

基于双子代数的高通量筛选系统优化控制

李丹菁[†]

(上海应用技术大学 电气与工程学院, 上海 201418)

摘要: 为了提高控制效率,对一类新兴的离散事件系统,即高通量筛选系统,利用双子代数 dioid 同时从事件域和时间域进行建模. 对于很多离散事件系统,期望的输入输出模型行为是进行优化控制时常用的指标. 然而,根据实际控制要求,往往高通量筛选系统的优化指标还会考虑期望的状态轨迹或期望的输出轨迹. 对此,研究 dioid 框架下具有不同优化指标的优化控制结构,并结合状态反馈和输出反馈进行讨论. 最后通过实例说明了应用该控制结构的方法. 仿真结果表明了所提出的优化控制方法的有效性.

关键词: 高通量筛选系统; 双子代数; $\mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]$; 优化控制; 反馈

中图分类号: TP27

文献标志码: A

Dioid-based optimal control for high throughput screening systems

LI Dan-jing[†]

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China)

Abstract: To enhance its control efficiency, for a new class of discrete event systems, i. e. high throughput screening (HTS) systems, it is modeled within both event- and time- domain under the framework of dioid. For optimal control of many discrete event systems, desired input-output model behaviour is an objective commonly considered. However, according to practical control requirements of HTS systems, more often, desired state trajectories or desired output trajectories are considered. Therefore, dioid-based optimal control structures with different objectives are studied. State-feedback and output-feedback structures are discussed, respectively. Finally, some examples are given to illustrate the application of the aforementioned control structures. Simulation results show the effectiveness of the proposed optimal control.

Keywords: high throughput screening systems; dioid; $\mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]$; optimal control; feedback

0 引言

在当今的化工、生物制药、农业、基因工程等领域,越来越多地采用高通量筛选系统 (HTS) 进行各种实验,带来了巨大的效益,尤其是大大提高了新药、新材料、新工艺等的研发效率. 随着高速计算机技术、高度自动化设备的发展,这类 20 世纪 90 年代后出现的新兴离散事件系统,得以在一定时间内快速地对几十万种、上百万种的化合物、生物物质等进行包含液体操作、储存、微板操作、标注、读数、温孵培养等一系列活动^[1-5].

高通量筛选系统是满足同步关系的离散事件系统. 在这类被称为事件图或同步图的系统中,一个事件的发生不必通过竞争,然而可能需要几个事件的共同发生作为前提. 与许多离散事件系统不同,在高通量筛选系统中,经常涉及多个用户共享一个资源且同一个用户多次使用同一个资源的情况. 其次,在资源

之间并无缓冲区域,相反,用户在资源之间转移时会同时占用两个资源. 而且,高通量筛选系统的运行允许交错分配:即使在同一个资源上,后面批次的某些活动可能在前面批次其他活动之前发生^[1]. 此外,由于资源情况复杂,近年来,还出现了多容量资源的使用情况.

与许多对离散事件系统的研究一样,对 HTS 系统的分析也常常从事件域的角度出发,例如文献 [2-9],其中文献 [2-3,6-9] 基于 max-plus 算法建立了系统模型. 然而,一些建模及后续的控制,可能会由于模型复杂 (例如需要降阶处理等),系统分析及控制的效率不高. 另外,HTS 系统所使用的 PLC 控制器是按一定时间周期工作的,单纯基于事件域模型对控制的实施也有所不便. 因此,从提高系统分析、控制策略的效率以及控制实施的灵活便利性考虑,在对高通量筛选系统进行建模及控制时,可以进一步优化,选择合适

收稿日期: 2016-06-27; 修回日期: 2016-11-30.

基金项目: 上海市浦江人才计划项目 (14PJ1407900); 轻工过程先进控制教育部重点实验室开放课题 (APCLI1402).

作者简介: 李丹菁 (1973-), 女, 讲师, 博士, 从事离散事件系统控制、混杂系统控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: danjing.li@sit.edu.cn

的双子代数 dioid 框架^[10-12], 同时从时间域和事件域高效地描述和控制系统。

控制方面, 目前已有的工作^[6-9,11] 将对一般事件图系统的控制研究应用于 HTS 系统: 将期望的输入输出模型行为 H_d 作为控制指标, 以不同视点展开研究. 但对于需要不同批次保持严格一致运行的高通量筛选任务而言, 对各个内部状态和输出轨迹也有严格的要求. 由于 HTS 系统本身的特点, 即使输入输出关系正常, 在某些输入条件或意外故障和干扰下, 导致一些批次过早地进入系统, 一些内部状态过早地发生, 而资源间没有缓冲区域, 可能造成阻塞甚至更大危害. 因此, 实际运行也会以期望的输出轨迹 Y_d 以及期望的状态轨迹 X_d 作为优化指标, 本文也将对此展开相关研究.

基于合适的双子代数建模的细节及其优势将另文详述, 本文则进一步结合考虑了多容量资源的处理, 相对侧重于对控制部分的讨论. 首先介绍相关的双子代数 dioid 及余理论等理论基础; 然后围绕高通量筛选系统, 基于双子代数 dioid $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{as}}[\gamma, \delta]$ 的框架, 以不同的优化指标, 结合不同控制结构作探讨; 最后, 分别以期望模型行为和状态轨迹为指标, 将反馈控制结构应用于文献[1,13]中的高通量筛选系统实例. 仿真结果表明了本文方法的有效性.

1 理论基础

有关双子代数及余理论的详细讨论和研究可以参见文献[10,14-16]. 本节仅对与本文有关的理论基础做简单的介绍与说明.

1.1 双子代数

双子代数 (dioid) \mathcal{D} 是一个具有两种二元运算 (分别记作加法 \oplus 和乘法 \otimes) 的代数结构, 其中: 加法运算符合交换律、结合律以及幂等律 (即 $\forall a \in \mathcal{D}, a \oplus a = a$), 乘法运算满足结合律和对加法的分配律. 双子代数的零元 (也是加法中性元) 记作 ε (即 $\forall a \in \mathcal{D}, a \oplus \varepsilon = a$), 单位元 (也是乘法中性元) 记作 e (即 $\forall a \in \mathcal{D}, a \otimes e = e \otimes a = a$), 同时, 加法中性元 ε 对乘法具有吸收特性, 即 $\forall a \in \mathcal{D}, a \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes a = \varepsilon$. 与传统算法一样, $a \otimes b$ 可以简写为 ab .

由于具有幂等律, \mathcal{D} 是个有序集合. 在 \mathcal{D} 上, 可以定义如下的偏序关系 \preceq :

$$a \oplus b = b \Leftrightarrow a \preceq b. \quad (1)$$

a 与 b 的上确界 $a \vee b = a \oplus b$. 如果 \mathcal{D} 对于无穷多个 \oplus 是封闭的, 并且 \otimes 对于无穷多个 \oplus 依然满足分配律, 则 \mathcal{D} 是一个完整的 dioid. \mathcal{D} 中所有元素之和就是 \mathcal{D}

的顶元 $\top = \bigoplus_{x \in \mathcal{D}} x$. 一个完整的 dioid 还可以被赋予另一个内部运算 \wedge , a 与 b 的下确界记作 $a \wedge b$. 运算 \wedge 满足交换律、结合律以及幂等律, 其中性元是 \top .

完整 dioid 中的矩阵运算与传统的矩阵运算类似, 对于 $A, B \in \mathcal{D}^{n \times p}, C \in \mathcal{D}^{p \times m}$, 有

$$(A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}, \quad (2)$$

$$(A \wedge B)_{ij} = A_{ij} \wedge B_{ij}, \quad (3)$$

$$(A \otimes C)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^p (A_{ik} \otimes C_{kj}). \quad (4)$$

对于高通量筛选系统, 往往会以尽早完成任务作为目标. 因此, dioid 中的下述定理^[10] 对求出事件的最早发生时间非常有用.

定理1 对定义在完整 dioid 上的方程 $x = ax \oplus b$ 而言, 最小解是 $x = a^*b$, 其中 $a^* = \bigoplus_{i \geq 0} a^i$.

对于一个完整的 dioid \mathcal{D} , $a, b \in \mathcal{D}$, 上述 $*$ 运算有如下重要性质^[10]:

$$a(ba)^* = (ab)^*a, \quad (5)$$

$$(a^*)^* = (a^*)^*. \quad (6)$$

1.2 双子代数 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{as}}[\gamma, \delta]$

常用的 max-plus 算法是双子代数的一种, 其二元运算加法 \oplus 和乘法 \otimes 分别定义为传统算法中的求最大值 “max” 以及加法 “+”, 适合于从事件域的角度来描述事件图系统. 为了方便同时从时间域和事件域上描述高通量筛选系统, 下面引入一个特定的双子代数 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{as}}[\gamma, \delta]$.

首先在具有两个变量 (γ, δ) 的形式幂级数的集合上定义一个 dioid 结构 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$: 其形式级数以 $\mathcal{B} = \{\varepsilon, e\}$ 中的布尔量为系数, 以 \mathcal{Z} 中整数为指数, 并且幂级数的传统求和与乘法分别作为两种二元运算 \oplus 和 \otimes 被赋予该集合. 例如: 形式级数 $S = \dots \oplus \varepsilon \gamma^1 \delta^1 \oplus \varepsilon \gamma^1 \delta^2 \oplus \varepsilon \gamma^1 \delta^3 \oplus \varepsilon \gamma^1 \delta^4 \oplus \dots \oplus \varepsilon \gamma^2 \delta^1 \oplus \dots \oplus \varepsilon \gamma^3 \delta^4 \oplus \varepsilon \gamma^3 \delta^5 \oplus \dots$, 一般可简单表示为 $S = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^3 \delta^5$. 在高通量筛选系统这种事件图中, 从物理意义上看, 单项式 $\gamma^k \delta^t$, 可以从事件域角度解释为 “第 k 批次的事件最早在 t 时间发生”, 也可以从时间域角度解释为 “事件在第 t 时间最多已发生了 k 批”. 上述多项式 S 则意味着各组成单项式 $\gamma^1 \delta^3$ 和 $\gamma^3 \delta^5$ 的要求都得到满足.

进一步, 考虑到高通量筛选系统中, 事件的批次随着时间的增长是非降的, 同样, 事件的发生时间随着批次数的增长也是非降的, 在 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 中, 满足这类特性的元素可以用下述对 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{as}}[\gamma, \delta]$ 的定义筛选出来 (在下述等价关系 $\mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$ 下, 可以得到 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 的商

dioid $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta] \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{B}[\gamma, \delta] / \mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$:

$$\begin{aligned} \forall S_1, S_2 \in \mathbf{B}[\gamma, \delta], \\ S_1 \equiv S_2 \Leftrightarrow S_1 \mathcal{R}_{(\gamma, \delta)} S_2 \Leftrightarrow \\ (\gamma^*(\delta^{-1})^*) S_1 = (\gamma^*(\delta^{-1})^*) S_2. \end{aligned} \quad (7)$$

$\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中有下述规则:

$$\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^l \delta^t = \gamma^{\min(k, l)} \delta^t, \quad (8)$$

$$\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^k \delta^\tau = \gamma^k \delta^{\max(t, \tau)}, \quad (9)$$

$$\gamma^k \delta^t \otimes \gamma^l \delta^\tau = \gamma^{k+l} \delta^{t+\tau}, \quad (10)$$

$$\gamma^k \delta^t \wedge \gamma^l \delta^\tau = \gamma^{\max(k, l)} \delta^{\min(t, \tau)}. \quad (11)$$

因此, 与在 $\mathbf{B}[\gamma, \delta]$ 中不同, 在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中, $\gamma^k \delta^t$ 不再是 (γ, δ) 平面(事件-时间平面)上的一个单点, 还包含了 $\mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$ 意义下其等价类(例如: $\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^{k+1} \delta^{t-1}$), 即图1中的整个阴影部分.

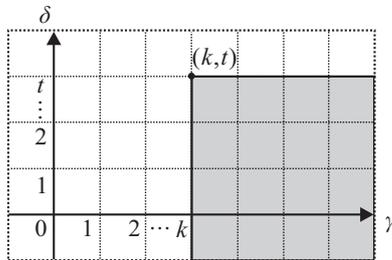


图1 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中 $\gamma^k \delta^t$ 的图形表示

$\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的加法中性元、乘法中性元以及顶元分别为 $\varepsilon = \gamma^{+\infty} \delta^{-\infty}$, $e = \gamma^0 \delta^0$ 和 $\top = \gamma^{-\infty} \delta^{+\infty}$.

1.3 余理论

定义1 对于定义在有序集合上的映射 f , 如果满足 $a \preceq b \Rightarrow f(a) \preceq f(b)$, 则 f 是一个保序映射.

例如, $*$ 映射 $\mathcal{K} : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}, x \mapsto x^*$, 是一个保序映射.

定义2 设映射 $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{F}$ 为一个保序映射, \mathcal{D}, \mathcal{F} 均为有序集合. 如果对于所有 $y \in \mathcal{F}$, 子集 $\{x \in \mathcal{D} \mid f(x) \preceq y\}$ 有上确界且该上确界位于该子集内, 则映射 f 是有多余的. 该上确界记作 $f^\sharp(y)$, 映射 f^\sharp 称为 f 的余映射.

例如, 定义在完整 dioid 上的两个常用保序映射“左乘 a ”, $L_a : x \mapsto a \otimes x$, 及“右乘 a ”, $R_a : x \mapsto x \otimes a$ 都是有多余的. 它们的余映射分别记作“左余 a ”, $L_a^\sharp(x) = a \wp x$, 及“右余 a ”, $R_a^\sharp(x) = x \phi a$. 因此, 对于不等式 $a \otimes x \preceq b$, 其解为

$$x \preceq a \wp b, \quad (12)$$

其中最大解记作 $L_a^\sharp(b) = a \wp b$. 同样, 不等式 $x \otimes a \preceq b$ 的解为

$$x \preceq b \phi a, \quad (13)$$

其中最大解为 $R_a^\sharp(b) = b \phi a$. 例如, 对于不等式 $2 \otimes x \preceq 9$, 若其乘法运算 \otimes 为传统加法, 则相应余运算就是传统减法, x 的最大解为 $2 \wp 9 = 7$. 在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中, 除了规则(8)~(11), 还有下述规则:

$$\gamma^k \delta^t \wp \gamma^l \delta^\tau = \gamma^{l-k} \delta^{\tau-t}. \quad (14)$$

关于映射左余以及右余的一些有用性质^[10]如下:

$$[ab] \wp x = b \wp [a \wp x], \quad x \phi [ba] = [x \phi a] \phi b; \quad (15)$$

$$a^* x = a^* \wp [a^* x], \quad x a^* = [x a^*] \phi a^*. \quad (16)$$

同样, 设 \mathcal{D} 是一个完整的 dioid, $A \in \mathcal{D}^{m \times n}, B \in \mathcal{D}^{m \times p}, C \in \mathcal{D}^{p \times n}$, 则不等式 $B \otimes X \preceq A$ 的最大解为 $B \wp A$, 不等式 $X \otimes C \preceq A$ 的最大解为 $A \phi C$, 其中

$$(B \wp A) \in \mathcal{D}^{p \times n} : (B \wp A)_{ij} = \bigwedge_{k=1}^m B_{ki} \wp A_{kj},$$

$$(A \phi C) \in \mathcal{D}^{m \times p} : (A \phi C)_{ij} = \bigwedge_{k=1}^n A_{ik} \phi C_{jk}.$$

同时, 有以下定理^[17]成立:

定理2 设 \mathcal{D} 是一个完整的 dioid, $A \in \mathcal{D}^{m \times n}$, 则 $(A \wp A) \in \mathcal{D}^{n \times n}$, 并且 $(A \wp A) = (A \wp A)^*$; $(A \phi A) \in \mathcal{D}^{m \times m}$, 并且 $(A \phi A) = (A \phi A)^*$.

可以证明^[17], $*$ 映射 \mathcal{K} 通常不是有多余的, 但当把它的陪域从 \mathcal{D} 限制为值域 $\text{Im} \mathcal{K}$ 后, 相应的 $*$ 映射就是有多余的, 且余映射为包含映射, 即 $\text{Id}_{\text{Im} \mathcal{K}} : \text{Im} \mathcal{K} \rightarrow \mathcal{D}, x \mapsto x$. 因此, 式(18)就是满足不等式(17)的最大解:

$$x^* \preceq a^*, \quad (17)$$

$$x = a^*. \quad (18)$$

2 基于 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的系统描述及控制

2.1 多容量资源的建模处理

以一个含有双容量资源的简单系统为例(两个以上容量的多容量资源的处理与此类似), 讨论基于 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的建模. 如图2所示, 该系统中有两个资源 R1 和 R2, 其中 R1 是双容量资源, 系统的一个批次运行将在各资源上顺序进行两个活动 Acti.1 和 Acti.2. Acti.1 所需时间为8个单位, Acti.2 占时4个单位. x_i 为相应活动开始事件(或结束事件)的最早发生时间. x_1 和 x_3 分别可受输入 u_1 和 u_2 的调节, Acti.2 的结束时间 x_4 作为系统的输出 y . 同一批次的 Acti.1 完成后可立即进行 Acti.2. 在 R1 上完成一个批次的相应活动后需要经过2个单位时间才能进行另一个批次的活动. 图2中 x_2 到 x_1 的有向边及其上的“/”表示此因果关系, “/”的个数则表示涉及的批次数之差. 这样, 同一资源上同一个活动的结束事件和起始事件间有有向边上的两个“/”就意味着该资源是双容量资源.

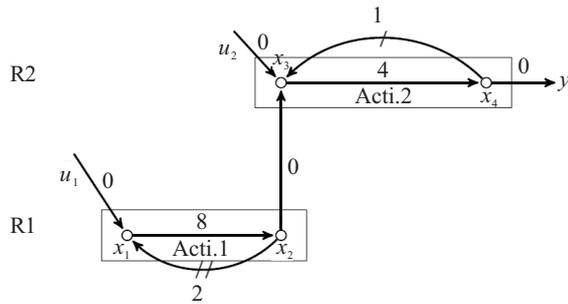


图2 含双容量资源的简单示例

双容量资源R1可以同时处理分属两个批次的同一活动Acti.1,故对于相应的起始事件 x_1 而言,受到两个因素的影响,即:前两个批次的结束事件 x_2 和本批次的输入 u_1 ,因此,在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 上建模,有

$$x_1(\gamma\delta) = \gamma^2\delta^2x_2(\gamma\delta) \oplus \gamma^0\delta^0u_1(\gamma\delta).$$

其中: γ 的上标2代表相应状态 x_1 和 x_2 间有两个批次的间隔, δ 的上标2代表时间上2个单位的间隔.

通常,基于 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的系统模型为

$$X(\gamma\delta) = A(\gamma\delta)X(\gamma\delta) \oplus B(\gamma\delta)U(\gamma\delta), \quad (19)$$

$$Y(\gamma\delta) = C(\gamma\delta)X(\gamma\delta). \quad (20)$$

其中:状态 $X(\gamma\delta) \in \mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]^{4 \times 1}$,输入 $U(\gamma\delta) \in \mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]^{2 \times 1}$,输出 $Y(\gamma\delta) \in \mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]^{1 \times 1}$,系统矩阵 $A(\gamma\delta)$ 、输入矩阵 $B(\gamma\delta)$ 、输出矩阵 $C(\gamma\delta)$ 分别为

$$A(\gamma\delta) = \begin{bmatrix} \varepsilon & \gamma^2\delta^2 & \varepsilon & \varepsilon \\ \gamma^0\delta^8 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \gamma^0\delta^0 & \varepsilon & \gamma^1\delta^1 \\ \varepsilon & \varepsilon & \gamma^0\delta^4 & \varepsilon \end{bmatrix},$$

$$B(\gamma\delta) = \begin{bmatrix} \gamma^0\delta^0 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \gamma^0\delta^0 \\ \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix},$$

$$C(\gamma\delta) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \gamma^0\delta^0].$$

对于模型(19)和(20),应用定理1,可得

$$X(\gamma\delta) = A^*(\gamma\delta)B(\gamma\delta)U(\gamma\delta), \quad (21)$$

$$Y(\gamma\delta) = C(\gamma\delta)A^*(\gamma\delta)B(\gamma\delta)U(\gamma\delta), \quad (22)$$

开环系统的输出 Y 与控制输入 U 之间的关系为

$$Y = HU, \quad (23)$$

与传统的系统模型类似,开环系统的传递函数 H 为

$$H(\gamma\delta) = C(\gamma\delta)A^*(\gamma\delta)B(\gamma\delta). \quad (24)$$

通常, H 矩阵中的元素是如下形式的幂级数:

$$H_{ij}(\gamma\delta) = p \oplus q \otimes r^*. \quad (25)$$

其中: $p = \bigoplus_{i=0}^n \gamma^{n_i} \delta^{t_i}$, $q = \bigoplus_{i=0}^m \gamma^{N_i} \delta^{T_i}$, $r = \gamma^\nu \delta^\tau$.从物理

意义上看, p 是系统的暂态过程, $q \otimes r^*$ 代表系统达到稳态后的行为:以 q 的模式每 τ 个时间单位运行 ν 个批次.上例中这个系统在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 上的传递函数为

$$H(\gamma\delta) = C(\gamma\delta)A^*(\gamma\delta)B(\gamma\delta) = (\gamma^0\delta^{12}(\gamma^1\delta^5)^* \ \gamma^0\delta^4(\gamma^1\delta^5)^*).$$

这意味着,系统每5个时间单位输出一个批次 y ,每个批次中, y 在同批次的 u_1 发生12个时间单位以及同批次的 u_2 发生4个时间单位后发生.进入稳态运行后,控制系统每隔5个时间单位发出新一批次的 u_1 和 u_2 命令,系统便可按照上述规律运行.

2.2 优化控制结构

对于一般的事件图系统,Cottenceau等^[17]曾围绕对模型行为的期望这一要求讨论了综合控制的策略.本文中,结合HTS系统的几种不同实际控制要求,利用第1节所述的理论基础,在一定的假设条件下,对实现优化控制开展新的讨论.

为了把系统运行情况反映给控制侧,考虑将状态反馈(如图3所示)或者输出反馈(见图4)作为在线控制结构.其中: F_x 和 F_y 为相应的反馈矩阵, V 为系统输入(例如,原料的供应.为简单起见,可测的系统故障等信息亦可综合由 V 表示,此时 B 也应包含故障到状态的相应传递关系), U 为综合了系统输入以及反馈的控制输入.设闭环系统的传递函数为 H_F ,系统输出与系统输入 V 的关系为

$$Y = H_F V, \quad (26)$$

其中对于状态反馈和输出反馈,相应的闭环传递函数 H_F 分别为 H_{F_x} 和 H_{F_y} .

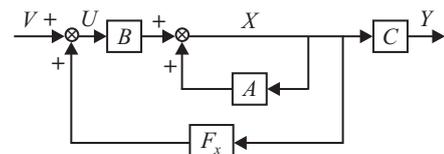


图3 状态反馈控制结构

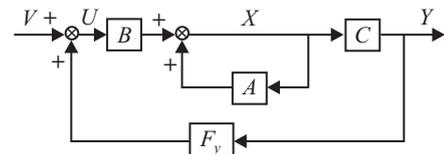


图4 输出反馈控制结构

2.2.1 对期望模型 H_d 的最优状态反馈

首先对状态反馈进行讨论.由图3可见

$$U(\gamma\delta) = V(\gamma\delta) \oplus F_x(\gamma\delta)X(\gamma\delta).$$

同时,考虑到式(21)以及定理1,有

$$X = A^*BU = A^*B \otimes (V \oplus F_xX) =$$

$$A^*BF_xX \oplus A^*BV = (A^*BF_x)^*A^*BV. \quad (27)$$

基于此,依次结合式(20)、(5)和(24),有

$$Y = CX = C(A^*BF_x)^*A^*BV = CA^*B(F_xA^*B)^*V = H(F_xA^*B)^*V = H_{F_x}V,$$

其中 $H_{F_x} = H(F_xA^*B)^*$.

HTS 系统的运行需要最大化系统通量,各批次应按照事先离线确定的优化方案尽快尽早地运行完毕. 如果这一期望的模型行为(也即优化方案)用 H_d 表示,则控制系统运行时要求能以不低于 H_d 的性能完成任务,即 $H_{F_x} \preceq H_d$. 这里假设 H_d 具有 $H_d = D^*H$ 的结构, D 是维数合适的物理可实现(即符合因果关系且其元素也具有如式(25)等号右侧所示的结构)的矩阵. 如后面实例所示,这样的假设条件在实际系统中并不难实现. 在此基础上,如果系统运行还有可以调节的自由度,考虑到系统资源间无缓冲,则希望综合后的各输入(如原料等) U 可以被控制以便尽可能晚进入系统. 因此,利用左乘不等式 $a \otimes x \preceq b$ 的解(12),首先能找到满足下面不等式(28)的 $(F_xA^*B)^*$ 解(29):

$$H(F_xA^*B)^* \preceq H_d, \quad (28)$$

$$(F_xA^*B)^* \preceq H \bowtie H_d = H \bowtie (D^*H). \quad (29)$$

由式(16)和(15)得

$$H \bowtie (D^*H) = H \bowtie [D^* \bowtie (D^*H)] = (D^*H) \bowtie (D^*H).$$

结合定理2,式(29)即为

$$(F_xA^*B)^* \preceq [(D^*H) \bowtie (D^*H)]^*. \quad (30)$$

考虑到式(17)的最大解(18),有

$$F_xA^*B \preceq [(D^*H) \bowtie (D^*H)]^* = H \bowtie H_d. \quad (31)$$

根据右乘不等式 $x \otimes a \preceq b$ 的解(13),满足上述控制要求的状态反馈为

$$F_x \preceq (H \bowtie H_d) \phi(A^*B), \quad (32)$$

故对期望模型 H_d 最优的状态反馈为

$$F_{x_opt_H_d} = (H \bowtie H_d) \phi(A^*B). \quad (33)$$

2.2.2 对期望状态 X_d 的最优状态反馈

考虑到 HTS 系统自身及运行特点的需要(如需要各批次保持一致的运行模式),以及实际原料供应、故障或干扰等意外事件的影响,在线对各批次的各状态都有严格要求. 优化指标往往是对状态的期望,此时可以根据现场的状态、输入 V 等信息,直接更新期望的状态轨迹 X_d ,通过状态反馈使 $X \preceq X_d$. 因此,由式(27)可得

$$(A^*BF_x)^*A^*BV \preceq X_d, \quad (34)$$

假设 X_d 具有 $X_d = A^*BVD^*$ 的结构. 利用右乘不等式 $x \otimes a \preceq b$ 的解(13),有

$$(A^*BF_x)^* \preceq X_d \phi(A^*BV) = (A^*BVD^*) \phi(A^*BV). \quad (35)$$

由式(16)可得

$$(A^*BVD^*) \phi(A^*BV) = [(A^*BVD^*) \phi D^*] \phi(A^*BV).$$

根据式(15),有

$$(A^*BVD^*) \phi(A^*BV) = (A^*BVD^*) \phi(A^*BVD^*),$$

因此,结合定理2,式(35)也可写作

$$(A^*BF_x)^* \preceq [(A^*BVD^*) \phi(A^*BVD^*)]^* = [X_d \phi X_d]^* = X_d \phi X_d. \quad (36)$$

考虑到式(17)的最大解(18),进一步有

$$A^*BF_x \preceq X_d \phi X_d. \quad (37)$$

再次利用 $a \otimes x \preceq b$ 的解(12),可得满足控制要求的状态反馈为

$$F_x \preceq (A^*B) \bowtie (X_d \phi X_d), \quad (38)$$

其中对期望状态 X_d 最优的状态反馈即为

$$F_{x_opt_X_d} = (A^*B) \bowtie (X_d \phi X_d). \quad (39)$$

2.2.3 对期望模型 H_d 的最优输出反馈

对于图4的输出反馈而言,如果希望 $H_{F_y} \preceq H_d$,这里 H_d 可具有 $H_d = D^*H$ 或 $H_d = HD^*$ 的结构,则由于

$$U(\gamma\delta) = V(\gamma\delta) \oplus F_y(\gamma\delta)Y(\gamma\delta),$$

结合式(23)和定理1,有

$$Y = H_{F_y}V = HU = H(V \oplus F_yY) = HF_yY \oplus HV = (HF_y)^*HV,$$

因此 $H_{F_y} = (HF_y)^*H$,即希望下式成立:

$$(HF_y)^*H \preceq H_d.$$

类似于前面的推导,可得

$$F_y \preceq H \bowtie H_d \phi H, \quad (40)$$

这样,使闭环系统满足 $H_{F_y} \preceq H_d$ 的最优输出反馈为

$$F_{y_opt_H_d} = H \bowtie H_d \phi H. \quad (41)$$

2.2.4 对期望输出 Y_d 的最优输出反馈

系统在外界输入 V 的作用下,如果运行过程中遇到故障或者干扰发生,导致较长时间的延迟,则需要调节. 若希望系统按照某一给定的期望输出轨迹 Y_d 来实现运行,即 $Y \preceq Y_d$,则可以通过输出反馈结构来自动控制. 与上述过程类似,对于输出反馈,可

以得到

$$Y = (HF_y)^*HV \preceq Y_d,$$

因此,当 Y_d 具有 $Y_d = HVD^*$ 的结构时,对期望输出 Y_d 的最优输出反馈为

$$F_{y_opt_Y_d} = H \oslash [Y_d \phi (HV)]. \quad (42)$$

对以上各最优反馈式(33)、(39)、(41)和(42),所得的状态反馈 F_x 或者输出反馈 F_y ,其矩阵元素仍具有如式(25)所示的结构.例如,若输出反馈的某元素 $(F_y)_{ij}$ 为

$$(F_y)_{ij} = p_{ij} \oplus q_{ij} \otimes r_{ij}^*,$$

则图4中,综合了该输出反馈 F_y 以及相应系统输入的第 i 个控制输入 U_i 为

$$\begin{aligned} U_i &= V_i \oplus_j (F_y)_{ij} Y_j = \\ &V_i \oplus_j (p_{ij} \oplus q_{ij} \otimes r_{ij}^*) Y_j = \\ &V_i \oplus_j p_{ij} Y_j \oplus_j q_{ij} \otimes r_{ij}^* Y_j. \end{aligned}$$

设其中 $q_{ij} \otimes r_{ij}^* Y_j = (f_y)_{ij}$.结合定理1,有

$$(f_y)_{ij} = r_{ij} (f_y)_{ij} \oplus q_{ij} Y_j, \quad (43)$$

因此,对于闭环控制系统的控制器而言,只需要执行下述综合即可:

$$U_i = V_i \oplus_j p_{ij} Y_j \oplus_j (f_y)_{ij}, \quad (44)$$

其中 f_y 为输出反馈的内部状态(43).

在下一节中,将以文献[1,13]中提到的高通量筛选系统为例,针对具有期望模型行为要求等不同情况,具体说明实际应用的方法.

3 高通量筛选系统实例

该高通量筛选系统具有3个资源,分别以“Resource i ”($i = 1, 2, 3$,简称为R1, R2, R3)表示.每个批次的高通量筛选过程要在这3个资源上以图5所示的顺序进行6个活动.这些活动分别以“Acti. i ”($i = 1, 2, \dots, 6$)来表示,其中有4个活动:“Acti. i ”($i = 1, 2, \dots, 4$)都在R1上发生.因为存在预处理以及后续处理,每个活动的开始时间(或结束时间)不一定是本批次在相应资源上的进入时间 o_i (或离开时间 r_i).每个活动所需的时间以及活动间进行转移所需的最小时间也如图5所示.

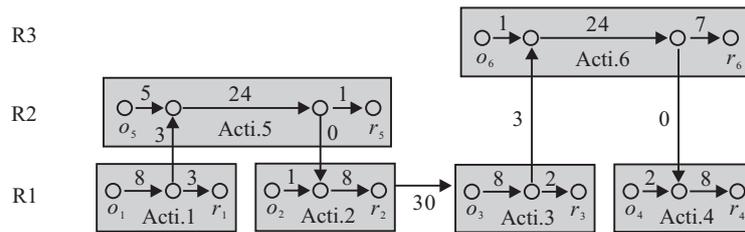


图5 单批次运行方案

在循环运行时,等到单批次的所有活动完成之后再开始一个新批次的运行方案往往不能做到对资源的高利用率.因此,为了提高系统的通量,系统运行

之前,可以离线生成最优的循环方案.在前期的工作中, Mayer等^[1]得到的最优循环方案甘特图如图6所示.

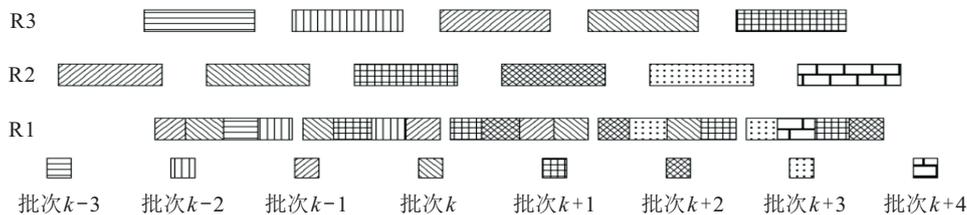


图6 最优循环方案甘特图

系统具体的输入输出及状态间的关系可用类似图7的前导图表示(不包括粗实线表示的输出反馈部分),其中 x_i 为相应活动开始事件(或结束事件)的最早发生时间.例如, x_1 (或 x_2)对应于资源R1上发生的活动Acti.1的开始事件(或结束事件).为了降低系统模型的复杂度,一些进入事件(或离开事件)没有显示在图7中.简单起见,假设系统单输入 u 作用于Acti.1

开始事件所对应的 x_1 ,而Acti.4的结束事件对应的 x_{12} 作为系统单输出 y .

在这个最优的循环方案中,在资源R1上,不同批次的多个活动交替发生.如图6中所示,批次 $k + 1$ 的活动Acti.1会先于批次 $k - 2$ 的活动Acti.4发生.这种同一资源上不同批次的不同活动交错分配的情况,会导致相应的 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{as}}[\gamma, \delta]$ 模型中出现非因果关系,即:模

型中涉及到的矩阵元素会有相关形式幂级数出现负指数,例如 $(A(\gamma\delta))_{(11,2)} = \gamma^{-3}\delta^0$. 关于将带有非因果关系的模型转化为因果关系模型的方法已另文叙述,限于篇幅,本文对这类非因果关系的处理不再赘述.

图7为具有输出反馈的闭环控制系统前导图,其中模型已是转换后的因果模型,开环系统的传递函数为 $H = (\gamma^0\delta^{16})(\gamma^1\delta^{43})^*$. 这个按照最优循环方案建立的模型传递函数表明:每个批次中, Y 在同一批次的 U 发生16个时间单位后发生,在合适的控制作用

下,系统可以最高的通量安全、稳定运行,每43个时间单位输出一个批次 Y . 如果在线运行时,希望以该离线方案作为期望的行为 H_d ,则 $H_d = H$. H_d 符合条件 $H_d = D^*H$ 或 $H_d = HD^*$,这里的 $D = e = e^* = D^*$. 因此,根据对期望行为 H_d 的最优输出反馈(41),可得

$$F_{y_opt_H_d} = H \oslash H_d \phi H = H \oslash H \phi H = (\gamma^1\delta^{27})(\gamma^1\delta^{43})^*$$

即 $F_{y_opt_H_d} \in \mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]^{1 \times 1}$,且 $(F_{y_opt_H_d})_{11} = p \oplus q \otimes r^*$. 其中: $p = \varepsilon, q = \gamma^1\delta^{27}, r = \gamma^1\delta^{43}$.

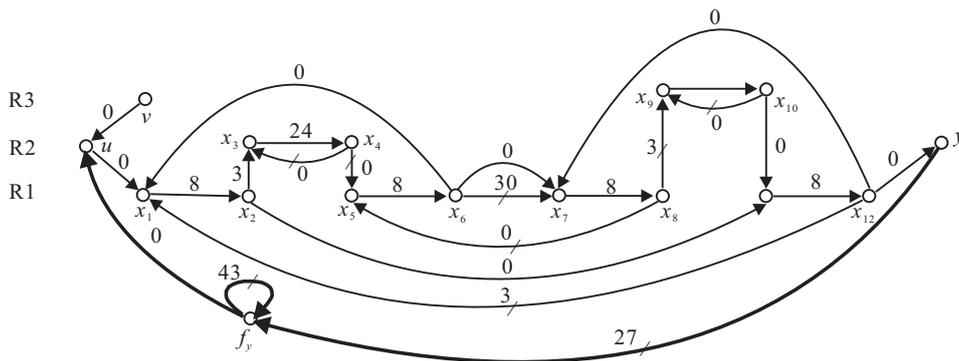


图7 具有输出反馈的闭环控制系统前导图

根据式(43)和(44),对这个单输入单输出系统进行的反馈控制(即图7中用粗实线表示的输出反馈部分)为

$$f_y = r f_y \oplus q Y = (\gamma^1\delta^{43}) f_y \oplus (\gamma^1\delta^{27}) Y, \\ U = V \oplus f_y.$$

若采用PLC控制器,则从时间域上执行上述控制律,此时的 \oplus 即为min, \otimes 为传统加法,有

$$f_y(t) = \min(1 + f_y(t - 43), 1 + Y(t - 27)), \\ U(t) = \min(V(t), f_y(t)).$$

相应得到的闭环控制系统传递函数为

$$H_{F_y} = (HF_y)^* H = (\gamma^0\delta^{16})(\gamma^1\delta^{43})^* = H_d.$$

因此,在基本的用户外界输入(如原料供应) V 下,该控制结构能自动产生合适的控制命令 U ,保证系统在安全、稳定运行的前提下,系统的行为满足 $H_{F_y} \preceq H_d$ 要求.

在线运行时,也可以根据不同控制要求结合式(33)、(39)或(42)实现优化控制. 下面以根据状态期望 X_d 进行状态反馈控制为例,说明本文方法的使用情况.

若所有第0到第4批(也即最后一批)共5批的外界输入均最早于第16个时间单位发生,则 $V =$

$\gamma^0\delta^{16} \oplus \gamma^5\delta^{+\infty}$. 开环无控制下, $Y_o = HV = \gamma^0\delta^{32} \oplus \gamma^1\delta^{75} \oplus \gamma^2\delta^{118} \oplus \gamma^3\delta^{161} \oplus \gamma^4\delta^{204} \oplus \gamma^5\delta^{+\infty}$,每隔43个时间单位即可正常输出一个批次. 然而,此时的系统状态 $X_o = A^*BV$ 并不都能满足期望要求. 例如 x_3 的开环各批次为 $(X_o)_3 = \gamma^0\delta^{27} \oplus \gamma^1\delta^{51} \oplus \gamma^2\delta^{89} \oplus \gamma^3\delta^{132} \oplus \gamma^4\delta^{175} \oplus \gamma^5\delta^{+\infty}$,对HTS而言,其中第0和第1批次,第1和第2批次相应状态间的时间间隔均过小. 利用状态反馈,可实现在保持输出不变的情况下,各批次状态间均间隔一个固定的周期($\lambda = 43$)这一期望. 根据前述要求,状态期望 X_d 可以这样建立: $X_d = X_o D^* = A^*BVD^*$,其中 $D^* = (\gamma^1\delta^{43})^*$. 基于该状态期望 X_d 实现最优状态反馈控制 $F_{x_opt_X_d}$ (39)后,闭环状态 X_c 均为满足期望要求 $X_c \preceq X_d$ 的最优状态,如 $(X_c)_3 = \gamma^0\delta^{27} \oplus \gamma^1\delta^{70} \oplus \gamma^2\delta^{113} \oplus \gamma^3\delta^{156} \oplus \gamma^4\delta^{199} \oplus \gamma^5\delta^{+\infty} = (X_d)_3$. 仿真结果见图8(篇幅所限,仅列出开环及闭环控制下相应的 x_3 与 Y 曲线).

系统运行中由于故障和干扰的存在,会使一些事件延迟,对于严格要求各批次状态一致的HTS任务而言,这往往会直接造成相应批次的失效. 而且,若不加以相应控制,相对于被延迟事件而言,某些其他事件不仅会因“过早发生”而导致阻塞,还可能使这些其他事件对应批次也失效. 上例中,若 V 综合了故障等意外事件的信息,则据此建立的 X_d 及反馈

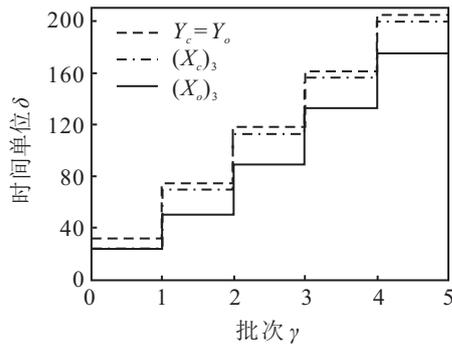


图8 开、闭环下 x_3 与 Y 仿真结果

$F_{x_{opt}X_d}$ 就能把这些相应信息一起考虑进去,实现自动优化控制.为使结构更明晰,这类可测的故障和干扰等信息也可单独用 Q 表示, Q 到 X 的传递关系为 K ,则开环下式(19)变为 $X = AX \oplus BU \oplus KQ = A^*BU \oplus A^*KQ$.因状态反馈后 $U = V \oplus F_x X$,故 $X = A^*BF_x X \oplus A^*BV \oplus A^*KQ = A^*BF_x X \oplus A^*\tilde{B}\tilde{V}$.其中: $\tilde{B} = [B \ K]$, $\tilde{V} = \begin{bmatrix} V \\ Q \end{bmatrix}$.据此,相应的 X_d 及 $F_{x_{opt}X_d}$ 即可类似于第2.2.2节建立.

4 结论

为了提高系统分析和控制的效率,同时结合控制实施的灵活便利性,本文在双子代数 $\mathcal{M}_{in}^{\max}[\gamma, \delta]$ 的框架下,对包含有多容量资源的高通量筛选系统进行建模,着重讨论了针对不同的控制要求,通过状态反馈控制以及输出反馈控制实现优化的多种结构.最后,利用其中两种控制结构对高通量筛选系统实例进行了优化控制.这些控制结构具备一定的容错能力,可以在有干扰及故障的条件下,通过更新系统期望行为或输出、状态的期望轨迹实现优化控制.下一步的工作可以此为基础展开,进一步提高系统的可靠性以及效率.前述各期望指标需要满足相应的假设条件,如何避免这个限制将是一个有意义的研究方向.对容错能力衡量的研究也是一个关注点.

参考文献(References)

- [1] Mayer E, Raisch J. Time-optimal scheduling for high throughput screening processes using cyclic discrete event models[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2004, 66(2/3): 181-191.
- [2] Geyer F. Analysis and optimization of cyclic discrete event systems with sequence alternatives[D]. Magdeburg: Faculty of Electrical Engineering and Information Technology, Otto-von-Guericke-University Magdeburg, 2004.
- [3] Li D, Li X, Wan H, et al. Modeling of high throughput screening systems[C]. *Mechatronics and Automatic Control Systems*. Netherlands: Springer-Verlag, 2014:

457-466.

- [4] Hong T, Chow M-Y. Resource allocation for a life science automation line: A petri nets approach[C]. *IEEE Int Conf on Automation Science and Engineering*. Scottsdale, 2007: 887-892.
- [5] Hong T, Chow M-Y, Haaland P, et al. Scheduling a life science high-throughput platform under starvation constraints using timed transition petri nets and heuristic search[C]. *IEEE Int Symposium on Industrial Electronics*. Vigo, 2007: 1893-1898.
- [6] Brunsch T, Raisch J, Hardouin L. Modeling and control of high-throughput screening systems[J]. *Control Engineering Practice*, 2012, 20 (1): 14-23.
- [7] Shang Y, Hardouin L, Lhommeau M, et al. An integrated control strategy in disturbance decoupling of max-plus linear systems with applications to a high throughput screening system in drug discovery[C]. *The 53rd IEEE Conf on Decision and Control*. Los Angeles, 2014: 5143-5148.
- [8] Shang Y, Hardouin L, Lhommeau M, et al. An integrated control strategy to solve the disturbance decoupling problem for max-plus linear systems with applications to a high throughput screening system[J]. *Automatica*, 2016, 63(C): 338-348.
- [9] Shang Y, Hardouin L, Lhommeau M, et al. Robust controllers in disturbance decoupling of uncertain max-plus linear systems: An application to a high throughput screening system for drug discovery[C]. *The 13th Int Workshop on Discrete Event Systems(WODES'16)*. Xi'an, 2016: 430-435.
- [10] Baccelli F, Cohen G, Olsder G J, et al. *Synchronization and linearity, an algebra for discrete event systems*[M]. New York: John Wiley and Sons, 1992.
- [11] Hardouin L, Boutin O, Cottenceau B, et al. Discrete-event systems in a dioid framework: Control theory[C]. *Control of Discrete-Event Systems*. London: Springer, 2013: 451-469.
- [12] Brunsch T, Raisch J, Hardouin L, et al. Discrete-event systems in a dioid framework: Modeling and analysis[C]. *Control of Discrete-Event Systems*. London: Springer, 2013: 431-450.
- [13] Li D. A hierarchical control structure for a class of timed discrete event systems[M]. Berlin: Technical University of Berlin, 2008: 94-97.
- [14] Blyth T S, Janowitz M F. *Residuation theory*[M]. Oxford: Pergamon Press, 1972.
- [15] Blyth T S. *Lattices and ordered algebraic structures*[M]. London: Springer, 2005.
- [16] Cuninghame-Green R A. *Minimax algebra*[M]. Berlin: Springer, 1979.
- [17] Cottenceau B, Hardouin L, Boimond J L, et al. Model reference control for timed event graphs in dioids[J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1451-1458.

(责任编辑:李君玲)