

产出不确定环境下考虑供货承诺的定价与投入决策模型

蔡建湖¹, 蒋飞颖¹, 薛婷婷¹, 黄卫来^{2†}

(1. 浙江工业大学 经贸管理学院, 杭州 310023; 2. 华中科技大学 管理学院, 武汉 430074)

摘要: 针对一个供应商和两个零售商所组成的两级供应链模型, 研究产出不确定环境下的最优定价和投入决策问题. 在常规情形中, 供应商首先在产出不确定环境下确定投入量, 并在实际产出确定之后确定批发价, 而零售商最终确定订购量. 在此基础上, 讨论供应商向零售商提供供货承诺时的竞争模型. 运用逆向归纳法讨论以上决策模型的均衡解. 数值分析表明, 供货承诺在一定的条件下能够优化供应链的性能.

关键词: 产出不确定; 零售商竞争; 投入决策; 供货承诺

中图分类号: F274

文献标志码: A

Pricing and input decision models under yield uncertainty considering supply commitment

CAI Jian-hu¹, JIANG Fei-ying¹, XUE Ting-ting¹, HUANG Wei-lai^{2†}

(1. College of Economics and Management, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China; 2. School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: Consider a two-echelon supply chain with one supplier and two retailers. Optimal pricing and input decisions are discussed under yield uncertainty. Under a basic model, firstly, the supplier determines his optimal input quantity under yield uncertainty, and decides his optimal wholesale price when the actual output quantity is found. Then the retailers determine optimal order quantities. On this basis, the competition model considering a supply commitment is proposed. The competition equilibriums are discussed by using backward induction. Numerical analysis shows that the performance of the supply chain can be improved after introducing the supply commitment with certain parameter conditions.

Keywords: yield uncertainty; retailers competing; input quantity decision; supply commitment

0 引言

在传统的工业企业生产经营活动中, 产出不确定通常表现为一个损耗率估算应用于企业的投入决策. 现在, 随着市场环境的转变, 众多产品产出不确定的表现形式更为复杂, 对企业的影响也越来越大, 从而引起了学者们的广泛关注^[1-5]. 在这样的背景下, 很多学者开始关注产出不确定环境下供应链的协调问题, 开始引入不同形式的契约来优化供应链的性能^[6-11]. 供应链结构的复杂性也开始得到了关注, 李果等^[12]研究了供应商产出不确定情况下的两供应商、单制造商系统基于惩罚策略的协调供货模型; Xue等^[13]对多供应商和单制造商组成的供应链模型, 采用多样化策略方法, 着重研究了制造商的风

险偏好和供应商的产出不确定对制造商订货决策的影响; Yang等^[14]在产出和需求不确定的情况下, 研究了采购商面临多个供应商时的采购问题. 这些研究成果从不同角度对产出不确定环境下的供应链决策进行了讨论, 专家们的共识是, 产出不确定环境下的供应链运营模式具有特殊性, 需要供应链成员有策略性地加以应对.

在应对产出不确定方面, 供应商通常会借助外协商的帮助来确保稳定的市场供应. 在浙江省, 众多外贸型企业都是通过这样的形式来确保订单的按时按量满足. 例如, 位于嵊州的著名领带制造商巴贝集团拥有数量众多的外协商, 包括织造加工商、整形加工商、领带制作加工商等, 这使得巴贝集团能够在产出

收稿日期: 2016-08-05; 修回日期: 2016-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71572184, 71202140, 71401158, 71601169); 浙江省教育厅项目(Y201329709); 浙江省哲学社会科学重点研究基地(技术创新与企业国际化研究中心)课题成果(15JDJS03YB).

作者简介: 蔡建湖(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理等研究; 黄卫来(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与方法等研究.

†通讯作者. E-mail: huangwl@mail.hust.edu.cn

不足的情形下,确保订单的顺利完成.另外,浙江省集群式的产业生存业态也使得企业寻找外协商合作成为了可能.这些外协商彼此依赖,在产出不足的情形下可以相互调货,这使得供应商可以向零售商承诺供货量,确保零售商的订购量得到满足.这样的库存再调节行为本质上是一种再补货机制,在供应链管理中也比较常见^[15-17].但是供应商不得不考虑的是,通过外协商采购的商品单位成本往往比自己生产出来的高,这也会使得本该由自己获取的利润出现外流.

本文拟引入一个供应商面临两个零售商时的两级供应链模型,并假设零售商处于同一个市场中,市场出清价格与两个零售商的总供货量线性相关.构建不考虑供货承诺情形下,供应商与零售商之间的动态竞争行为;考虑供应商供货承诺行为对供应链竞争结构的影响,并据此构建供应链竞争模型;对以上竞争模型的均衡解进行深入分析,并进行丰富的数值分析.

1 基本模型的建立(模型I)

考虑由单个供应商和两个零售商构成的一个单周期两级供应链模型,供应商向两个零售商提供单一产品.零售商扮演着中间商的角色,他们从供应商处拿到货物后,会对货物进行加工处理,然后销售给消费者.两个零售商对于供应商来说没有优先之分,供应商和零售商都是风险中性的. w 表示供应商向零售商销售产品时的单位批发价格, k 表示供应商的单位生产成本.假设供应商的产出是不确定的,即如果计划投入量为 Q ,则其实际产出为 xQ .这里 x 为随机变量,服从均匀分布,其密度函数为 $f(x)$,均值为 u ,分布函数 $F(x)$ 可微且严格递增. x 满足 $0 \leq \theta \leq x \leq \beta$,其中 θ 、 β 均为常数, $F(\theta) = 0$, $F(\beta) = 1$.假设两个零售商处在同一个市场中,存在着数量竞争.市场的逆需求函数表示为

$$p = a - bq. \quad (1)$$

其中: p 表示零售商的零售价(即市场出清价); q 表示市场总销量, $q = q_i + q_j$, q_i 为零售商 i 的订购量, q_j 为零售商 j 的订购量, $i = 1, 2, j = 3 - i$,类似的假设可以在文献[18-19]中看到.

现在考虑一个传统的动态决策情形,即供应链成员按照时间顺序依次确定相关契约参数,双方之间没有提供任何形式的承诺机制.为方便下文的表达,本文将这类模型称为模型I,按照模型I,供应链成员的决策顺序可以描述如下:1)在产出不确定环境下,供应商决定其最优计划投入量;2)供应商完成生产,并观察到实际产出,在此基础上,供应商向零售商确定其最优批发价;3)零售商根据供应商给出的最优批

发价,并考虑到供应商的实际产出,确定自己的最优订货量.

假设零售商们的单位加工处理成本均为 v ,引入逆向归纳法来分析以上竞争模型,此时零售商 i 的利润函数表达式为

$$\Pi_i^I(q_i) = (a - b(q_i + q_j) - w - v)q_i, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

对 $\Pi_i^I(q_i)$ 求导并联立求解,易知在供应商供货充足的情况下,即 $xQ > \frac{2(a-w-v)}{3b}$ 时,零售商 i 的最优订货量为 $q_{i1} = \frac{a-w-v}{3b}$, $i = 1, 2$;在供应商供货不足情况下,即 $xQ \leq \frac{2(a-w-v)}{3b}$ 时,由于两个零售商对于供应商没有优先之分,他们最终将平分供应商的供货量,因此单个零售商的最优订货量为 $q_i = \min \left\{ \frac{a-w-v}{3b}, \frac{xQ}{2} \right\}$, $i = 1, 2$.

在上面的模型中,零售商之间进行了数量竞争.因为市场需求量大于0,即需满足 $q_{i1} = \frac{a-w-v}{3b} > 0$,从而有 $0 < w < a - v$.根据最优订货量,可以确定零售商们的最优零售价为 p_1 ,这里有

$$p_1 = \begin{cases} \frac{a + 2(w+v)}{3}, & xQ > \frac{2(a-w-v)}{3b}; \\ a - bxQ, & xQ \leq \frac{2(a-w-v)}{3b}. \end{cases} \quad (3)$$

由此可知:当供货足够时,最优零售价 p_1 是关于批发价 w 的增函数,即 w 值越大,零售商给出的零售价越高,意味着当供应商提高批发价 w 后,零售商的单位成本上升,零售商将会通过降低订购量和提升零售价格来应对;当供货不足时,最优零售价 p_1 与批发价 w 无关,是关于实际产出 xQ 的减函数,同时两个零售商将平分供应商的供货量.在明确实际产出,并预料到零售商最优反应函数的基础上,供应商将确定其批发价大小.此时供应商的利润函数可以表示为

$$\Pi_{s1}^I(w, x) = w(q_{i1} + q_{j1}) - kQ. \quad (4)$$

结合零售商的最优反应函数(式(3)),可将供应商的利润函数转换为

$$\Pi_{s1}^I(w, x) = \begin{cases} \frac{2w(a-w-v)}{3b} - kQ, & xQ > \frac{2(a-w-v)}{3b}; \\ wxQ - kQ, & xQ \leq \frac{2(a-w-v)}{3b}. \end{cases} \quad (5)$$

由于供应商将在产出确定之后再进行批发价决策,即此时实际产出 xQ 供应商已知,这里需要考虑两种决策情形:

1) 当 $xQ > \frac{2(a-w-v)}{3b}$ 时,供应商的决策函数为 $\Pi_{s1}^I(w, x) = \frac{2w(a-w-v)}{3b} - kQ$.此时 $\Pi_{s1}^I(w, x)$ 是关于 w 的凹函数,可以得到供应商的最优批发价为 $w_{a1} = \frac{a-v}{2}$.

2) 当 $xQ \leq \frac{2(a-w-v)}{3b}$ 时, 供应商的决策函数为 $\Pi_{s1}^I(w, x) = wxQ - kQ$. 由于 $\frac{\partial \Pi_{s1}^I(w, x)}{\partial w} = xQ > 0$, 且 $w \leq a - v - \frac{3bxQ}{2}$, 可以得到供应商的最优批发价为 $w_{b1} = a - v - \frac{3bxQ}{2}$.

因此, 模型I中供应商的最优批发价为

$$w_1 = \begin{cases} w_{a1}, & xQ > \frac{a-v}{3b}; \\ w_{b1}, & xQ \leq \frac{a-v}{3b}. \end{cases} \quad (6)$$

供应商在预料到自己的最优批发价决策行为后, 将在产出不确定环境下确定其最优计划投入量. 结合众多产品的实际, 针对条件 $\theta \leq x \leq \beta$, 进一步假设产出不确定随机变量的波动下限 θ 值相对较小. 这样的假设意味着实际产出有可能会出现一个较低值, 这也反映了众多产出不确定因素的实际情形. 实际上, 很多学者将产出不确定因子的波动范围限定在 $[0, 1]$ 之间, 这是 $\theta = 0$ 的特殊情形. 根据以上假设, 我们总有 $\theta \leq \frac{a-v}{3bQ}$. 将式(6)代入(5), 得到供应商的利润函数为

$$\Pi_{s2}^I(Q) = \begin{cases} \frac{(a-v)^2}{6b} - kQ, & xQ > \frac{a-v}{3b}; \\ \left(a - v - \frac{3}{2}bxQ\right)xQ - kQ, & \\ xQ \leq \frac{a-v}{3b}. \end{cases} \quad (7)$$

这里考虑两种情形:

1) 如果供应商认为 $\beta \leq \frac{a-v}{3bQ}$, 即 $Q \leq \frac{a-v}{3b\beta}$, 此时供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价为 w_{b1} , 则供应商面临的期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^I(Q)) = \frac{(a-v)(\beta+\theta)}{2}Q - \frac{(\beta^2 + \theta^2 + \theta\beta)b}{2}Q^2 - kQ. \quad (8)$$

易知 $E(\Pi_{s2}^I(Q))$ 是关于 Q 的凹函数. 在 Q 没有取值限制情形下, 必存在一个 Q_{a1} , 使得 $E(\Pi_{s2}^I(Q))$ 取到最大值, 其中 $Q_{a1} = \frac{(a-v)(\beta+\theta) - 2k}{2b(\theta^2 + \beta^2 + \theta\beta)}$. 此时还需满足

$Q \leq \frac{a-v}{3b\beta}$, 则在此情况下供应商的最优投入为 $Q_{a1}^* = \min\left\{Q_{a1}, \frac{a-v}{3b\beta}\right\}$.

2) 如果供应商 $\beta > \frac{a-v}{3bQ}$, 即 $Q > \frac{a-v}{3b\beta}$, 供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价为 $\{w_{a1}, w_{b1}\}$, 此时供应商面临的期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^I(Q)) = \frac{(a-v)^2}{6b} - \frac{b}{2}\left(\frac{a-v}{3b} - \theta Q\right)F\left(\frac{a-v}{3bQ}\right) - kQ. \quad (9)$$

同样地, 此时 $E(\Pi_{s2}^I(Q))$ 也是关于 Q 的凹函数, 在 Q 没有取值限制情形下, 必存在一个 Q_{b1} , 使得 $E(\Pi_{s2}^I(Q))$ 取到最大值. 这里 Q_{b1} 满足

$$\frac{\theta^3 b Q_{b1}}{\beta - \theta} - \frac{(a-v)\theta^2}{2(\beta - \theta)} + \frac{(a-v)^3}{54 Q_{b1}^2 b^2 (\beta - \theta)} - k = 0. \quad (10)$$

而此时还需满足 $Q > \frac{a-v}{3b\beta}$, 且已知供应商的期望利润函数连续, 则在此情况下供应商的最优投入为 $Q_{b1}^* = \max\left\{Q_{b1}, \frac{a-v}{3b\beta}\right\}$.

综上所述, 供应商对最优计划投入量的选择过程如下: 首先求出 Q_{a1}^* 和 Q_{b1}^* ; 然后计算选择 Q_{a1}^* 和 Q_{b1}^* 时, 供应商对应的期望利润; 最后选择使期望利润取到最大的计划投入量. 令 Q_1^* 表示供应商最终选择的最优投入量, 用 q_{i1}^*, p_1^*, w_1^* 分别表示均衡时的订购量、零售价和批发价.

定理1 供应商的单位生产成本 k 越高, 最优期望利润值 $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))$ 越小.

证明 显然, 供应商的最优计划投入量为

$$Q_1^* = \begin{cases} Q_{a1}^*, & \beta \leq \frac{a-v}{3bQ}; \\ Q_{b1}^*, & \beta > \frac{a-v}{3bQ}. \end{cases} \quad (11)$$

因此, 供应商的计划投入量有3种可能:

1) 当 $Q_1^* = Q_{a1}$ 时, 将 $Q_1^* = \frac{(a-v)(\beta+\theta) - 2k}{2b(\theta^2 + \beta^2 + \theta\beta)}$ 代入式(8)中, 可以得到供应商的最优期望利润为 $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*)) = \frac{b(\theta^2 + \beta^2 + \theta\beta)Q_{a1}^2}{2}$.

因为 $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))}{\partial k} = -\frac{(a-v)(\beta+\theta) - 2k}{2b(\theta^2 + \beta^2 + \theta\beta)} < 0$, 所以 k 越大, $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))$ 越小.

2) 当 $Q_1^* = \frac{a-v}{3b\beta}$ 时, 将 Q_1^* 代入式(8)或(9)中, 得到供应商的最优期望利润为 $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*)) = \frac{(a-v)^2}{6b} - \frac{(a-v)k}{3b\beta} - \frac{(a-v)^2(\beta-\theta)^2}{18b\beta^2}$.

因为 $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))}{\partial k} = -\frac{a-v}{3b\beta} < 0$, 所以 k 越大, $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))$ 越小.

3) 当 $Q_1^* = Q_{b1}$ 时, 结合式(9)和(10), 得到供应商的最优期望利润为 $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*)) = \frac{(a-v)^2}{6b} - \frac{(a-v)^3}{27b^2 Q_{b1}(\beta-\theta)} - \frac{\theta^3 b Q_{b1}^2}{2(\beta-\theta)} + \frac{(a-v)^2 \theta}{6b(\beta-\theta)}$. 同时根据式(10), 令 $y(Q_{b1}) = \frac{\theta^3 b Q_{b1}}{\beta-\theta} - \frac{(a-v)\theta^2}{2(\beta-\theta)} + \frac{(a-v)^3}{54 Q_{b1}^2 b^2 (\beta-\theta)}$. 易知, $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))$ 是关于 Q_{b1} 的增函数, $y(Q_{b1})$ 是关于 Q_{b1} 的减函数, $y^{-1}(Q_{b1})$ 是关于 Q_{b1} 的减函数. 因为 $y(Q_{b1}) = k$, 所以 k 越大, Q_{b1} 越小, $E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*))$ 也随之越小. $\square$

此时,模型I中供应链的总利润函数为 $E(TS_1^*) = E(\Pi_{s2}^I(Q_1^*)) + \sum_{i=1}^2 E(\Pi_i^I(q_{i1}^*))$.

2 供货承诺情形下的竞争模型(模型II)

假设供应商向零售商承诺将满足其所有订购量,同时所有的决策变量按照时间顺序依次确定.为方便下文表达,本文将这类模型称为模型II.模型II反映了供应商对零售商的数量承诺行为.按照模型II,供应商与零售商之间的动态竞争模型可以描述如下:1)在产出不确定环境下,供应商决定其最优计划投入量,同时供应商向零售商承诺将确保零售商的订购量得到满足,即如果供应商的实际产出量小于零售商的订购量,则供应商将向外协商采购补充不足的量;2)供应商完成生产,并观察到实际产出,在此基础上,供应商向零售商确定其最优的批发价;3)零售商根据供应商给出的最优批发价,并考虑到供应商作出的供应承诺,确定自己的最优订货量;4)供应商根据零售商的订货量向其配送货物,若供应商的实际产出量低于零售商的订货量,则供应商需外购单价为 s 的产品进行补货.

同样引入逆向归纳法来分析以上竞争模型,此时零售商 i 的利润函数表达式为

$$\Pi_i^{\text{II}}(q_i) = (a - b(q_i + q_j) - w - v)q_i, \quad i = 1, 2. \quad (12)$$

易得在供应承诺下,零售商 i 的最优订货量为 $q_{i2} = \frac{a - w - v}{3b}, i = 1, 2$.

与模型I类似,因为各零售商的市场需求量大于0,有 $0 < w < a - v$. 供应商对零售商的订购量进行了全部满足的事先承诺,所以认为 q_{i2} 的取值与供应商的计划投入量 Q 无关. 根据最优订货量,可以确定零售商们的最优零售价为 p_2 , 这里有 $p_2 = \frac{a + 2(w + v)}{3}$. 由此可知, p_2 是关于批发价 w 的增函数,这意味着供应商提高批发价 w 后,零售商的单位成本上升,零售商将会通过降低订购量和提升零售价格来应对.

在明确了实际产出,并预料到零售商最优反应函数的基础上,供应商将确定其批发价大小.此时,供应商的利润函数可以表示为

$$\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x) = w(q_{i2} + q_{j2}) - kQ - s \max\{q_{i2} + q_{j2} - xQ, 0\}. \quad (13)$$

结合零售商的最优反应函数,可得供应商的期望利润函数为

$$\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x) = \frac{2w(a - w - v)}{3b} - kQ - s \max\left\{\frac{2(a - w - v)}{3b} - xQ, 0\right\}. \quad (14)$$

供应商将在产出确定之后再进行批发价决策,则

他在批发价决策时能够观察到实际产出量,从而面临的是一个确定的决策环境.这里需要考虑两种决策情形:

1) 当 $\frac{2(a - w - v)}{3b} - xQ \leq 0$ 时,供应商面临的决策函数为 $\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x) = \frac{2w(a - w - v)}{3b} - kQ$.

易知此时 $\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x)$ 是关于批发价 w 的凹函数,得到此时供应商的最优批发价为 $w_{a2} = \frac{a - v}{2}$.

2) 当 $\frac{2(a - w - v)}{3b} - xQ > 0$ 时,供应商面临的决策函数为

$$\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x) = \frac{2w(a - w - v)}{3b} - s\left(\frac{2(a - w - v)}{3b} - xQ\right) - kQ.$$

同样地,此时 $\Pi_{s1}^{\text{II}}(w, x)$ 也是关于批发价 w 的凹函数,得到此时供应商的最优批发价为 $w_{b2} = \frac{a - v + s}{2}$.

定理2 供应商对批发价的选择受到了他所观察到的实际产出率的影响,一定存在着一个批发价 $w^* \in (w_{a2}, w_{b2})$, 满足以下条件:

当 $x > \frac{2(a - w^* - v)}{3bQ}$ 时,供应商的最优批发价为 $w_2 = w_{a2}$; 当 $x < \frac{2(a - w^* - v)}{3bQ}$ 时,供应商的最优批发价为 $w_2 = w_{b2}$; 当 $x = \frac{2(a - w^* - v)}{3bQ}$ 时,供应商的最优批发价为 $\{w_{a2}, w_{b2}\}$.

证明 显然,当 $x > \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}$ 时,供应商的最优批发价为 w_{a2} . 当 $x < \frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ}$ 时,供应商的最优批发价为 w_{b2} . 当 $\frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ} \leq x \leq \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}$ 时,引入函数

$$\Upsilon(x) = \Pi_{s1}^{\text{II}}(w_{a2}, x) - \Pi_{s1}^{\text{II}}(w_{b2}, x), \quad (15)$$

则有

$$\begin{aligned} \Upsilon\left(x = \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}\right) &= \Pi_{s1}^{\text{II}}\left(w_{a2}, x = \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}\right) - \Pi_{s1}^{\text{II}}\left(w_{b2}, x = \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}\right) > 0, \\ \Upsilon\left(x = \frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ}\right) &= \Pi_{s1}^{\text{II}}\left(w_{a2}, x = \frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ}\right) - \Pi_{s1}^{\text{II}}\left(w_{b2}, x = \frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ}\right) < 0. \end{aligned}$$

对任意的 $x \in \left(\frac{2(a - w_{b2} - v)}{3bQ}, \frac{2(a - w_{a2} - v)}{3bQ}\right)$,

有 $\frac{\partial \Upsilon(x)}{\partial x} = sQ > 0$. 则 $\Upsilon(x)$ 在 $\left[\frac{2(a-w_{b2}-v)}{3bQ}, \frac{2(a-w_{a2}-v)}{3bQ}\right]$ 内为 x 的单调递增函数, 且有 $\Upsilon(x) = \frac{2(a-w_{b2}-v)}{3bQ} < 0, \Upsilon(x) = \frac{2(a-w_{a2}-v)}{3bQ} > 0$. 故一定存在着一个批发价 $w^* \in (w_{a2}, w_{b2})$ 满足 $\Upsilon(x) = \frac{2(a-w^*-v)}{3bQ} = 0$. 因此, 当 $x > \frac{2(a-w^*-v)}{3bQ}$ 时, 供应商的最优批发价为 $w_2 = w_{a2}$; 当 $x < \frac{2(a-w^*-v)}{3bQ}$ 时, 供应商的最优批发价为 $w_2 = w_{b2}$; 当 $x = \frac{2(a-w^*-v)}{3bQ}$ 时, 供应商的最优批发价取 w_{a2} 和 w_{b2} 均可. $\square$

根据定理 2, 令 $\Upsilon\left(x = \frac{2(a-w^*-v)}{3bQ}\right) = 0$, 可得 $w^* = \frac{2a-2v+s}{4}$, 对应的产出率为 $x^* = \frac{2a-2v-s}{6bQ}$. 这里需要解释的是, 尽管 x 被假设为一个随机变量, 但是供应商在确定批发价时已经观察到了 x 的实际值, 因此, 供应商在进行批发价时, 面临的 x 为一个确定值, 并且此时供应商对批发价的选择依赖于 x 的不同取值.

最后, 供应商将在产出不确定环境下确定其最优计划投入量. 类似于模型 I, 假设产出不确定随机变量的波动下限 θ 值相对较小, 因此有 $\theta \leq \frac{a-v-s}{3bQ}$ 成立. 此时供应商需要考虑以下几种决策情形:

1) 如果供应商认为 $\beta \leq \frac{a-v-s}{3bQ}$, 则 $x^* = \frac{2a-2v-s}{6bQ} > \beta$, 供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价为 w_{b2} , 此时其期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q)) = \frac{(a-v-s)^2}{6b} + \left(\frac{\beta+\theta}{2}s - k\right)Q. \quad (16)$$

对式 (16) 求一阶导可知 $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))}{\partial Q} = \frac{\beta+\theta}{2}s - k$.

发现当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))}{\partial Q} \leq 0$, 供应商的最优决策 $Q_{a2} = 0$, 选择不投入而通过向外协商购买的形式来满足零售商的订购需求; 当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))}{\partial Q} > 0$, 供应商的最优决策 $Q_{a2} = \frac{a-v-s}{3b\beta}$.

2) 如果供应商认为 $\frac{a-v-s}{3bQ} \leq \beta < \frac{2a-2v-s}{6bQ}$, 此时 $x^* = \frac{2a-2v-s}{6bQ} > \beta$, 供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价仍为 w_{b2} . 供应商面临的期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q)) = \frac{(a-v)^2 - s^2}{6b} - \int_{\theta}^{\frac{a-v-s}{3bQ}} s\left(\frac{a-v-s}{3b} - xQ\right)f(x)dx - kQ. \quad (17)$$

易知 $E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))$ 是关于 Q 的凹函数, 则必存在最优计划投入量 Q_{b2} , 使得供应商获得最大的期望利润. 此时 Q_{b2} 还应满足 $\frac{a-v-s}{3b\beta} \leq Q_{b2} \leq \frac{2a-2v-s}{6b\beta}$. 当

$k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优计划投入量 $Q_{b2} = \frac{a-v-s}{3b\beta}$; 当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优计划投入量 $Q_{b2} = \frac{a-v-s}{3b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s+\theta^2}}$.

3) 如果供应商认为 $\frac{2a-2v-s}{6bQ} \leq \beta \leq \frac{a-v}{3bQ}$, 此时 $x^* = \frac{2a-2v-s}{6bQ} \leq \beta$, 则供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价为 $\{w_{a2}, w_{b2}\}$. 供应商面临的期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q)) = \frac{(a-v)^2}{6b} - \frac{(a-v)s}{3b} + \frac{(\beta+\theta)s}{2}Q + \frac{(2a-2v-s)s}{6b}F\left(\frac{2a-2v-s}{6bQ}\right) - \frac{(a-v-s)s}{3b}F\left(\frac{a-v-s}{3bQ}\right) - sQ \int_{\frac{a-v-s}{3bQ}}^{\frac{2a-2v-s}{6bQ}} xf(x)dx - kQ. \quad (18)$$

此时, $\frac{2a-2v-s}{6b\beta} \leq Q \leq \frac{a-v}{3b\beta}$. 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, $\frac{\partial E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))}{\partial Q} < 0$, 供应商的最优计划投入量 $Q_{c2} = \frac{2a-2v-s}{6b\beta}$; 当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, $\frac{\partial^2 E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))}{\partial Q^2} > 0$, 则供应商的最优解 $Q_{c2} = \frac{2a-2v-s}{6b\beta}$ 或 $Q_{c2} = \frac{a-v}{3b\beta}$.

4) 如果供应商认为 $\beta > \frac{a-v}{3bQ}$, 这里 $x^* = \frac{2a-2v-s}{6bQ} < \beta$, 供应商预料到其在产出确定之后选择的批发价为 $\{w_{a2}, w_{b2}\}$. 供应商面临的期望利润函数为

$$E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q)) = \frac{(a-v)^2}{6b} + sQ\left(\int_{\theta}^{\frac{a-v-s}{3bQ}} xf(x)dx + \int_{\frac{2a-2v-s}{6bQ}}^{\frac{a-v}{3bQ}} xf(x)dx\right) - kQ + \frac{(2a-2v-s)s}{6b}F\left(\frac{2a-2v-s}{6bQ}\right) - \frac{(a-v-s)s}{3b}F\left(\frac{a-v-s}{3bQ}\right) - \frac{(a-v)s}{3b}F\left(\frac{a-v}{3bQ}\right). \quad (19)$$

易知 $E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q))$ 是关于 Q 的凹函数, 因此必存在最

优计划投入量 Q_{d2} , 使得供应商获得最大的期望利润. 供应商利润函数为连续函数, 且此时还应满足 $Q_{d2} > \frac{a-v}{3b\beta}$. 因此, 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优

计划投入量 $Q_{d2} = \frac{a-v}{3b\beta}$; 当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优投入量 $Q_{d2} = \frac{\sqrt{(2(a-v)-s)^2 + 2s^2}}{6b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s + \theta^2}}$.

与模型 I 类似, 令 Q_2^* 表示模型 II 中供应商最终选择的最优投入量, 用 q_{i2}^* 、 p_2^* 、 w_2^* 分别代表该模型下均衡时的订购量、零售价和批发价.

定理 3 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优决策是不进行计划投入.

证明 显然, 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商在 Q 不同波动区间内的最优计划投入量如下:

$$Q_2^* = \begin{cases} 0, & 0 < Q < \frac{a-v-s}{3b\beta}; \\ \frac{a-v-s}{3b\beta}, & \frac{a-v-s}{3b\beta} \leq Q < \frac{2a-2v-s}{6b\beta}; \\ \frac{2a-2v-s}{6b\beta}, & \frac{2a-2v-s}{6b\beta} \leq Q < \frac{a-v}{3b\beta}; \\ \frac{a-v}{3b\beta}, & Q \geq \frac{a-v}{3b\beta}. \end{cases} \quad (20)$$

发现

$$\begin{aligned} E(\Pi_{s2}^{\Pi}(0)) - E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(\frac{a-v-s}{3b\beta}\right)\right) &\geq 0, \\ E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(\frac{a-v-s}{3b\beta}\right)\right) - E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(\frac{2a-2v-s}{6b\beta}\right)\right) &> 0, \\ E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(\frac{a-v-s}{3b\beta}\right)\right) - E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(\frac{a-v}{3b\beta}\right)\right) &> 0. \end{aligned}$$

可以发现, 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的最优计划投入量 $Q_2^* = 0$, 供应商的期望利润最大. $\square$

当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商在 Q 不同波动区间内的最优计划投入量如下:

$$Q_2^* = \begin{cases} \frac{a-v-s}{3b\beta}, & 0 < Q < \frac{a-v-s}{3b\beta}; \\ \frac{a-v-s}{3b\beta}, & \frac{a-v-s}{3b\beta} \leq Q < \frac{2a-2v-s}{6b\beta}; \\ \frac{2a-2v-s}{6b\beta} \text{ or } \frac{a-v}{3b\beta}, & \frac{2a-2v-s}{6b\beta} \leq Q < \frac{a-v}{3b\beta}; \\ \frac{\sqrt{(2a-2v-s)^2 + 2s^2}}{6b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s + \theta^2}}, & Q \geq \frac{a-v}{3b\beta}. \end{cases} \quad (21)$$

此时, 供应商最优计划投入量的决策与函数中各个参数的取值有关.

可以认为 k/u 是期望成本, 类似的假设可以在文

献 [20] 中看到, 这里 $u = \frac{\beta+\theta}{2}$. 根据定理 3, 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$, 即供应商的期望成本不低于外购成本时, 供应商的最优决策是不进行计划投入.

此时, 模型 II 中供应链的总利润函数为 $E(TS_2^*)$

$$= E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q_2^*)) + \sum_{i=1}^2 E(\Pi_i^{\Pi}(q_{i2}^*)).$$

3 数值分析

通过数值分析来进一步展示本文的相关研究结论. 考虑到单位外购成本 s 对供应链决策的重要影响, 灵敏度分析主要围绕单位外购成本 s 对最优决策的影响展开. 假设产出随机因素 x 服从定义在区间 $[0.5, 1.5]$ 内的均匀分布, 即 $x \sim U[0.5, 1.5]$; 需求函数中的参数设置为 $a = 10, b = 0.01$; 零售商单位可变成本 $v = 0.3$, 单位生产成本 $k = 1$; 外购成本 $s \in (k, 3k)$. 可以得到模型 I 中供应商最优计划投入量 $Q_1^* = 304$, 最大期望利润 $E(\Pi_{s2}^{\Pi}(Q_1^*)) = 1182.6$.

3.1 外购成本对供应商决策的影响

为分析外购成本 s 对供应商承诺行为产生的影响, 首先分析模型 II 中供应商决策受外购成本 s 的影响. 由命题 3 可知: 当 $k \geq \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商最优计划投入量为 $Q_2^* = 0$; 当 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$ 时, 供应商的计划投入量见式 (21). 这里令

$$\begin{aligned} \Pi_{sa}^{\Pi} &= E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(Q = \frac{a-v-s}{3b\beta}\right)\right), \\ \Pi_{sb}^{\Pi} &= E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(Q = \frac{a-v-s}{3b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s + \theta^2}}\right)\right), \\ \Pi_{sc1}^{\Pi} &= E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(Q = \frac{2a-2v-s}{6b\beta}\right)\right), \\ \Pi_{sc2}^{\Pi} &= E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(Q = \frac{a-v}{3b\beta}\right)\right), \\ \Pi_{sd}^{\Pi} &= E\left(\Pi_{s2}^{\Pi}\left(Q = \frac{\sqrt{(2a-2v-s)^2 + 2s^2}}{6b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s + \theta^2}}\right)\right). \end{aligned}$$

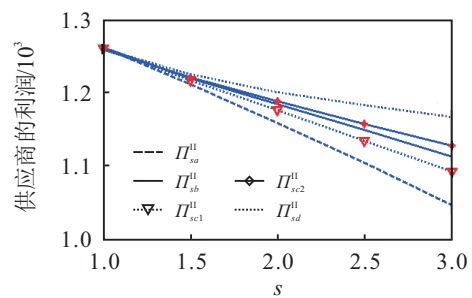


图 1 $k < \frac{\beta+\theta}{2}s$, 模型 II 中供应商期望利润与 s 的关系

从图 1 可以发现, 当 $1 < s < 3$ 时, Π_{sd}^{Π} 处于最上方的位置. 因此在模型 II 中, 当 $1 < s < 3$ 时, 供应商计划投入量选择 $Q_2^* = \frac{\sqrt{(2a-2v-s)^2 + 2s^2}}{6b\sqrt{2k(\beta-\theta)/s + \theta^2}}$ 总是

最优的.

令 $\Delta \Pi_s^* = E(\Pi_{s2}^{\text{II}}(Q_2^*)) - E(\Pi_{s2}^{\text{I}}(Q_1^*))$, 则 $\Delta \Pi_s^*$ 可以表示为模型 II 和模型 I 在均衡情况下, 供应商最优利润的差. 从图 2 可以发现: 当 $0 < s < 2.5$ 时, 供应商选择模型 II 的运行模式得到的期望利润较大; 当 $2.5 < s \leq 3$ 时, 供应商选择模型 I 的运行模式得到的期望利润较大; 当 $s = 2.5$ 时, 选择模型 I 的运行模式和模型 II 的运行模式对于供应商来说均可.

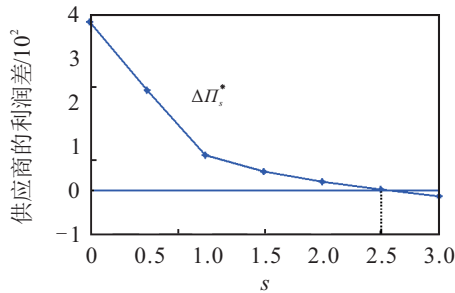


图2 $\Delta \Pi_s^*$ 与 s 的关系

供应商在外购成本不同的情况下选择不同契约, 同时也将决定自身的最优计划投入量, 这里用 Q^* 表示供应商最终选择的最优投入量. 从图 3 可以发现: 当 $0 \leq s \leq 1$ 时, 供应商将不进行计划投入; 当 $1 < s < 2.5$ 时, 供应商的计划投入量为 Q_{d2} , 供应商会随着外购成本的增加而增加计划投入; 当 $s > 2.5$ 时, 供应商的计划投入量为 Q_1^* , 不受外购成本的影响; 当 $s = 2.5$ 时, 供应商的计划投入量为 Q_{d2} 或 Q_1^* 均可. 以上结论符合直觉: 当外购成本不是很高时, 供应商引入供货承诺可以提高自身的期望利润, 这时外购成本若低于生产成本, 则供应商将不进行计划投入; 当外购成本高于生产成本时, 外购成本越高, 供应商越有意愿加大计划投入量. 当外购成本高到一定水平时, 供应商的最优决策是不向零售商进行供货承诺, 此时计划投入量也就固定不变, 与外购成本无关.

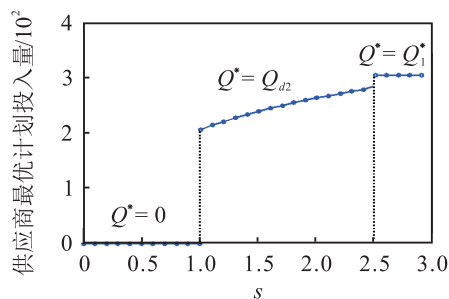


图3 供应商最优计划投入量 Q^* 与 s 的关系

3.2 外购成本对零售商利润的影响

为研究外购成本 s 对零售商利润的影响, 分析在两种不同模型下外购成本 s 对零售商期望利润的影响, 这里以单个零售商的利润为分析对象.

从图 4 可以发现, 模型 II 中零售商的最期望利

润 $E(\Pi_i^{\text{II}}(q_{i2}^*))$ 随外购成本的增加而减少: 当 $s < 0.8$ 时, 零售商在模型 II 的运行模式下得到的期望利润较大; 当 $0.8 < s \leq 3$ 时, 零售商在模型 I 的运行模式下得到的期望利润较大; 当 $s = 0.8$ 时, 选择模型 I 的运行模式和模型 II 的运行模式对于零售商来说一样. 研究发现, 外购成本高于供应商的生产成本时, 若供应商采用供货承诺, 反而对零售商不利. 这是一个比较反直觉的研究结论.

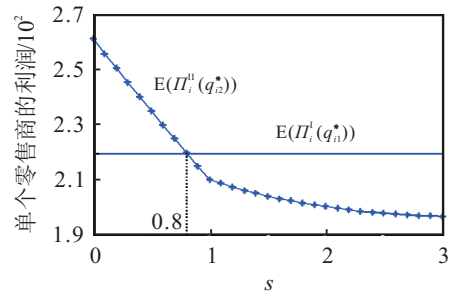


图4 零售商在两种不同类型模型下期望利润与 s 的关系

3.3 外购成本对供应链总利润的影响

为研究外购成本 s 对供应链总利润的影响, 令 $\Delta TS^* = E(TS_2^*) - E(TS_1^*)$, 这里 ΔTS^* 表示模型 II 与模型 I 的供应链总利润差.

观察图 5 可以发现: 当 $s < 1.7$ 时, 供应商选择供货承诺能提高供应链总体利润; 当 $s > 1.7$ 时, 供应商选择供货承诺反而会降低供应链总体利润; 当 $s = 1.7$ 时, 供应商是否选择供货承诺对供应链总体利润没有影响. 研究发现: 当外购成本不是很高时, 供应商引入供货承诺可以提高整个供应链的利润; 外购成本较高时, 供应商采用供货承诺机制反而会降低整个供应链的利润.

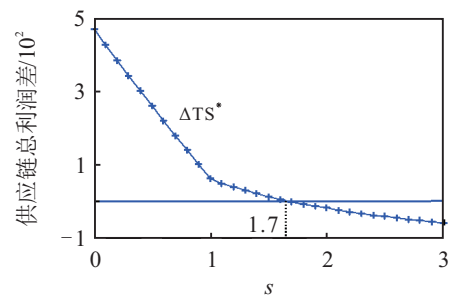


图5 ΔTS^* 与 s 的关系

4 结论

本文研究了产出不确定环境下考虑供应商供货承诺时的竞争模型. 研究发现, 供应商的供货承诺在一定条件下可以提升供应商的收益, 并可能改进供应链的整体收益. 但是零售商反而可能从供应商的供货承诺行为中受损, 这是一个比较反直觉的研究结论. 为了提升供应链的性能, 供应商可以考虑与零售

商进行必要的收益分享,吸引零售商参与. 本项目的研究工作也为今后的探索提供了方向,例如零售商的需求也可能是不确定的,这将使决策模型变得更加复杂. 这些方面的研究工作将在后续的工作中展开.

参考文献(References)

- [1] 王道平, 程蕾, 李锋. 产出不确定的农产品供应链协调问题研究[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 881-885.
(Wang D P, Cheng L, Li F. Supply chain coordination of agricultural product under random yield[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 881-885.)
- [2] 姚冠新, 徐静. 产出不确定下的农产品供应链参与主体决策行为研究[J]. 工业工程与管理, 2015, 20(2): 16-22.
(Yao G X, Xu J. Agricultural supply chain decisions research under random yield[J]. Industrial Engineering and Management, 2015, 20(2): 16-22.)
- [3] 左晓露, 刘志学, 施文. 随机产出与需求条件下的响应性定价策略[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(10): 2563-2571.
(Zuo X L, Liu Z X, Shi W. Responsive pricing strategy under random yield and stochastic demand[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2014, 20(10): 2563-2571.)
- [4] Mehmet A Begen, Hubert Pun, Xinghao Yan. Supply and demand uncertainty reduction efforts and cost comparison[J]. Int J of Production Economics, 2016, 180: 125-134.
- [5] Takamichi H, Stephen M D, Srinagesh G. The impact of information sharing, random yield, correlation, and lead times in closed loop supply chains[J]. European J of Operational Research, 2015, 246(3): 827-836.
- [6] 赵道致, 吕昕. 随机产出与需求下基于风险共享的VMI协同[J]. 系统工程, 2012, 30(2): 1-8.
(Zhao D Z, Lv X. Vendor-managed inventory coordination based on risk sharing under stochastic output and demand[J]. Systems Engineering, 2012, 30(2): 1-8.)
- [7] 刘聘, 谢铁军. 随机产出与需求下的农产品供应链协调[J]. 物流技术, 2013, 32(7): 381-384.
(Liu P, Xie T J. Coordination of agri-food chain with revenue-sharing contract under stochastic output and demand[J]. Logistics Technology, 2013, 32(7): 381-384.)
- [8] 赵霞, 吴方卫, 蔡荣. 随机产出与需求下二级供应链协调合同研究[J]. 管理科学学报, 2014, 17(8): 34-45.
(Zhao X, Wu F W, Cai R. Research on coordination of two-stage supply chain under random yield and random demand with contracts[J]. J of Management Sciences in China, 2014, 17(8): 34-45.)
- [9] 凌六一, 郭晓龙, 胡中菊, 等. 基于随机产出与随机需求的农产品供应链风险共担合同[J]. 中国管理科学, 2013, 21(2): 50-55.
(Ling L Y, Guo X L, Hu Z J, et al. The risk-sharing contracts under random yield and stochastic demand in agricultural supply chain[J]. Chinese J of Management Science, 2013, 21(2): 50-55.)
- [10] 朱宝琳, 戚亚萍, 戢守峰, 等. 产出和需求不确定下三级供应链契约协调模型[J]. 控制与决策, 2016, 31(12): 2211-2218.
(Zhu B L, Qi Y P, Ji S F, et al. Three-echelon supply chain contract coordination model with uncertainties of yield and demand[J]. Control and Decision, 2016, 31(12): 2211-2218.)
- [11] 于建红, 马士华, 周奇超. 供需不确定下基于MOI和VMI模式的供应链协同比较研究[J]. 中国管理科学, 2012, 20(5): 64-74.
(Yu J H, Ma S H, Zhou Q C. Comparative study of supply chain coordination based on MOI and VMI under random yield and uncertain demand[J]. Chinese J of Management Science, 2012, 20(5): 64-74.)
- [12] 李果, 马士华, 高韬, 等. 不确定交货条件下两供应商-单制造商协同供货模型[J]. 管理工程学报, 2011, 25(3): 91-99.
(Li G, Ma S H, Gao T, et al. A coordination model of two-suppliers and one-manufacturer under uncertain delivery[J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2011, 25(3): 91-99.)
- [13] Weili Xue, Tsan-Ming Choi, Lijun Ma. Diversification strategy with random yield suppliers for a mean-variance risk-sensitive manufacturer[J]. Transportation Research Part E, 2016, 90: 90-101.
- [14] Shitao Yang, Jian Yang, Layek Abdel-Malek. Sourcing with random yields and stochastic demand: A newsvendor approach[J]. Computers & Operations Research, 2007, 34(12): 3682-3690.
- [15] He Y, Zhang J. Random yield supply chain with a yield dependent secondary market[J]. European J of Operational Research, 2010, 206 (1): 221-230.
- [16] Tang C S, Yin R. Responsive pricing under supply uncertainty[J]. European J of Operational Research, 2007, 182(1): 239-255.
- [17] Tang S Y, Kouvelis P. Supplier diversification strategies in the presence of yield uncertainty and buyer competition[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2011, 13(4): 439-451.
- [18] Jianhu Cai, Liping Wang, Yi Han, et al. Advance order strategies: Effects on competition structure in a two-echelon supply chain[J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34(9): 2465-2476.
- [19] Birendra K Mishra, Srinivasan Raghunathan. Retailers, vendor-managed inventory and brand competition[J]. Management Science, 2004, 50(4): 445-457.
- [20] Wenting Pan, Kut C So. Component procurement strategies in decentralized assembly systems under supply uncertainty[J]. IIE Transactions, 2015, 48(3): 267-282.

(责任编辑: 齐 霖)