 或 $S_n^{(2)}$;最后在控制序列中获取相应的控制量输出给控制对象,如果系统在前向通道或者反馈通道任意一侧发生数据包丢失,则系统处于 $S_n^{(1)}$ 状态,由于执行器采用零阶保持器输出,此时在当前整个周期内,执行器给对象的控制器量保持不变.

为方便起见,以下用 z_k 表示 $z(k)$, $\lambda_{\min}(X)$ 和 $\lambda_{\max}(X)$ 分别表示矩阵 X 的最小和最大特征值, $*$ 代表矩阵的对称部分.

2 系统随机稳定性分析

定义1^[17-18] 针对离散时间跳变闭环系统模型(3),对于所有的有限初始状态 z_0 和系统Markov链的初始模态 σ_0 ,如果存在一个有限的常数 $\tilde{M}(z_0, \sigma_0)$,满足以下不等式:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=0}^m x_k^T x_k \mid z_0, \sigma_0 \right\} < \tilde{M}(z_0, \sigma_0),$$

则系统是随机均方稳定的,其中 $E(\cdot)$ 表示期望算子.

定理1 对于离散时间跳变闭环系统模型(3),其数据丢包过程转移概率矩阵为 π ,如果存在常数矩阵 $P_i = P_i^T > 0, i \in \bar{\lambda}$,标量 $0 < \lambda < 1$,满足以下不等式:

$$M_i = \tilde{\Phi}_i^T \tilde{P}_i \tilde{\Phi}_i - \pi_{\kappa}^i \lambda P_i < 0, \quad (4)$$

$$N_i = \tilde{\Phi}_i^T P_j \tilde{\Phi}_i - \lambda P_i < 0, \forall j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i, \quad (5)$$

其中 $\tilde{P}_\kappa^i = \sum_{j \in \bar{\lambda}_\kappa^i} \pi_{ij} P_j$, 则系统是随机均方稳定的.

证明 对于离散时间跳变闭环控制系统模型(3)中的各子系统, 选取其系统 Lyapunov 函数 $V_k(\sigma_k) = z_k^T P_{\sigma_k} z_k$, 由于 $0 \leq \pi_{ij} \leq 1, \sum_{j \in \bar{\lambda}} \pi_{ij} = 1$, 有

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{V_{k+1}(\sigma_{k+1} = j) | \sigma_k = i\} - \lambda V_k(\sigma_k = i) = \\ & \sum_{j \in \bar{\lambda}} \Pr(\sigma_{k+1} = j | \sigma_k = i) \cdot z_{k+1}^T P_j z_{k+1} - z_k^T \lambda P_i z_k = \\ & z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \left(\sum_{j \in \bar{\lambda}} \pi_{ij} P_j \right) \tilde{\Phi}_i - \left(\sum_{j \in \bar{\lambda}} \pi_{ij} \right) \lambda P_i \right] z_k = \\ & z_k^T \left[\tilde{\Phi}_i^T \tilde{P}_\kappa^i \tilde{\Phi}_i - \pi_\kappa^i \lambda P_i + \right. \\ & \left. \sum_{j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i} \pi_{ij} (\tilde{\Phi}_i^T P_j \tilde{\Phi}_i - \lambda P_i) \right] z_k = \\ & z_k^T \left[M_i + \sum_{j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i} \pi_{ij} N_i \right] z_k. \end{aligned}$$

根据式(4)和(5), 有 $\Omega_i = M_i + \sum_{j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i} \pi_{ij} N_i < 0$.

由于

$$z(k) = [x^T(k) \ u^T(k-1) \ u^T(k-2) \ u^T(k-3)]^T,$$

显然有 $\|x_k\| \leq \|z_k\|$. 根据 $\Omega_i < 0$ 和 $P_i > 0$, 对于 $x_k \neq 0$, 有

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbb{E}\{V_{k+1}(\sigma_{k+1}) | \sigma_k\}}{\lambda \mathbb{E}\{V_k(\sigma_k)\}} - 1 = \\ & \frac{\mathbb{E}\{V_{k+1}(\sigma_{k+1}) | \sigma_k\} - \lambda \mathbb{E}\{V_k(\sigma_k)\}}{\lambda \mathbb{E}\{V_k(\sigma_k)\}} = \\ & - \frac{z_k^T (-\Omega_i) z_k}{z_k^T \lambda P_i z_k} \leq - \min_{j \in \bar{\lambda}} \left\{ \frac{\lambda_{\min}(-\Omega_i)}{\lambda_{\max}(\lambda P_i)} \right\} = \\ & \alpha - 1. \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} \alpha & \geq \frac{\mathbb{E}\{V_{k+1}(\sigma_{k+1}) | \sigma_k\}}{\lambda \mathbb{E}\{V_k(\sigma_k)\}} > 0, \\ \alpha & = 1 - \min_{j \in \bar{\lambda}} \left\{ \frac{\lambda_{\min}(-\Omega_i)}{\lambda_{\max}(\lambda P_i)} \right\} < 1, \end{aligned}$$

因此

$$0 < \alpha < 1,$$

$$\mathbb{E}\{V_{k+1}(\sigma_{k+1}) | z_k, \sigma_k\} < \alpha \lambda \mathbb{E}\{V_k(\sigma_k)\}.$$

根据文献[17-18]有

$$\mathbb{E}\{V_k(\sigma_k) | z_0, \sigma_0\} < \alpha^k \lambda^k V_0(\sigma_0),$$

所以有

$$\mathbb{E}\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T P(\sigma_k) z_k | \sigma_0 \right\} < \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha \lambda}.$$

最后可得

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mathbb{E}\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T z_k | \sigma_0 \right\} \cdot \left(\min_{j \in \bar{\lambda}} \lambda_{\min}(P_i) \right) <$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mathbb{E}\left\{ \sum_{k=0}^m z_k^T P(\sigma_k) z_k | \sigma_0 \right\} < \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha \lambda}.$$

令

$$\tilde{M}(z_0, \sigma_0) = \left(\min_{j \in \bar{\lambda}} \lambda_{\min}(P_i) \right)^{-1} \frac{V_0(\sigma_0)}{1 - \alpha \lambda},$$

有

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mathbb{E}\left\{ \sum_{k=0}^m x_k^T x_k | z_0, \sigma_0 \right\} < \tilde{M}(z_0, \sigma_0). \quad \square$$

3 系统随机稳定性控制器设计

引理1 (Schur 补引理) 假如存在矩阵 S_1 、 S_2 和 S_3 , 其中 $S_2^T = S_2 > 0, S_3^T = S_3$, 则 $S_1^T S_2 S_1 + S_3 < 0$ 成立等价于

$$\begin{bmatrix} -S_2^{-1} & S_1 \\ S_1^T & S_3 \end{bmatrix} < 0 \text{ 或 } \begin{bmatrix} S_3 & S_1^T \\ S_1 & -S_2^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

引理2 给定具有相应维数的矩阵 W 、 D 和 E , 其中 W 为对称阵. 对于所有满足 $F^T F < I$ 的矩阵 F , 有 $W + DFE + E^T F^T D^T < 0$, 当且仅当存在 $\varepsilon > 0$, 使得 $W + \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$.

定理2 对于离散时间跳变闭环系统模型(3), 其数据丢包过程转移概率矩阵为 π , 如果存在常数矩阵 Y_i 和 $X_i = X_i^T > 0, i \in \bar{\lambda}$, 标量 $0 < \lambda < 1, \varepsilon > 0$, 满足以下矩阵不等式, 则系统是随机均方稳定的, 当 $i \in \{0, 3, 4\}$ 时, 有

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -\pi_\kappa^i \lambda X_i & * & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - \pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T & * \\ \hat{E}_i X_i + E Y_i & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} \rightarrow \\ & \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - \pi_{i\kappa_2^i}^{-1} X_{\kappa_2^i} & * & * \\ 0 & -\varepsilon I & * \end{bmatrix} < 0, \quad (6) \\ & \begin{bmatrix} -\lambda X_i & * & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & \varepsilon \hat{D}_i \hat{D}_i^T - X_j & * \\ \hat{E}_i X_i + E Y_i & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \\ & \forall j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i. \quad (7) \end{aligned}$$

当 $i \in \{1\}$ 时, 有

$$\begin{bmatrix} -\pi_\kappa^i \lambda X_i & * & * \\ \bar{\Phi}_i X_i & -\pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} & * \\ \bar{\Phi}_i X_i & 0 & -\pi_{i\kappa_2^i}^{-1} X_{\kappa_2^i} \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -\lambda X_i & * \\ \bar{\Phi}_i X_i & -X_j \end{bmatrix} < 0, \quad \forall j \in \bar{\lambda}_{u\kappa}^i. \quad (9)$$

当 $i \in \{2\}$ 时,有

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda X_i & * \\ \tilde{\Phi}_i X_i & -\pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

在系统未丢包的状态下,时变反馈控制器增益为 $K_i = Y_i X_i^{-1}, i \in \{0, 3, 4\}$.

证明 当 $i \in \{0, 3, 4\}$ 时,采用引理1的Schur补引理,对不等式(4)进行变换,可得

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda P_i & \tilde{\Phi}_i^T \\ \tilde{\Phi}_i & -(\tilde{P}_{\kappa}^i)^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

进一步地,对式(11)左右两边同时乘以 $\text{diag}(X_i, I)$,其中 $X_i = P_i^{-1}$,可得

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda X_i & X_i \tilde{\Phi}_i^T \\ \tilde{\Phi}_i X_i & -(\tilde{P}_{\kappa}^i)^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

采用引理1,对不等式(12)进行变换,可得

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda X_i & * & * \\ \tilde{\Phi}_i X_i & -\pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} & * \\ \tilde{\Phi}_i X_i & 0 & -\pi_{i\kappa_2^i}^{-1} X_{\kappa_2^i} \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

进一步可得

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda X_i & * & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & -\pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & 0 & -\pi_{i\kappa_2^i}^{-1} X_{\kappa_2^i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{D}_i \\ \hat{D}_i \end{bmatrix} F(\tau_k') [(\hat{E}_i X_i + E Y_i) \ 0 \ 0] + \begin{bmatrix} (\hat{E}_i X_i + E Y_i)^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F^T(\tau_k') [0 \ \hat{D}_i^T \ \hat{D}_i^T] < 0. \quad (14)$$

由于 $F^T(\tau_k') F(\tau_k') < I$,根据引理2,不等式(14)与(15)是等效的,有

$$\begin{bmatrix} -\pi_{\kappa}^i \lambda X_i & * & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & -\pi_{i\kappa_1^i}^{-1} X_{\kappa_1^i} & * \\ \hat{\Phi}_i X_i + \hat{\Gamma} Y_i & 0 & -\pi_{i\kappa_2^i}^{-1} X_{\kappa_2^i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{D}_i \\ \hat{D}_i \end{bmatrix} [0 \ \hat{D}_i^T \ \hat{D}_i^T] + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} (\hat{E}_i X_i + E Y_i)^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [(\hat{E}_i X_i + E Y_i) \ 0 \ 0] < 0. \quad (15)$$

根据引理1,由式(15)可得不等式(6).如上证明过程,同理可得不等式(7)~(10).对于求解矩阵不

等式(6)~(10),可以采用一维搜索法获取最小的 λ ,具体过程如下.首先选取一个满足以上不等式有可行解的尽可能大的值 λ_0 ,采用LMI工具求解不等式(6)~(10);然后逐渐减小 λ ,直到无可行解,这样上一次有可行解时对应的 λ 值便是其最小值. $\square$

4 数值算例仿真

算例1 给出连续控制对象状态空间模型^[13]

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u(t).$$

选择采样周期为 $T = 0.4$ s. 相对于文献[13]系统的S-C和C-A中存在的随机时变时延范围 $0 < \tau_k < 0.1$ s,本文考虑的是双边随机时变网络时延范围满足 $0 < \tau_k < T$,同时系统存在最大连续丢包数为 $\bar{d} = 2$. 假定对应系统工作状态一步状态转移概率矩阵为

$$\pi = \begin{bmatrix} (0.6) & (0.4) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ (0.75) & (0.25) & 0 & 0 & 0 \\ (0.85) & (0.15) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

根据 $\sigma > \left\| \int_0^{T/2} e^{As} ds \right\|_2$ 的要求,选取满足条件的最小值 $\sigma = 0.21$,同时给出满足转移概率矩阵 π 的丢包序列时序图,如图4所示.

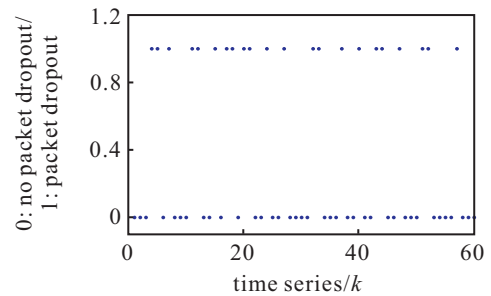


图4 系统丢包时序图

1) 当转移概率矩阵 π 中的元素全部已知时,根据定理2,可计算出 $\varepsilon = 6.72 \times 10^{-4}$, $\lambda = 0.65$ 以及时变反馈增益

$$\begin{aligned} K_0 &= [-5.0373 \ -12.905 \ -0.25046 \ 0.00011 \ 0], \\ K_3 &= [-5.3355 \ -13.461 \ 0.00007 \ -0.24635 \ 0], \\ K_4 &= [-5.6400 \ -14.023 \ 0.00004 \ \rightarrow \\ &\leftarrow 0.00016 \ -0.24031]. \end{aligned}$$

2) 当转移概率矩阵 π 括号中的元素为未知时,可计算出 $\varepsilon = 0.0593$, $\lambda = 0.69$ 以及时变反馈增益

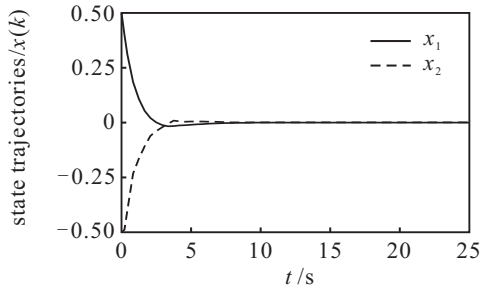
$$\begin{aligned} K_0 &= [-3.459 \ -10.307 \ -0.19871 \ 0.00082 \ 0], \\ K_3 &= [-3.348 \ -10.028 \ 0.00573 \ -0.1871 \ 0], \end{aligned}$$

$$K_4 = [-2.857 \quad -8.8708 \quad 0.01813 \rightarrow \\ \leftarrow 0.00441 \quad -0.16814].$$

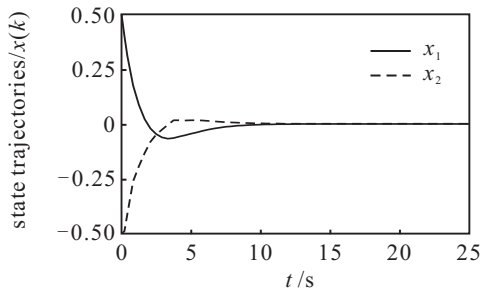
3) 当转移概率矩阵 π 中的元素全部未知时,可计算出 $\varepsilon = 0.0087$ 、 $\lambda = 0.72$ 以及时变反馈增益

$$K_0 = [-2.6097 \quad -8.7306 \quad -0.16818 \quad 0.00142 \quad 0], \\ K_3 = [-2.5337 \quad -8.5043 \quad 0.01028 \quad -0.15833 \quad 0], \\ K_4 = [-2.2956 \quad -7.8726 \quad 0.02245 \rightarrow \\ \leftarrow 0.00411 \quad -0.15087].$$

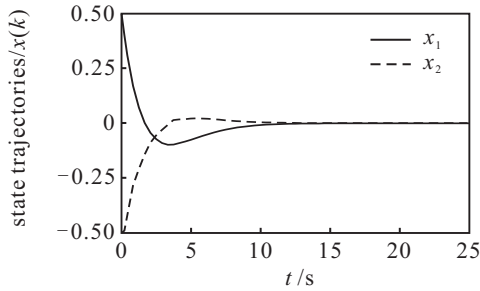
在图4中,丢包率在60个采样周期内为36.7%.



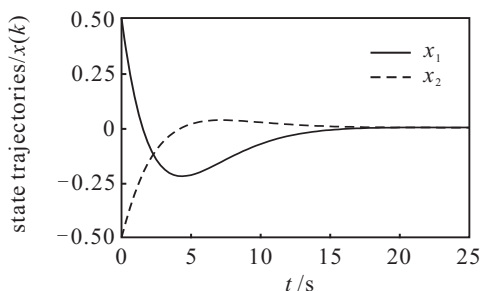
(a) 转移概率矩阵中的元素全部已知时的状态轨迹



(b) 转移概率矩阵中的部分元素未知时的状态轨迹



(c) 转移概率矩阵中的元素全部未知时的状态轨迹



(d) 文献[13]的系统状态轨迹

图5 算例1中3种不同条件下和文献[13]的状态轨迹

该丢包率下,得到如图5所示的转移概率矩阵中元素在3种不同已知条件下的系统状态轨迹.

对比文献[13]采用切换系统的分析方法,给出传感器采样周期为 $T = 0.3$ s、丢包率为10%的仿真结果.一方面,在相对更长的采样周期和更大的丢包率下,本文所提出的方法能使系统状态更快更平稳地得到收敛;另一方面,在描述系统丢包特性的转移概率矩阵中已知元素越多时,对定理2中的不等式约束条件将越强,因此求出的时变控制器能使系统收敛的动态特性越好.

算例2 给出参考文献[14]中两轴磨粉机控制系统的连续控制对象状态空间模型

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -18.18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -17.86 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 515.38 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 517.07 \end{bmatrix} u(t).$$

选择相同的传感器采样周期 $T = 0.1$ s,相对于文献[14]给出的在S-C和C-A中存在固定时延 $\tau_k = 0.05$ s的情形,本文考虑的是双边时变随机网络时延且满足 $\tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} < T$,同时系统存在最大连续丢包数为 $\bar{d} = 2$.假设考虑最糟糕的情况,即系统丢包的状态转移矩阵中元素完全未知,同样根据 $\sigma > \left\| \int_0^{T/2} e^{As} ds \right\|_2$ 的要求,选取满足条件的最小值 $\sigma = 0.051$.按照本文所提出的方法,仍然能得到可行解 $\varepsilon = 0.3862$ 、 $\lambda = 0.945$ 以及时变反馈增益

$$K_0 = \begin{bmatrix} -0.015 & -0.0008 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0134 & -0.0007 \end{bmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \begin{bmatrix} 0.1383 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2159 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0134 & -0.0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0122 & -0.0007 \end{bmatrix} \rightarrow \\ \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2324 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2801 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} -0.0138 & -0.0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0125 & -0.0007 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0.2079 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0.2556 \end{bmatrix}.$$

在满足与文献[14]相同的丢包序列的条件下,得到如图6所示的系统状态轨迹.由图6可见,系统状态能够较快较平稳地得到收敛.因此,相对于文献[14]得到的仿真结果,在考虑连续丢包上界为 $\bar{d}=2$ 时,本文所提出方法有效地解决了双边时变网络时延问题.

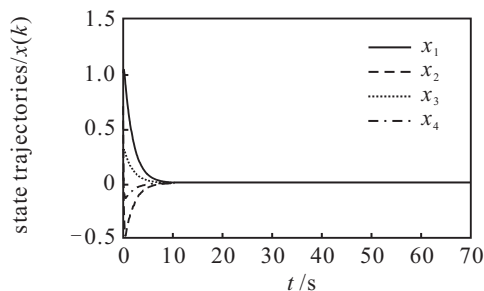


图6 算例2系统状态轨迹

5 结论

在网络控制系统中,随着网络负载等条件的改变,网络时延也随之改变,同时系统也存在着数据丢包.本文针对上述情形,采用系统增广矩阵方法建立了基于Markov链转移概率矩阵部分元素未知时的参数不确定性离散时间跳变系统模型,并给出了系统状态满足随机均方稳定的时变控制器设计方法.数值算例仿真结果验证了所提出算法是有效的.从定理1中可以看出,为了使系统衰减性能更好,要求 λ 值尽可能的小.但是,由于定理2给出的求解控制器增益的方法中,变量 λ 和变量 X_i 是以乘积形式出现的,本文给出了采用一维搜索的方法获取线性不等式有可行解时的最小 λ 值,对于寻求最优的 λ 值将作为下一步的研究目标.

参考文献(References)

- [1] Hespanha J P, Naghshtabrizi P, Xu Y. A survey of recent results in networked control systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 138-162.
- [2] Gupta R A, Chow M Y. Networked control system: overview and research trends[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2010, 57(7): 2527-2535.
- [3] You K Y, Xie L H. Survey of recent progress in networked control systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 101-118.
- [4] 杜昭平, 张庆灵, 刘丽丽. 具有时延及数据包丢失的广义网络控制系统稳定性分析[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2009, 30(1): 17-20.
(Du Z P, Zhang Q L, Liu L L. Stability of singular networked control system with delay and data packet dropout[J]. J of Northeastern University: Natural Science,

2009, 30(1): 17-20.)

- [5] 蔡云泽, 潘宁, 许晓鸣. 具有长时延及丢包的网络控制系统 H_∞ 鲁棒滤波[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1826-1830.
(Cai Y Z, Pan N, Xu X M. H_∞ filtering for networked control systems with long time-delay and data packet dropout[J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1826-1830.)
- [6] Bu X H, Hou Z S. Stability of iterative learning control with data dropouts via asynchronous dynamical system[J]. Int J of Automation and Computing, 2011, 8(1): 29-36.
- [7] Halder K, Das S, Dasgupta S, et al. Controller design for networked control systems—An approach based on L_2 induced norm[J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2016, 19: 134-145.
- [8] Yu M, Wang L, Chu T G, et al. Stabilization of networked control systems with data packet dropout and transmission delays: Continuous-time case[J]. European J of Control, 2005, 11(1): 40-49.
- [9] 江兵, 张崇巍. 具有时变时延和丢包的网络控制系统 H_∞ 优化控制[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(7): 1501-1505.
(Jiang B, Zhang C W. H_∞ optimal control of networked control systems with time-varying delay and packet-dropout[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(7): 1501-1505.)
- [10] Zhao X D, Zhang L X, Shi P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [11] Zhang H, Xie D, Zhang H, et al. Stability analysis for discrete-time switched systems with unstable subsystems by a mode-dependent average dwell time approach[J]. ISA Transactions, 2014, 53(4): 1081-1086.
- [12] Sun Y, Qin S. Stability of networked control systems with packet dropout: an average dwell time approach[J]. IET Control Theory and Applications, 2011, 5(1): 47-53.
- [13] Wang J F, Yang H Z. Exponential stability of a class of networked control systems with time delays and packet dropouts[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(17): 8887-8894.
- [14] Zhang W A, Yu L. Modeling and control of networked control systems with both network-induced delay and packet-dropout[J]. Automatica, 2008, 44(12): 3206-3210.
- [15] Wang J, Yang H. H_∞ control of a class of networked control systems with time delay and packet dropout[J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 217(18): 7469-7477.

- [16] 李玮, 王青, 董朝阳. 具有短时延和丢包的网络控制系统鲁棒 H_∞ 控制[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2014, 35(6): 774-779.
(Li W, Wang Q, Dong C Y. Robust H_∞ control of networked control systems with short delays and packet dropouts[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2014, 35(6): 774-779.)
- [17] Cao Y Y, Lam J. Stochastic stabilizability and H_∞ control for discrete-time jump linear systems with time delay[J]. J of the Franklin Institute, 1999, 336(8): 1263-1281.
- [18] Cao Y Y, Lam J. Robust H_∞ control of uncertain Markovian jump systems with time-delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(1): 77-83.
- [19] De Souza C E. Robust stability and stabilization of uncertain discrete time Markovian jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 836-841.
- [20] Shi P, Boukas E K, Shi Y. On stochastic stabilization of discrete-time Markovian jump systems with delay in state[J]. Stochastic Analysis & Applications, 2003, 21(4): 935-951.
- [21] Sun M, Lam J, Xu S, et al. Robust exponential stabilization for Markovian jump systems with mode-dependent input delay[J]. Automatica, 2007, 43(10): 1799-1807.
- [22] 马卫国, 邵诚. 网络控制系统随机稳定性研究[J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 878-882.
(Ma W G, Shao C. Stochastic stability for networked control systems[J]. Acta Automatic Sinica, 2007, 33(8): 878-882.)
- [23] 宋杨, 董豪, 费敏锐. 基于切换频率的马可夫网络控制系统均方指数镇定[J]. 自动化学报, 2012, 38(5): 876-881.
(Song Y, Dong H, Fei M R. Mean square exponential stabilization of markov networked control systems based on switching frequentness[J]. Acta Automatic Sinica, 2012, 38(5): 876-881.)
- [24] Yang R, Liu G P, Shi P, et al. Predictive output feedback control for networked control systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 512-520.
- [25] Dong W, Wang J, Wei W. H_∞ controller design of networked control systems with markov packet dropouts[J]. IEEE Trans on Systems Man & Cybernetics Systems: Part B, 2013, 43(3): 689-697.
- [26] Qiu L, Yao F Q, Xu G, et al. Output feedback guaranteed cost control for networked control systems with random packet dropouts and time delays in forward and feedback communication links[J]. IEEE Trans on Automation Science & Engineering, 2015, 13(1): 284-295.
- [27] 朱进, 王林鹏, 奚宏生. 转移概率未知下具有双Markov链的网络控制系统控制器设计[J]. 控制与决策, 2013, 28(4): 489-494.
(Zhu J, Wang L P, Xi H S. Controller design of networked control systems with two Markov chains under partly unknown transition probabilities[J]. Control and Decision, 2013, 28(4): 489-494.)
- [28] 李媛, 张鹏飞, 张庆灵. 丢包信息部分已知的变采样周期网络控制系统的 H_∞ 控制[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2014, 35(3): 305-308.
(Li Y, Zhang P F, Zhang Q L. H_∞ control of networked control systems with time-varying sampling periods and partially known packet dropout information[J]. J of Northeastern University: Natural Science, 2014, 35(3): 305-308.)
- [29] 邱丽, 胥布工, 黎善斌. 具有数据包丢失及转移概率部分未知的网络控制系统 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(8): 1105-1112.
(Qiu L, Xu B G, Li S B. H_∞ control for networked control systems with data packet dropouts and partly unknown transition probabilities[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(8): 1105-1112.)
- [30] 王燕锋, 王培良, 陈惠英, 等. 转移概率部分未知的网络控制系统状态反馈[J]. 控制工程, 2015, 22(4): 776-779.
(Wang Y F, Wang P L, Chen H Y, et al. State feedback for networked control systems with partly unknown transition probabilities[J]. Control Engineering of China, 2015, 22(4): 776-779.)
- [31] Guo C Y, Zhang W D. H_∞ estimation for stochastic time delays in networked control systems by partly unknown transition probabilities of Markovian chains[J]. J of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(1): 81-86.
- [32] Tian G S, Xia F, Tian Y C. Predictive compensation for variable network delays and packet losses in networked control systems[J]. Computers and Chemical Engineering, 2012, 39(10): 152-162.

(责任编辑: 郑晓蕾)