

决策距离修正下的弱决策证据合成方法

赵洁^{1†}, 薛瑞¹, 唐德玉²

(1. 广东工业大学 管理学院, 广州 510520; 2. 广东药科大学 医药信息工程学院, 广州 510006)

摘要: 针对含弱决策的证据融合在低冲突情况下仍出现反直观结果的问题, 提出一种决策距离修正下的证据合成方法. 首先, 给出弱决策证据定义, 提出一种名为决策距离的新度量方法, 可表述单证据的决策, 通过融合Jousselme距离可更有效地描述弱决策证据与其他证据间的差异; 然后, 根据检测弱决策证据和一票否决证据是否同时存在, 提供两种不同的修正系数, 可有效扩大多数证据与其他证据修正系数的差距, 削弱一票否决证据的影响; 最后, 对证据源修正并合成. 实验结果表明, 该合成方法能较好地解决弱决策证据融合问题, 融合结果收敛快, 决策更可靠, 不确定性小, 是对现有研究的良好补充.

关键词: D-S证据理论; 决策距离; 冲突衡量; 修正系数; 弱决策

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Combination method of weak decision-making evidence based on decision distance correction

ZHAO Jie^{1†}, XUE Rui¹, TANG De-yu²

(1. School of Management, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China; 2. School of Medical Information and Engineering, Guangdong Pharmaceutical University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The existence of the evidence of weak decision making in combination of evidence may lead to counter-intuitive results even under the condition of low conflict. To solve this problem, this paper proposes an evidence combination method based on decision distance correction. Firstly, the definition of weak decision-making evidence is proposed. A new measure called decision distance is proposed, which can describe the decision of one evidence and the difference between weak decision-making evidence and other evidences more effectively by using Jousselme distance. Then, two different discounting factors are provided by identifying whether weak decision-making evidence and "one ticket veto" evidence exist at the same time or not, which can effectively expand the difference of discounting factors of the majority of evidence and those of other evidences, so that the effect of "one ticket veto" evidence is weakened. Finally, Dempster fusion rule is used to combine the revised evidence. Multiple experiments show that, the proposed evidence combination method can well solve the problem of weak decision evidence fusion, and the fusion result has rapid convergence rate and can make more reliable decisions with low uncertainty, which is a good complement to existing research.

Keywords: D-S evidence theory; decision distance; conflict measure; discounting factor; weak decision-making

0 引言

Dempster-Shafer(D-S)证据理论^[1-2]作为不确定性推理的数学方法,在信息融合、决策分析和人工智能等领域已广泛应用.证据理论的核心是通过Dempster合成规则将多源信息进行融合,提供决策支持.但证据间冲突在实际应用中普遍存在,若使用经典D-S合成规则,则可能导致合成结果与直觉相悖.针对此问题,国内外学者进行了大量研究工作.

现有针对证据融合的研究可分为两大类:

1) 修正证据源,即赋予证据源不同权重.该观点认为反直观结果是由不可靠证据源引起的,在合成之前应对证据进行修正.证据源修正方式分两类:i) 证据加权.采用直接修正方法^[3-4]修正证据源,简单易懂,但主观性较强;采用加权平均方法^[5]兼顾了主观和客观性,但忽略了证据间关联性;采用证据冲突衡量方法如Jousselme距离^[6-10]、Pignistic距离^[11-15]、冲突系数^[16-18]等计算证据支持度的方法修正证据源,可有效避免上述问题,但选取有效的证据冲突衡

收稿日期: 2016-08-18; 修回日期: 2016-12-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71401045); 广东省自然科学基金项目(2016A030310300, 2017A030313394).

作者简介: 赵洁(1979—),女,副教授,博士,从事数据挖掘、商务智能、不确定理论等研究;薛瑞(1992—),女,硕士生,从事信息融合的研究.

[†]通讯作者. E-mail: zhaojie@gdut.edu.cn

量方法有一定难度;采用基本概率分配函数^[19-21]计算证据权重,不局限于证据间关联关系,可充分利用证据本身的BPA. ii) 证据分组. 利用证据与焦元间关系^[22-23]、证据本身差异^[24-25]、证据冲突衡量方法计算的相似度^[26-28]、聚类等多种理论和方法^[29-30]对证据分组,使同组中的证据具有较大相似性,避免对冲突证据的直接合成. 此类方法关键是如何表征证据间的相似度和处理高冲突组间证据合成.

2) 修改合成规则,即证据冲突重新分配. 该观点认为反直观结果是由D-S合成规则中正则化归一方法产生,应考虑如何重新分配证据冲突. 冲突重新分配方式分两类:i) 全局冲突再分配. 第1种观点认为全部冲突不可用,均赋给识别框架^[31],此观点中证据冲突全部被否定,合成结果不确定性增大;第2种观点认为全部冲突均可用,使用交并集分别赋给焦元和空集^[32-34],完整保留了冲突焦元信息,但较多信度聚焦在并集焦元,不利于最终决策;第3种观点认为冲突部分可用,按一定方法将冲突再分配给各个焦元,其本质是对全局冲突线性加权,建立统一信度函数组合模型^[8,35-36]. ii) 局部冲突再分配. 第1种是将局部冲突分配给产出冲突的焦元的交并集^[37-38],交并集以一定比例融合至合成规则,其本质是建立统一交并组合模型^[39-40],降低不可靠证据对融合结果的影响;第2种是局部冲突分配给产生冲突的焦元^[41-44],简单有效,但合成结果受证据合成顺序影响.

证据融合研究中的问题可概括为4类:冲突证据融合、一票否决、证据失效、鲁棒性^[45]. 在实际应用中,一票否决和冲突证据融合问题是最为常见的. 下面的例子基于王肖霞^[45]一票否决算例调整所得. 设辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$,4个证据如表1所示. 直观上,证据 E_1 、 E_2 、 E_4 决策为A, E_3 决策为B,合成结果决策应为A,服从多数原则,但合成结果表明D-S合成规则产生了一票否决的反直观结果,计算过程详见表2. 将证据 E_1 、 E_2 交换焦元A、B上的mass值会得到2个新的证据,此时4个证据如表3所示. 直观上,4个证据对焦元B信任较高,其次是焦元A,而对焦元C信任最低,证据融合后对各焦元信任排序应为 $m(B) > m(A) > m(C)$,但 E_3 加入后合成结果却是 $m(B) > m(C) > m(A)$,A上的信任更剧降为0. 进一步观察表2可知,证据 E_1 、 E_2 的变化仅对两个证据 E_1 、 E_2 合成有影响,而对3个证据 E_1 、 E_2 、 E_3 和4个证据 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 合成完全没有影响,且证据 E_1 、 E_2 的冲突系数不为零,该例子在证据较低冲突下融合得到反直观结果,其合成结果中 $m(A)$ 和 $m(B)$ 的值差异微小,不确定性较大,不利于决策.

表 1 焦元分布

证据	A	B	C
E_1	0.451	0.449	0.1
E_2	0.451	0.449	0.1
E_3	0	0.9	0.1
E_4	0.899	0.001	0.1

表 2 合成结果

证据	焦元分布	A	B	C	决策
E_1, E_2	表 1	0.490 121	0.485 783	0.024 096	A
	表 2	0.485 783	0.490 121	0.024 096	B
E_1, E_2, E_3	表 1	0	0.994 567	0.005 433	B
	表 2	0	0.994 567	0.005 433	B
E_1, E_2, E_3, E_4	表 1	0	0.646 719	0.353 281	B
	表 2	0	0.646 719	0.353 281	B

表 3 交换后的焦元分布

证据	A	B	C
E_1	0.449	0.451	0.1
E_2	0.449	0.451	0.1
E_3	0	0.9	0.1
E_4	0.899	0.001	0.1

值得注意的是,上述例子证据最大和次大信任焦元间差值有很大差异:表1的 E_1 、 E_2 中最大信任焦元A与次大信任焦元B间差值仅为0.002,而表1、表3中 E_3 和 E_4 的最大与次大信任焦元的差值较大. 证据变化前后的例子表明,在一票否决问题中证据最大与次大信任焦元间信任微小差值未被识别,但其对合成结果有很大影响.

上述问题中,两组不同证据最终合成结果却相同,均是反直观结果,原因在于未充分考虑特殊证据的决策在合成中的影响. 此类特殊证据,最大与次大信任焦元差值较小,本文称为弱决策证据,反之,称为强决策证据. 弱决策证据的存在使得证据间冲突不大,容易被忽略,但其对最终合成结果作用非常大,直接影响决策,很多情况下会产生反直观结果,即在非高冲突情况下仍得到非理想的合成结果. 在应用中,当证据源中同时存在弱决策证据和一票否决证据时,是一票否决悖论的特殊情况,证据融合后出现反直观结果,现有研究成果未能较好解决;同时,在含弱决策证据的冲突证据融合中,融合过程中收敛较慢,融合结果的不确定性较大,不利于决策. 针对上述问题,本文将深入探讨弱决策证据融合问题,含弱决策证据的一票否决和冲突证据融合问题,为这两种研究提供新视角,是对现有研究的良好补充.

D-S 证据理论被广泛使用及发展的一个重要原因在于其具有多种优良的数学性质,例如结合律和交换律. 除少数新合成规则^[46],大部分方法都难以满足这些优良性质. 以 Haenni^[47] 为代表的学者认为,无论在工程、数学和哲学上,D-S 合成规则没有错,需要修改的应该是模型本身,即证据源. 另外,有学者^[48] 对比多种改进方法,发现修正证据源方法比修改 D-S 合成规则方法的融合结果更为理想,因此本文采用修正证据源的观点进行研究. 修正证据源的首要工作是识别证据源的不同可靠性,从而确定各证据源权重,关键在于合理地描述证据间的差异.

如何有效描述证据间差异是冲突证据融合的研究热点之一. 由于经典的冲突系数不能全面表征证据间差异^[49],国内外很多学者致力于新的证据冲突衡量方法的研究,以便更好地描述证据间的差异. 解决冲突证据融合问题. 2012 年, Jusselme 等^[50] 系统分析了证据距离度量及其相关关系,对后续证据间差异衡量的研究有很好的指导性作用. 近年来,在冲突系数、Jusselme 距离、Pignistic 概率距离 3 种经典方法的基础上相继出现了多种衡量方法,如对冲突系数变换的衡量方法^[17,51]、对 Jusselme 距离函数扩展的衡量方法^[49,52]、使用余弦函数的衡量方法^[53]、考虑基本概率分配函数(BPA)的衡量方法^[54-57]、多元参数融合的衡量方法^[19,58-61] 等.

基于上述分析,本文针对弱决策证据融合,从衡量证据间差异角度出发,分析现有证据冲突衡量方法,首先提出一种针对弱决策证据特性的新的决策距离,用于衡量弱决策证据存在时证据间的差异,识别证据源的不同可靠性;基于此设计证据修正系数计算方法,对证据源修正后使用 D-S 合成规则融合. 最后通过多个实验表明,本文提出的决策距离能有效描述弱决策证据与其他证据间的差异性,基于此设计的证据源修正方法可有效解决弱决策证据融合问题,尤其是一票否决和冲突证据融合,优于现有方法,是对现有研究的良好补充.

1 证据理论

定义 1 辨识框架(FOD). D-S 证据理论中,一般用集合来表示命题,辨识框架表示一个互斥并且可穷举元素的集合,一般用 $\Theta = \{\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^n\}$ 表示, $\theta^i (1 < i < n)$ 称为 Θ 的一个单子集,其幂集定义为 2^Θ ,表示所有子集的集合.

定义 2 基本概率分配函数(BPA). 辨识框架 Θ 上的基本概率分配函数 BPA 也称为 mass 函数,是一个 $2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 的函数 m ,并且满足 $m(\phi) = 0, m(A) \geq 0$, 其中使得 $m(A) > 0$ 的 A 称为焦元. 基本概率分配

函数反映了对命题 A 本身的信度大小, $m(A)$ 表示对相应命题的精确信度.

定义 3 信任函数(Bel). 信任函数 Bel 是一从 2^Θ 到 $[0, 1]$ 的映射, A 表示识别框架 Θ 的任一子集,记作 $A \subseteq \Theta$, 并且满足 $\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$.

定义 4 似然函数(Pl). 似然函数 Pl 是一从 2^Θ 到 $[0, 1]$ 的映射, A 表示识别框架 Θ 的任一子集,记作 $A \subseteq \Theta$, 且满 $\text{Pl}(A) = \sum_{B \cap A \neq \phi} m(B)$ 或 $\text{Pl}(A) = 1 - \text{Bel}(\neg A)$.

定义 5 合成规则. 对于 $\forall A \subseteq \Theta, \Theta$ 上的两个证据的 mass 函数为 m_1, m_2 , 两个证据的 D-S 合成规则为

$$m_1 \oplus m_2(A) = \frac{1}{1-k} \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C), \quad (1)$$

其中冲突系数 $k = \sum_{B \cap C = \phi} m_1(B)m_2(C)$, 表示证据之间的冲突程度. 对于有限个证据的合成 $(m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_n)(A)$ 可以由两个证据的合成公式推广得到. 合成规则是证据理论的核心.

2 基于决策的证据距离

描述证据间的差异是冲突证据融合研究的一个关键问题,准确描述证据间差异需要考虑证据 mass 值、证据结构关系、证据决策焦元等多方面因素,现有任何证据冲突衡量方法都无法覆盖所有方面. 本文在 Pignistic 概率转换的基础上,提出一种名为决策距离的新的证据冲突衡量方法,目的是描述证据间潜在决策的差异.

2.1 决策距离定义

每个证据中 mass 值最大的焦元,被视为该证据的决策,但很多情况下, mass 值最大的焦元是复合焦元,复合焦元 mass 值关于单焦元的信任被视为对其中单焦元的潜在决策,需要通过概率转换处理得到其最终决策. 证据中复合焦元的 mass 值包含关于单焦元的信任,可视为证据关于其单焦元的潜在决策,本文通过 Pignistic 概率转换对复合焦元上的 mass 值进行分配. 决策距离定义如下.

定义 6 决策距离. 假设 m_1 和 m_2 为辨识框架 Θ 上的两个 mass 函数,则 m_1 和 m_2 的最大决策距离(MD)、直接决策距离(DD)分别为

$$\text{MD}(m_1, m_2) = \frac{1}{2}(m_1^{\text{MD}} - m_2^{\text{MD}})^T(m_1^{\text{MD}} - m_2^{\text{MD}}), \quad (2)$$

$$\text{DD}(m_1, m_2) = \frac{1}{2}(m_1^{\text{DD}} - m_2^{\text{DD}})^T(m_1^{\text{DD}} - m_2^{\text{DD}}). \quad (3)$$

$m_i^{\text{MD}}, m_i^{\text{DD}} (i = 1, 2)$ 满足下列规则 ($j = 1, 2, \dots, m$):

$$m_i^{\text{MD}} = \begin{cases} 0, & \text{否则;} \\ \text{Bet}P_{m_i}(\theta^j), & \text{Bet}P_{m_i}(\theta^j) = \max(\text{Bet}P_{m_i}) \\ & \text{且} |\max(\text{Bet}P_{m_i})| = 1; \end{cases} \quad (4)$$

$$m_i^{\text{DD}} = \begin{cases} 0, & \text{否则;} \\ 1, & \text{Bet}P_{m_i}(\theta^j) = \max(\text{Bet}P_{m_i}) \\ & \text{且} |\max(\text{Bet}P_{m_i})| = 1. \end{cases} \quad (5)$$

$\text{Bet}P_{m_1}$ 和 $\text{Bet}P_{m_2}$ 分别为 m_1 和 m_2 对应的 Pignistic 概率转换结果, n 为辨识框架中非空焦元的个数, m 为辨识框架中单焦元的个数, 即

$$\begin{aligned} \text{Bet}P_{m_i} = \\ \{\text{Bet}P_{m_i}(A_1), \text{Bet}P_{m_i}(A_i), \dots, \text{Bet}P_{m_i}(A_n)\} = \\ \{\text{Bet}P_{m_i}(\theta^1), \text{Bet}P_{m_i}(\theta^2), \dots, \text{Bet}P_{m_i}(\theta^m)\}. \end{aligned} \quad (6)$$

$A_1, A_2, \dots, A_n$ 表示辨识框架 Θ 中的焦元, $\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^m$ 表示辨识框架 Θ 中的单焦元. 通过 Pignistic 概率转换, 将证据源的多焦元信任全部分配到单焦元, 以便清楚辨识证据源的潜在决策. $\max(\text{Bet}P_{m_i})$ 指 Pignistic 概率转换后 $\text{Bet}P_{m_i}$ 中最大值. $|\max(\text{Bet}P_{m_i})| = 1$ 指 $\text{Bet}P_{m_i}$ 中有且只有一个最大值, 即证据只有唯一的决策.

考虑证据潜在决策、mass 值、结构关系多方面因素, 融合本文提出的决策距离和 Jousselme 距离计算综合的证据距离 (IED), 即

$$\begin{aligned} \text{IED}_{\text{MD}} &= \alpha \text{MD}(m_1, m_2) + \beta d_J(m_1, m_2), \\ \text{IED}_{\text{DD}} &= \alpha \text{DD}(m_1, m_2) + \beta d_J(m_1, m_2), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 α, β 满足 $\alpha + \beta = 1$. α, β 视具体情况而定, 证据距离 IED_{MD} 和 IED_{DD} 的取值范围均为 $[0, 1]$, 证据距离的取值越大, 证据间差异越大, 相似度越小.

2.2 算例说明

下面通过具有代表性的 3 个算例说明本文提出的证据距离.

例 1 假设辨识框架 $\Theta = \{A, B\}$ 上的 2 个证据 E_1, E_2 , 其 BPA 为 $m(A) = m(B) = 1/2$.

计算 k 、Jousselme 距离、Pignistic 概率距离和本文两种证据距离 ($\text{IED}_{\text{MD}}, \text{IED}_{\text{DD}}$) 得 $k(m_1, m_2) = 1/2$, $d_J(m_1, m_2) = 0$, $\text{difBet}P(m_1, m_2) = 0$, $\text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2) = 0$, $\text{IED}_{\text{DD}}(m_1, m_2) = 0$. 其中 $\text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2)$ 的计算过程如下: 根据定理 6 可得 $m_1^{\text{MD}} = m_2^{\text{MD}} = (0, 0)^T$, $m_1^{\text{MD}} - m_2^{\text{MD}} = (0, 0)^T$, $\text{MD}(m_1, m_2) = (0, 0)(0, 0)^T / 2 = 0$, 所以 $\text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2) = d_J(m_1,$

$m_2)/2 + \text{MD}(m_1, m_2)/2 = 0$. $\text{IED}_{\text{DD}}(m_1, m_2)$ 的计算与 IED_{MD} 类似.

例 1 是两证据完全相同的例子, 用于比较证据冲突衡量方法对无区别证据间差异的描述. 对比计算结果可知: Jousselme 距离、Pignistic 概率距离和本文证据距离可衡量两个完全相同的证据无差异的情形, 比经典冲突系数 k 的结果更符合人们的主观认识.

例 2 假设辨识框架 $\Theta = \{A, B\}$ 上 2 个证据 E_1, E_2 , 其 BPA 分别为 $E_1: m_1(A) = 0, m_1(B) = 1$; $E_2: m_2(A) = 1, m_2(B) = 0$.

计算 k 、Jousselme 距离、Pignistic 概率距离和本文两种证据距离 ($\text{IED}_{\text{MD}}, \text{IED}_{\text{DD}}$) 得 $k(m_1, m_2) = d_J(m_1, m_2) = \text{difBet}P(m_1, m_2) = \text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2) = \text{IED}_{\text{DD}}(m_1, m_2) = 1$.

例 2 是两个证据完全相反的例子, 用来比较证据冲突衡量方法对极端冲突的证据间差异的描述. 对比计算结果可知: k 、Jousselme 距离、Pignistic 概率距离和本文证据距离均可衡量证据完全不同的情形, 但由于 $k = 1$, 导致 $(1 - k) \rightarrow \infty$, 无法进行下一步合成, D-S 合成规则失效.

例 3 假设辨识框架 $\Theta = \{A, B\}$ 上 3 个证据 E_1, E_2, E_3 , 其 BPA 分别为: $E_1: m_1(A) = 0.5, m_1(B) = 0.4, m_1(AB) = 0.1$; $E_2: m_2(A) = 0.4, m_2(B) = 0.5, m_2(AB) = 0.1$; $E_3: m_3(A) = 0.1, m_3(B) = 0.8, m_3(AB) = 0.1$.

计算 k 、Jousselme 距离、Pignistic 概率距离和本文证据距离 ($\text{IED}_{\text{MD}}, \text{IED}_{\text{DD}}$) 得: $k(m_1, m_2) = 0.41$, $k(m_2, m_3) = 0.37$; $d_J(m_1, m_2) = 0.1, d_J(m_2, m_3) = 0.3$; $\text{difBet}P(m_1, m_2) = 0.1, \text{difBet}P(m_2, m_3) = 0.3$; $\text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2) = 0.325, \text{IED}_{\text{MD}}(m_2, m_3) = 0.225$; $\text{IED}_{\text{DD}}(m_1, m_2) = 0.55, \text{IED}_{\text{DD}}(m_2, m_3) = 0.15$.

例 3 是证据决策不同的例子, 用来比较证据冲突衡量方法对决策不同的证据间差异的描述. 直观上, 由于 m_1 决策为 A , m_2 和 m_3 决策为 B , 即 m_1 与 m_2 决策不同, m_2 与 m_3 决策相同, 因此 m_1 与 m_2 的距离应该比 m_2 与 m_3 的距离大. 对比计算结果, $k(m_1, m_2) > k(m_2, m_3)$, $\text{IED}_{\text{MD}}(m_1, m_2) > \text{IED}_{\text{MD}}(m_2, m_3)$, $\text{IED}_{\text{DD}}(m_1, m_2) > \text{IED}_{\text{DD}}(m_2, m_3)$, 表明经典冲突系数和本文证据距离可衡量证据决策差异的情形: 而 $d_J(m_1, m_2) < d_J(m_2, m_3)$ 和 $\text{difBet}P(m_1, m_2) < \text{difBet}P(m_2, m_3)$, 说明在此情形下, 使用 Jousselme 距离、Pignistic 概率距离对决策相同的证据判断有误, 冲突系数 k 和本文两种证据距离 ($\text{IED}_{\text{MD}}, \text{IED}_{\text{DD}}$) 均优于 Jousselme 距离和 Pignistic 概率距离.

例1~例3表明,在3种情形下本文提出的证据距离(IED_{MD}, IED_{DD})均能更好地描述证据间的差异,具有较好的适应性和扩展性。

3 决策距离修正下改进的证据合成方法

根据现有文献,证据修正的一般方法是:计算两两证据间差异,形成相似度矩阵,然后根据矩阵中元素关系计算其他证据对某证据的支持度,最后计算支持度与全局证据平均支持度的关系,得到证据修正系数^[19-20]。

上述方法对一般证据适用,但当应用于含弱决策证据的融合时,会出现反直观结果。举例如下:假设辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$, 3个证据 E_1, E_2, E_3 , 其BPA分别为: $m_1(A) = 0.558, m_1(B) = 0.342, m_1(C) = 0.1; m_2(A) = 0.451, m_2(B) = 0.449, m_2(AB) = 0.1; m_3(A) = 0, m_3(B) = 0.9, m_3(C) = 0.1$ 。使用Liu等^[19]方法计算得 $m(A) = 0.282584, m(B) = 0.698141, m(C) = 0.019275$; 使用毕文豪等^[20]方法计算得 $m(A) = 0.382284, m(B) = 0.585507, m(C) = 0.032209$ 。两种方法合成结果的决策均为 B ,但直观上合成结果决策应为 A ,服从多数原则,与直观相悖。

而实际上,上述例子并非个案,即使用现有较优的修正方法(这里指毕方法),此现象在证据 E_1 中 $m(A) \in [0.743, 0.451]$, 即 $\eta \in [0.001(158 - 1), 0.001(450 - 1)]$ 的较大范围内仍存在。

该问题原因在于弱决策证据的存在,同时一票否决证据在焦元 B 上mass值较大,现有修正系数无法扩大多数证据与一票否决证据的差异,使最终合成结果反直观。因此,若仍使用现有证据修正方法,则在实际应用中会产生不良效果。

针对上述问题,本节提出决策距离修正下的证据合成方法,步骤如下。

Step 1: 计算证据距离。先根据定义6对证据源进行Pignistic概率转换,再根据式(7)计算证据 i 和证据 j 间的证据距离IED(m_i, m_j)。

Step 2: 计算证据相似度。根据证据距离计算相似度

$$\text{Sim}(m_i, m_j) = 1 - \text{IED}(m_i, m_j), \quad (8)$$

进而可构建一个 $N \times N$ 的相似度矩阵

$$\text{Sim} = \begin{bmatrix} 1 & \text{Sim}(m_1, m_2) & \dots & \text{Sim}(m_1, m_N) \\ \text{Sim}(m_2, m_1) & 1 & \dots & \text{Sim}(m_2, m_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Sim}(m_N, m_1) & \text{Sim}(m_N, m_2) & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Step 3: 计算证据支持度。其他证据对某条证据 i 的支持度为

$$\text{Sup}(m_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \text{Sim}(m_i, m_j), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

从而得到所有证据的平均支持度为

$$\text{Sup}_{\text{avg}} = \sum_{i=1}^N \text{Sup}(m_i) / N. \quad (10)$$

Step 4: 计算证据修正系数。

Step 4.1: 弱决策证据和一票否决证据同时存在

$$w_i = \begin{cases} 1, & \text{Sup}(m_i) \geq \text{Sup}_{\text{avg}}; \\ 0, & \text{Sup}(m_i) = \text{Sup}_{\text{min}}; \\ \frac{\text{Sup}(m_i)}{\text{Sup}_{\text{max}}}, & \text{Sup}_{\text{min}} < \text{Sup}(m_i) < \text{Sup}_{\text{avg}}. \end{cases} \quad (11)$$

Step 4.2: 其他情形。

$$w_i = \begin{cases} 1, & \text{Sup}(m_i) \geq \text{Sup}_{\text{avg}}; \\ \frac{\text{Sup}(m_i)}{\text{Sup}_{\text{max}}}, & \text{Sup}(m_i) < \text{Sup}_{\text{avg}}. \end{cases} \quad (12)$$

Step 5: 修正证据。使用证据修正系数对证据源进行修正,得到新的基本概率分配函数

$$m'_i(A) = \begin{cases} w_i m_i(A), & A \neq \Theta; \\ 1 - \sum_{B \subseteq \Theta} w_i m_i(B), & A = \Theta. \end{cases} \quad (13)$$

Step 6: 证据融合。对新的基本概率分配函数使用D-S合成规则合成,得到最终融合结果。

本文改进的证据源修正方法从证据冲突衡量方法和证据修正系数确定方法两方面改进:

1) 基于决策的证据距离。该距离整合了Jousselme证据距离和本文提出的决策距离。

本文的两个决策距离(MD, DD)从证据决策角度描述证据间差异, Jousselme证据距离从mass值和证据结构关系的角度描述证据间差异,二者融合能更准确衡量证据间差异,尤其是弱决策证据存在时。

2) 基于单证据决策的修正方法,该方法考虑了不同情形下弱决策证据的特性。

i) 弱决策证据和一票否决证据同时存在情形下,为避免一票否决证据对弱决策证据的干扰,令其修正系数为0,降低其对证据融合的影响,使弱决策证据能发挥其决策作用,得到更准确、可靠的融合结果。

ii) 其他情形下,令多数一致证据的修正系数为1,最大程度保留多数证据决策;其他冲突证据修正系数按其相对最大支持度证据的占比取值,保留其部分有用决策。从两个角度对证据源修正,避免冲突证据

对多数证据的影响,降低其对证据融合的影响,使多数一致证据最大发挥其决策作用,得到更准确、可靠的融合结果.

上述算法使用本文提出的证据距离计算证据 i 的支持度 $\text{Sup}(m_i)$ 和所有证据的平均支持度 Sup_{avg} ,继而得到修正系数 w_i 对证据源修正,考虑了证据源的不同可靠性对证据融合的影响,使融合结果更加准确、可靠.

4 算例设计与分析

为验证本文算法在冲突证据融合尤其是处理弱决策证据融合问题的有效性,采用3个算例来说明,与Murphy方法^[5]、Liu方法^[19]、王方法^[28]、毕方法^[20]对比,表明了本文方法处理冲突证据融合的有效性.

4.1 弱决策证据融合(算例1)

4.1.1 实验设计

现有修正证据源的合成方法由证据冲突衡量方法和修正方法两部分构成,因此使用本文修正方法和证据距离分别对其改进,即Liu距离+本文修正方法、IED_{MD}+Liu修正方法、IED_{DD}+Liu修正方法、毕相似度+本文修正方法、IED_{MD}+毕修正方法、IED_{DD}+毕修正方法,合成结果均与Liu方法、毕方法、本文基于MD的方法、本文基于DD的方法的合成结果对比,可知何种证据冲突衡量方法和修正方法更有效.

基于引言中的问题设计弱决策证据下证据融合算例,已知辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$,3个证据分别为 E_1 、 E_2 、 E_3 ,其BPA如下所示: η 在区间 $[0.001(1-1), 0.001(900-1)]$ 中变化,其中 $\eta = 0.001(N-1)$ 表示证据 E_1 的第 N 个变化, E_2 最大信任焦元 A 和次大信任焦元 B 的mass差值仅为0.002,是弱决策证据.

$$E_1 : m(A) = 0.9 - \eta, m(B) = \eta, m(C) = 0.1;$$

$$E_2 : m(A) = 0.451, m(B) = 0.449, m(C) = 0.1;$$

$$E_3 : m(A) = 0, m(B) = 0.9, m(C) = 0.1.$$

由证据可知,当 η 在区间1时,多数决策为 A , E_2 是弱决策证据,此时弱决策证据和一票否决证据同时存在,本文修正系数计算见第3节中Step 4.1;当 η 在区间2时,多数决策为 B , E_3 是强决策证据,此时本文修正系数计算见第3节中Step 4.2.

直观上,本算例中3个证据均对焦元 C 的信任较小,因此证据合成后对焦元 C 的信任应较小.当 η 在区间1时,合成结果的决策应为 A ;当 η 在区间2时,合成结果的决策应为 B ,服从多数原则.

方法性能的衡量指标为:

1) 决策正确性. 用决策正误比作为衡量指标,在相同区间范围内,决策正误比越大,方法性能越佳,能正确决策能力越强.

2) 决策不确定性. 在已知决策情况下,使用决策焦元的mass值大小作为衡量指标,正确焦元上mass值越大,方法性能越佳,其决策不确定性越小.

4.1.2 决策正确性分析

图1(a)~图1(j)为 η 变化过程中各方法合成结果.表4为各方法在区间1: $[0.001(1-1), 0.001(450-1)]$ 、

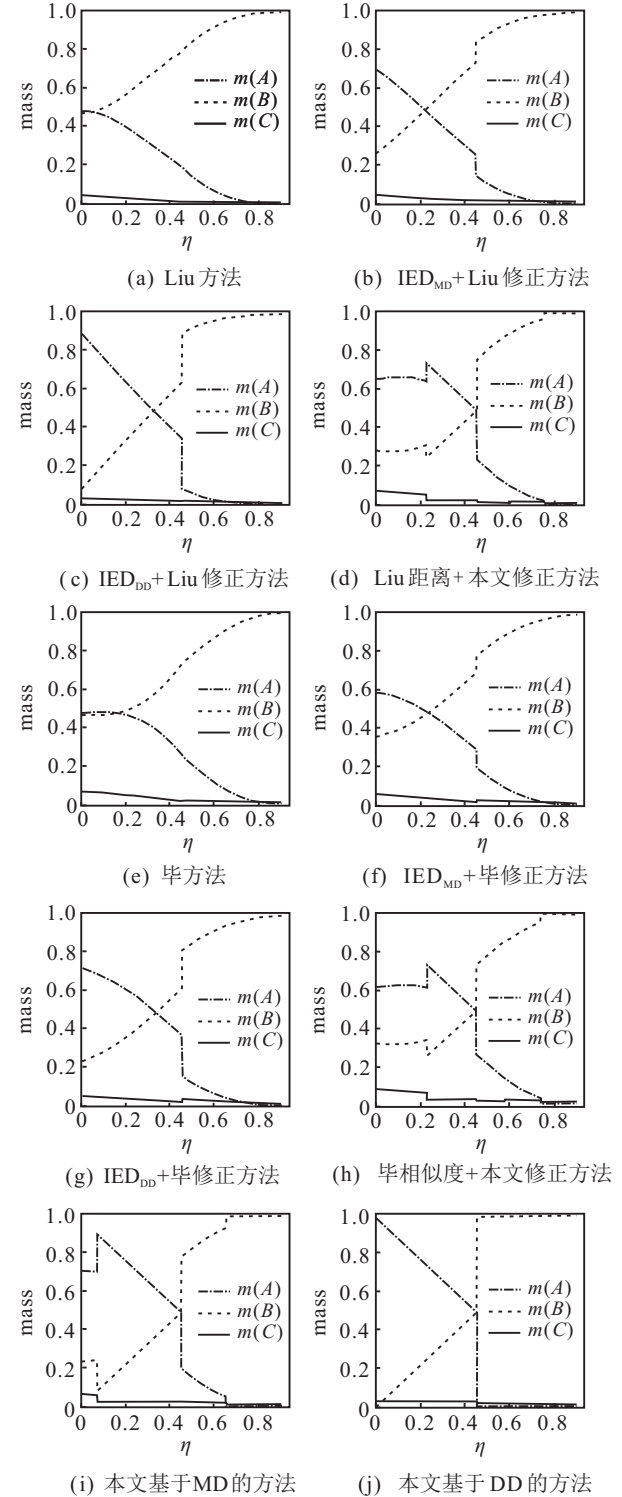


图1 各方法合成结果

区间2: $[0.001(451 - 1), 0.001(900 - 1)]$ 的决策正误比. 由图1和表4可知: 1) 当 η 在区间1内时, 由图1(a)和图1(c)可见, Liu方法和毕方法合成结果中仅少量 $m(A)$ 略大于 $m(B)$, 即少数决策正确, 多数决策错误, 决策正误比分别为45:405、157:393; 由图1(b)、图1(c)、图1(f)和图1(g)可见, $IED_{MD}+Liu$ 修正方法、 $IED_{DD}+Liu$ 修正方法、 $IED_{MD}+毕$ 修正方法和 $IED_{DD}+毕$ 修正方法合成结果中 $m(A)$ 先大于后小于 $m(B)$, 即其合成结果的决策部分正确, 决策正误比分别为220:230、323:127、236:214、335:115; 由图1(d)、图1(h)、图1(i)和图1(j)可见, Liu距离+本文修正方法、毕相似度+本文修正方法、本文基于MD的方法、本文基于DD的方法合成结果中 $m(A)$ 均明显大于 $m(B)$, 即决策均正确, 决策正误比例均为450:0.

表4 各方法在区间1、区间2的决策正误比

方法	区间1	区间2
Liu方法	45:405	450:0
Liu距离+本文修正方法	450:0	450:0
$IED_{MD}+Liu$ 修正方法	220:230	450:0
$IED_{DD}+Liu$ 修正方法	323:127	450:0
毕方法	157:393	450:0
毕相似度+本文修正方法	450:0	450:0
$IED_{MD}+毕$ 修正方法	236:214	450:0
$IED_{DD}+毕$ 修正方法	335:115	450:0
本文基于MD的方法	450:0	450:0
本文基于DD的方法	450:0	450:0

2) 当 η 在区间2内时, 由图1(a)~图1(j)可见, 10种方法合成结果中 $m(A)$ 均大于 $m(B)$, 决策均正确, 决策正误比例均为450:0.

图1的实验结果表明, 现有普遍使用的修正方法, 例如Liu和毕方法, 在弱决策证据融合中, 会出现反直观结果, 见图1(a)和图1(e). 利用本文基于决策的证据距离替换方法和毕方法中的证据冲突度量方法, 能有效改进性能, 合成结果的正确率明显提高, 见图1(b)、图1(c)、图1(f)和图1(g). 但此时合成结果仍难以令人满意, 使用本文修正方法替换Liu方法和毕方

法中的修正方法, 得到图1(d)和图1(h), 此时合成结果的决策均正确. 由图1(i)和图1(j)可见, 本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果的决策均正确, 且通过直观观察, 效果均优于Liu证据距离+本文修正方法(见图1(d))和毕相似度+本文修正方法(见图1(h))的方法. 说明本文的两种证据距离(IED_{MD} , IED_{DD})均优于Liu、毕的证据冲突衡量方法, 能更有效地描述弱决策证据与其他证据间的差异. 同理, 本文修正方法均优于Liu、毕的修正方法, 所得修正系数可有效扩大弱决策证据与其他证据的差距.

4.1.3 决策不确定性分析

图2在同一坐标中展示了7种方法合成结果在各焦元的mass值. 由图2(a)可知:

1) 当 η 在区间1内时, 使用本文修正方法和证据距离对Liu方法、毕方法加以改进, 即Liu证据距离+本文修正方法、 $IED_{MD}+Liu$ 修正方法、 $IED_{DD}+Liu$ 修正方法、毕相似度+ $IED_{MD}+毕$ 修正方法、 $IED_{DD}+毕$ 修正方法, 其合成结果的 $m(A)$ 多数在Liu方法、毕方法的上方, 本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果的 $m(A)$ 多数在其他8种方法上方;

2) 当 η 在区间2内时, 使用本文修正方法和证据距离对Liu方法、毕方法改进后, 6种方法合成结果的 $m(B)$ 多数在Liu方法、毕方法的下方, 本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果的 $m(A)$ 多数在其他8种方法下方.

图2(b)中 $m(B)$ 的变化恰好与图2(a)中 $m(A)$ 相反. 由图2(c)中 $m(C)$ 变化可见, 各方法 $m(C)$ 均保持较小的值, 与直观相符.

图2的实验结果表明, 使用本文修正方法和证据距离分别对Liu方法、毕方法改进后, 其合成结果均比Liu方法、毕方法在正确焦元的mass值大, 且本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果在正确焦元的mass值表现最好. 在保证合成结果决策正确时, 本文方法可得到信任较大的决策, 决策不确定性远远

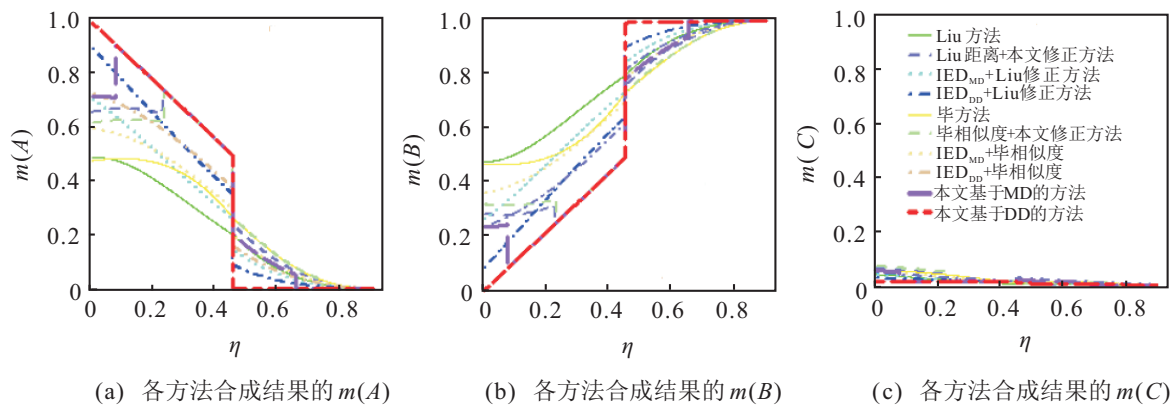


图2 各方法合成结果在各焦元上的mass值

小于其他方法,说明本文基于决策的证据距离能更有效地描述证据间的差异,且本文修正方法优于现有修正方法.

4.2 考虑决策强弱的含一票否决证据的融合(算例2)

4.2.1 实验设计

不难看出,算例1属含弱决策证据的一票否决算例,考虑到证据决策的强弱,使用强决策证据替代弱决策证据,可得到含强决策证据的“决”算例.因此,本节通过考虑证据决策强弱的一票否决算例,验证本文方法处理一票否决问题的有效性,并给出弱决策证据的区间计算方法.方法性能的衡量指标与4.1节类似.此外,决策不确定性还使用各方法在正确焦元上mass差值作为衡量指标,mass差值越大,方法间性能

差异越大.

4.2.2 含弱决策和一票否决证据的融合

1) 决策正确性分析.

图3(a)~图3(g)为 η 变化过程中7种方法的合成结果.表5为各方法在区间1、区间2的决策正误比.同4.1.2节决策正确性分析,图3实验结果表明,当 η 变化时,经典D-S合成规则出现反直观结果,存在一票否决现象,只要有一个证据完全否定焦元A,则其他证据对该焦元的信任完全失效, $m(A)$ 始终为0;Murphy方法、Liu方法、毕方法合成结果随 η 变化而变化的趋势相似,决策均由A向B转换;王方法、本文基于MD的方法、基于DD的方法随 η 变化而变化的趋势较相似,均有转折点,且仅王方法、本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果的决策均正确.

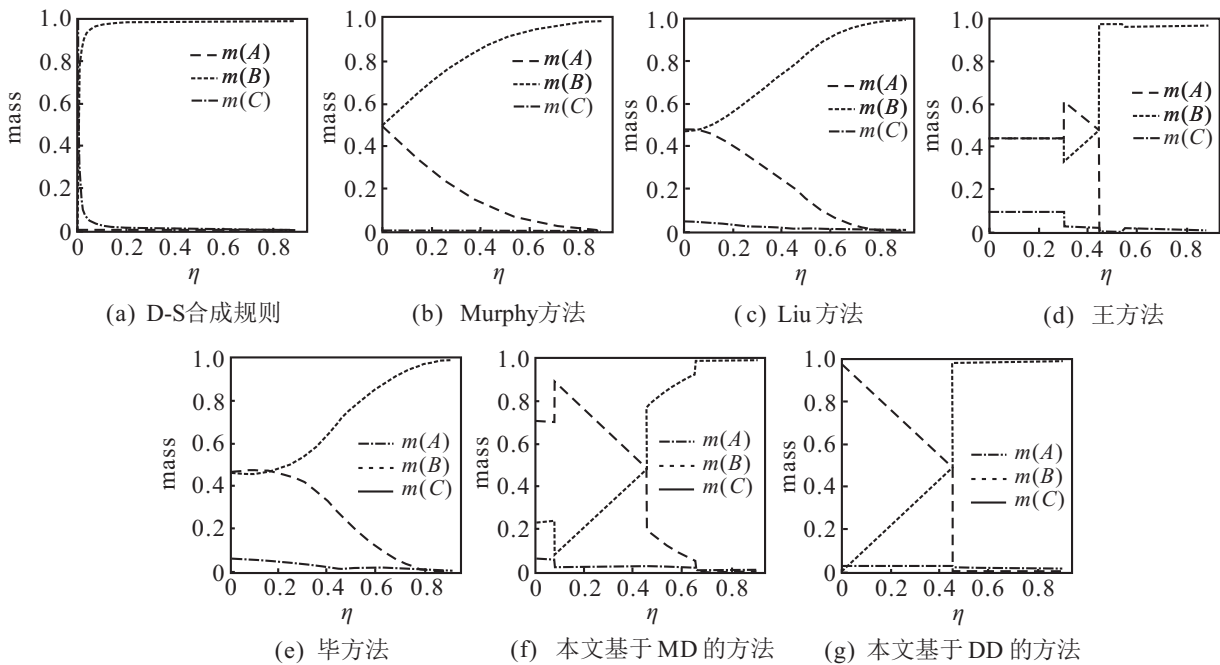


图3 各方法合成结果

表5 各方法在区间1、区间2的决策正误比

方法	区间1	区间2
D-S合成规则	0:450	450:0
Murphy方法	450:0	450:0
Liu方法	220:230	450:0
王方法	450:0	450:0
毕方法	157:393	450:0
本文基于MD的方法	450:0	450:0
本文基于DD的方法	450:0	450:0

值得注意的是,在 η 变化过程中:

i) 王方法决策尽管均正确,但未能充分利用所有证据.当 η 在 $[0.001(1-1), 0.001(306-1)]$ 时,王方法仅使用了证据 E_2 ,完全忽略了证据 E_1 、 E_3 ,未能识别弱决策证据 E_2 ,合成结果的 $m(A)$ 仅略大于 $m(B)$.

ii) 从合成结果决策精准度而言,本文基于MD的

方法更优;从合成结果决策确定性而言,本文基于DD的方法更优.

实际应用应根据需求选取.具体表现如下:

当 η 在 $[0.001(1-1), 0.001(74-1)]$ 内时,本文基于MD方法合成结果的 $m(A)$ 小于基于DD的方法,此时,最大决策距离MD能识别证据 E_1 、 E_3 对A信任的较大差异,而直接决策距离DD未能识别,直观上合成结果对A、B均有一定信任;

当 η 在 $[0.001(75-1), 0.001(450-1)]$ 内时,二者合成结果的 $m(A)$ 相同,此时,最大决策距离MD和直接决策距离DD均能识别证据 E_1 与 E_2 相似,均与 E_3 相差较大;

当 η 在 $[0.001(451-1), 0.001(650-1)]$ 内时,本文

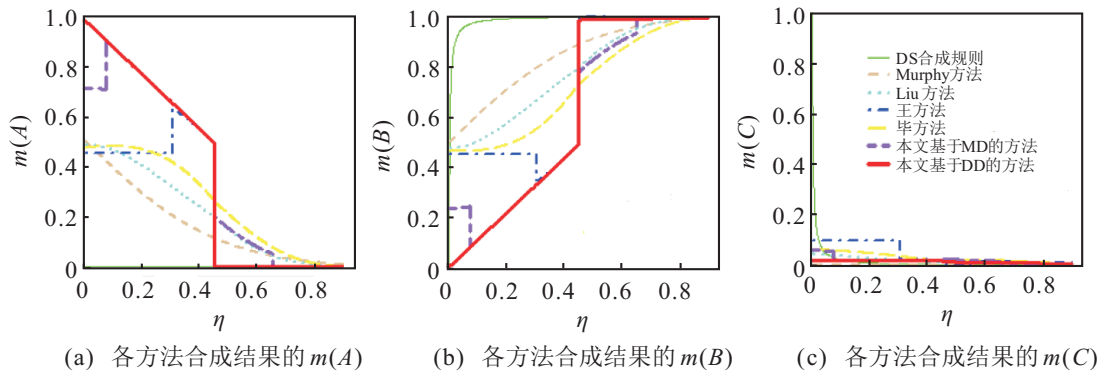


图4 各方法合成结果在各焦元上的mass值

基于MD方法小于基于DD方法合成结果的 $m(B)$, 此时证据 E_2 的决策变为 B , 对 B 的信任逐渐递增, 直观上合成结果对 B 的信任应逐渐递增; 当 η 在 $[0.001(655-1), 0.001(900-1)]$ 时, 二者合成结果的 $m(A)$ 相同, 此时, 最大决策距离MD和直接决策距离DD均能识别证据 E_1 与 E_3 相似, 均与 E_2 相差较大。

下面通过决策不确定性进一步分析王方法与本文基于MD方法、基于DD方法的性能。

2) 决策不确定性分析。

i) 各方法决策不确定性大小对比。

图4在同一坐标中展示了7种方法合成结果分别在各焦元的mass值, 可直观展示各方法决策不确定性的变化。同4.1.3节中决策确定性分析, 图4实验结果表明: a) 本文基于MD的方法尽管在区间2部分结果与Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法4种方法差异不大, 但在区间1均优于这4种方法; b) 本文基于DD的方法在正确决策的mass值高于其他方法, 同时在错误决策的mass值低于其他方法, 且两者幅度均较大, 明显优于Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法; c) 本文基于DD的方法始终比基于MD的方法的决策表现更优。

ii) 各方法决策不确定性差异对比。

为进一步对比各方法决策不确定性的差异, 图5展示了各方法与本文基于DD的方法分别在焦元A、B上的mass差值。对于图5(a)中 $m(A)$ 的变化, 在区间1上, 差值为负值且绝对值越大, 说明基于DD的方法合成结果 $m(A)$ 越大, 决策不确定性越小, 方法性能越佳; 在区间2上, 差值为正值且绝对值越大, 说明基于DD的方法合成结果 $m(A)$ 越小, 方法性能越佳。图5(b)中 $m(B)$ 的变化, 恰好与图5(a)中 $m(A)$ 相反。

由图5(a)可见, 当 η 在区间1时: a) D-S方法、Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法与本文基于DD的方法合成结果 $m(A)$ 的差值为负且绝对值较大, 说明这5种方法合成结果 $m(A)$ 明显小于基于DD

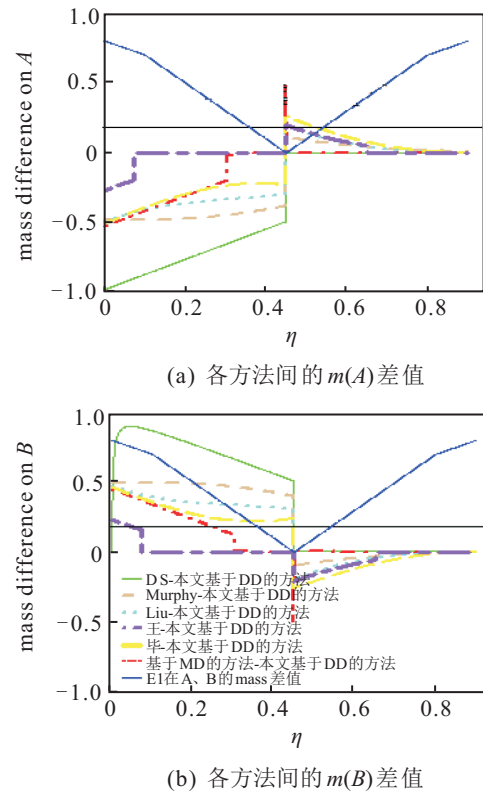


图5 各方法间在焦元上的mass差值

的方法的 $m(A)$, 本文基于DD的方法更优; b) 本文基于MD与基于DD的方法合成结果 $m(A)$ 的差值为负且绝对值较小, 说明本文基于MD方法优于D-S方法、Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法, 但本文基于DD的方法比基于MD的方法更优。同理, 当 η 在区间2时, D-S方法、Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法、本文基于MD的方法与本文基于DD的方法合成结果 $m(A)$ 的差值为正且绝对值较大, 说明本文基于DD的方法在大部分情况下较大程度地优于其他6种方法。图5(b)中 $m(B)$ 变化与图5(a)中 $m(A)$ 的变化恰好相反, E_1 在A、B的mass差值即为 E_1 最大与次大信任焦元mass差值。

图5实验结果表明, 含弱决策的一票否决证据融合, 无论变化证据是强决策或弱决策, 本文基于MD、

基于DD的方法均能识别弱决策证据与其他证据的差异,同时降低一票否决证据对融合的干扰,从而得到正确决策,且优于现有方法.

综上所述,根据合成结果决策不确定表现,这6种方法性能排序为:本文基于DD的方法>本文基于MD的方法>王方法>毕方法>Liu方法>Murphy方法,均优于D-S合成规则.另外,王方法计算较复杂,需计算多个证据冲突衡量方法,计算多次修正系数,而本文方法计算简单易实现,计算成本低,效率更高.本文基于MD、DD的方法最大限度利用3个证据的BPA及其潜在决策,合成结果的决策正误判断和决策焦元mass值均表现更优.

4.2.3 含强决策和一票否决证据的融合

将算例中 E_2 调整为 $m(A) = 0.899, m(B) = 0.001, m(C) = 0.1, E_2$ 由弱决策证据变为强决策证

据,此时属含强决策证据的一票否决融合算例,重复4.2.1节实验.

由证据可知:当 η 在区间1时,多数决策为 A, E_2 是强决策证据;当 η 在区间2时,多数决策为 B, E_3 是强决策证据.因此,本文修正系数计算见第3节中Step 4.2.

直观上,本算例中3个证据均对焦元 C 信任较小,因此证据合成后对 C 的信任应较小.当 η 在区间1时,合成结果决策应为 A ;当 η 在区间2时,合成结果决策应为 B ,服从多数原则.

图6在同一坐标中展示了7种方法合成结果在各焦元的mass值.表6展示了各方法在区间1、区间2的决策正误比.图7展示了各方法与本文基于DD的方法分别在焦元 $A、B$ 上的mass差值.同4.2.2节决策正确性和不确定性分析.

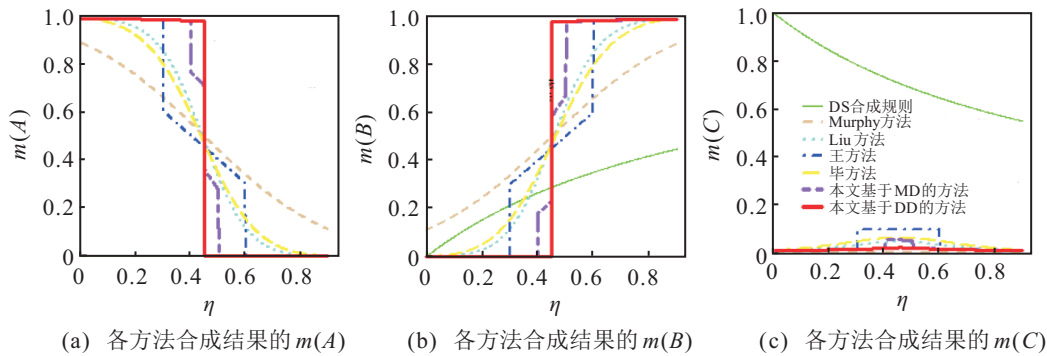


图6 各方法合成结果在各焦元上的mass值

表6 各方法在区间1、区间2的决策正误比

方法	区间1	区间2
D-S合成规则	0:450	450:0
Murphy方法	450:0	450:0
Liu方法	450:0	450:0
王方法	450:0	450:0
毕方法	450:0	450:0
本文基于MD的方法	450:0	450:0
本文基于DD的方法	450:0	450:0

图6和图7实验结果表明:在 η 变化过程中,D-S合成规则均出现反直观结果,决策正误比均为0:450;Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法及本文基于MD和基于DD的方法合成结果中 $m(A)$ 均大于 $m(B)$,决策均正确,决策正误比均为450:0,而本文基于MD和基于DD的方法较大程度优于Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法,且本文基于DD的方法始终比基于MD的方法的决策表现更优,更利于作决策.根据合成结果决策正确性和不确定性表现,这6种方法性能排序为:本文基于DD的方法>本文基于MD的方法>王方法>毕方法>Liu方法>Murphy

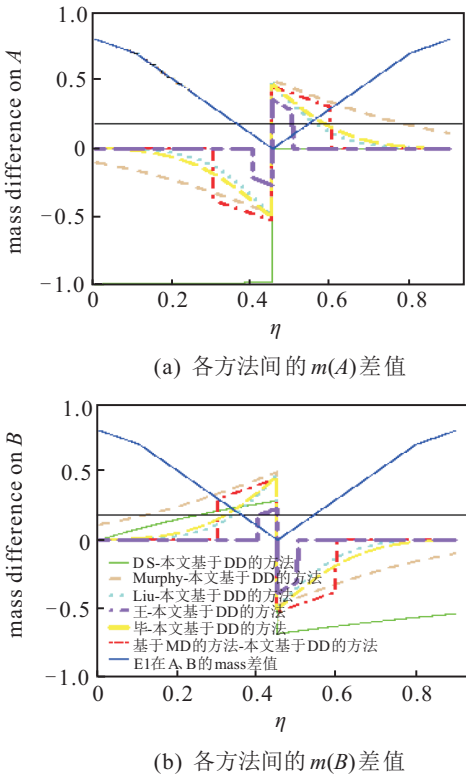


图7 各方法间在焦元上的mass差值

方法,均优于D-S合成规则。

对比图7与图5可见,随证据 E_2 由弱决策逐渐变为强决策证据,各方法间mass差值表现趋向对称, η 在中间区间时7种方法有显著差异,而其余区间7种方法无显著差异。结合证据 E_1 最大与次大信任焦元mass差值趋势(E_1 最大与次大信任焦元mass差值)可知,7种方法具显著差异的区间正是 E_1 为弱决策证据阶段。

4.2.4 弱决策区间分析

按以下方法可计算本算例弱决策区间。

1) 分别计算Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法、本文基于MD的方法与基于DD的方法在 A 、 B mass差值的绝对值,并计算平均mass差值;

2) 分别计算 A 、 B 上5种方法平均mass差值的均值,为其他方法与本文基于DD的方法的平均差异;

3) A 、 B 平均差异的最小值与证据 E_1 在 A 、 B 的mass差值线的交点为弱决策区间上限,则区间为 $[0, \min(m(A), m(B))]$ 。

按此方法计算5种方法与本文基于DD的方法在 A 、 B 的平均差异,分别为0.164 841、0.158 738,如图7(a)和图7(b)中黑色水平线所示。因此,本算例中证据 E_1 最大与次大信任焦元的mass差值在区间 $[0, 0.158 738]$ 时, E_1 为弱决策证据,说明本文方法能有效解决含弱决策证据的一票否决问题。

图7中 E_1 处于 A 、 B 的mass差值线与黑色水平线交点间,即 η 在 $[0.001(372 - 1), 0.001(530 - 1)]$ 时,本文基于MD、基于DD的方法明显比其他5种方法更优,且本文基于DD的方法比基于MD的方法效果更好。这充分表明一票否决证据融合中,无论变化证据是强决策或弱决策,本文基于MD、基于DD的方法均能发挥作用,尤其当其为弱决策证据时,现有研究没有较好的解决方案,而本文方法均能识别弱决策证据与其他证据的差异,同时降低一票否决证据对融合的干扰,仅得到更多的正确决策,而且正确决策mass值较大程度地高于现有方法,决策不确定性更小,更利于决策,是对现有一票否决研究的良好补充。

4.3 含弱决策证据的冲突证据融合(算例3)

4.3.1 实验设计

现有方法在含弱决策证据的冲突证据融合过程中收敛较慢,融合结果的不确定性较大,不利于决策,因此本节设计含弱决策证据的冲突证据融合算例,以验证本文方法处理含弱决策的冲突证据融合问题的有效性。

基于上文的弱决策区间分析设计本节算例。已知

辨识框架 $\Theta = \{A, B, C\}$,5个证据分别为 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 、 E_5 ,其BPA如下所示, E_1 、 E_2 、 E_4 、 E_5 中 $m(A)$ 最大,其最大与次大信任焦元mass差值分别为0.002、0.004、0.2、0.4, E_3 中 $m(B)$ 最大,可知 E_1 和 E_2 为弱决策证据, E_3 为异常证据。

$$E_1 : m(A) = 0.401, m(B) = 0.1,$$

$$m(C) = 0.399, m(\Theta) = 0.1;$$

$$E_2 : m(A) = 0.402, m(B) = 0.398,$$

$$m(C) = 0.1, m(\Theta) = 0.1;$$

$$E_3 : m(A) = 0, m(B) = 0.9,$$

$$m(C) = 0, m(\Theta) = 0.1;$$

$$E_4 : m(A) = 0.5, m(B) = 0.3,$$

$$m(C) = 0.1, m(\Theta) = 0.1;$$

$$E_5 : m(A) = 0.6, m(B) = 0.2,$$

$$m(C) = 0.1, m(\Theta) = 0.1.$$

直观上,证据 E_1 、 E_2 中 $m(A)$ 最大,合成结果决策应为 A ;当添加一个新证据 E_3 ,其 $m(B)$ 最大,但合成结果决策应为 A ;再添加一个新证据 E_4 ,其 $m(A)$ 最大,合成结果决策应仍为 A ,服从多数原则。

4.3.2 实验分析

各方法合成结果如表7所示(本文修正系数计算见第3节Step 4.2)。由表7可知:

1) E_1 、 E_2 合成时,D-S方法、Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法、本文基于MD、基于DD的方法表现一致,决策均为 A ,与直观相符;Murphy方法决策虽为 A ,但mass值稍小;而王方法对两个证据合成不适用。

2) E_1 、 E_2 、 E_3 合成时,D-S方法、Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法合成结果决策均为 B ,与直观相悖;王方法、本文基于MD的方法、基于DD的方法合成结果的决策均为 A ,与直观相符。

3) E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 合成时,D-S、Murphy方法合成结果决策均为 B ,与直观相悖;Liu方法、王方法、毕方法、本文基于MD、本文基于DD的方法合成结果决策均为 A ,与直观相符。

4) E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 、 E_5 合成时,D-S合成结果决策均为 B ,与直观相悖;Murphy方法、Liu方法、王方法、毕方法、本文基于MD、本文基于DD的方法合成结果决策均为 A ,与直观相符。

实验结果表明,本文基于MD、DD的方法在异常证据出现时仍能得到与直观相符的决策,不仅决策准确,决策焦元mass值更大,决策不确定性更小,且收敛

表 7 融合结果对比

	$E_1、E_2$ $k = 0.569\ 098$	$E_1、E_2、E_3$ $k = 0.691\ 971$	$E_1、E_2、E_3、E_4$ $k = 0.572\ 620$	$E_1、E_2、E_3、E_4、E_5$ $k = 0.596\ 407$
D-S 合成规则	$m(A) = 0.560\ 457$	$m(A) = 0.181\ 950$	$m(A) = 0.264\ 254$	$m(A) = 0.460\ 948$
	$m(B) = 0.207\ 936$	$m(B) = 0.742\ 860$	$m(B) = 0.700\ 559$	$m(B) = 0.521\ 615$
	$m(C) = 0.208\ 400$	$m(C) = 0.067\ 656$	$m(C) = 0.033\ 424$	$m(C) = 0.017\ 000$
	$m(\Theta) = 0.023\ 207$	$m(\Theta) = 0.007\ 534$	$m(\Theta) = 0.001\ 763$	$m(\Theta) = 0.000\ 437$
Murphy 方法	$m(A) = 0.507\ 941$	$m(A) = 0.196\ 442$	$m(A) = 0.291\ 875$	$m(A) = 0.494\ 909$
	$m(B) = 0.235\ 146$	$m(B) = 0.727\ 356$	$m(B) = 0.673\ 457$	$m(B) = 0.489\ 779$
	$m(C) = 0.235\ 881$	$m(C) = 0.072\ 170$	$m(C) = 0.033\ 777$	$m(C) = 0.015\ 119$
	$m(\Theta) = 0.021\ 033$	$m(\Theta) = 0.004\ 034$	$m(\Theta) = 0.000\ 891$	$m(\Theta) = 0.000\ 193$
Liu 方法	$m(A) = 0.560\ 457$	$m(A) = 0.345\ 724$	$m(A) = 0.512\ 548$	$m(A) = 0.730\ 627$
	$m(B) = 0.207\ 936$	$m(B) = 0.505\ 792$	$m(B) = 0.413\ 526$	$m(B) = 0.236\ 238$
	$m(C) = 0.208\ 400$	$m(C) = 0.120\ 353$	$m(C) = 0.065\ 570$	$m(C) = 0.030\ 997$
	$m(\Theta) = 0.023\ 207$	$m(\Theta) = 0.028\ 131$	$m(\Theta) = 0.008\ 356$	$m(\Theta) = 0.002\ 138$
王方法	无法合成	$m(A) = 0.402\ 000$	$m(A) = 0.552\ 507$	$m(A) = 0.755\ 897$
		$m(B) = 0.398\ 000$	$m(B) = 0.371\ 748$	$m(B) = 0.215\ 310$
		$m(C) = 0.100\ 000$	$m(C) = 0.057\ 749$	$m(C) = 0.025\ 507$
		$m(\Theta) = 0.100\ 000$	$m(\Theta) = 0.017\ 996$	$m(\Theta) = 0.003\ 286$
毕方法	$m(A) = 0.560\ 457$	$m(A) = 0.345\ 930$	$m(A) = 0.514\ 998$	$m(A) = 0.725\ 768$
	$m(B) = 0.207\ 936$	$m(B) = 0.498\ 322$	$m(B) = 0.406\ 982$	$m(B) = 0.237\ 540$
	$m(C) = 0.208\ 400$	$m(C) = 0.109\ 943$	$m(C) = 0.065\ 340$	$m(C) = 0.033\ 305$
	$m(\Theta) = 0.023\ 207$	$m(\Theta) = 0.045\ 805$	$m(\Theta) = 0.012\ 680$	$m(\Theta) = 0.003\ 387$
本文基于 MD 的方法	$m(A) = 0.560\ 457$	$m(A) = 0.448\ 000$	$m(A) = 0.622\ 335$	$m(A) = 0.814\ 877$
	$m(B) = 0.207\ 936$	$m(B) = 0.366\ 865$	$m(B) = 0.294\ 798$	$m(B) = 0.154\ 298$
	$m(C) = 0.208\ 400$	$m(C) = 0.166\ 584$	$m(C) = 0.078\ 715$	$m(C) = 0.030\ 053$
	$m(\Theta) = 0.023\ 207$	$m(\Theta) = 0.018\ 551$	$m(\Theta) = 0.004\ 152$	$m(\Theta) = 0.030\ 052$
本文基于 DD 的方法	$m(A) = 0.560\ 457$	$m(A) = 0.500\ 798$	$m(A) = 0.668\ 563$	$m(A) = 0.842\ 408$
	$m(B) = 0.207\ 936$	$m(B) = 0.292\ 249$	$m(B) = 0.242\ 415$	$m(B) = 0.125\ 726$
	$m(C) = 0.208\ 400$	$m(C) = 0.186\ 217$	$m(C) = 0.084\ 562$	$m(C) = 0.031\ 068$
	$m(\Theta) = 0.023\ 207$	$m(\Theta) = 0.020\ 736$	$m(\Theta) = 0.004\ 460$	$m(\Theta) = 0.000\ 798$

更快. 根据合成结果决策正确性和不确定性, 7 种方法性能排序为: 本文基于 DD 的方法 > 本文基于 MD 的方法 > 王方法 > Liu 方法 $\approx$ 毕方法 > Murphy 方法, 均优于 D-S 合成规则.

基于 MD、DD 方法中证据距离融合 Josselme 证据距离和本文提出的决策距离, 能够充分利用证据源 BPA, 更有效地描述证据间的差异. 合成结果充分表明, 在含弱决策的冲突证据融合中, 本文基于 MD、DD 的方法均能发挥作用, 更符合人的逻辑推理, 提高了合成结果的可靠性和合理性, 是对现有冲突证据融合研究的有效补充.

5 结 论

针对实际应用中弱决策证据融合问题, 现有研究方法未能有效解决, 为此, 本文提出了一种基于决策距离修正的证据合成方法:

1) 本文提出了一种新的证据距离计算方法, 综合考虑证据潜在决策、mass 函数、结构关系多方面因素, 可更精确地表述单证据的决策, 更有效地描述证据间差异. 其中最大决策距离 MD 能较为精确地反映弱决策与其他证据间的差异, 直接决策距离 DD 是最大化弱决策与其他证据间差异的极端值. 基于 MD 和 DD 的证据合成方法均能最大程度地降低异常证据对融合结果和决策的影响.

2) 本文设计了改进的证据修正方法, 通过检测弱决策证据和一票否决证据是否同时存在, 提供了两种修正系数计算方法, 可有效扩大多数证据与一票否决证据参数的差异, 削弱一票否决证据对融合结果和决策的影响.

多个实验表明, 本文基于 MD、DD 的方法融合结果收敛速度更快, 决策正确性更佳, 决策不确定性更

小,使决策更加可靠,均优于现有方法,是对现有一票否决和冲突证据融合研究的良好补充。另外,基于最大决策距离MD的方法能提供更为精确的结果,基于直接决策距离DD的方法合成结果更利于决策,实际应用中应根据需求选取。此外,证据失效一类问题涉及复合焦元较多,需进一步考虑复合焦元相互交叉问题,考虑证据强弱的证据失效融合问题是未来进一步研究的工作。

参考文献(References)

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339.
- [2] Shafer G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] Mercier D, Quost B, Denacux T. Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting[J]. Information Fusion, 2008, 9(2): 246-258.
- [4] 李豪亮, 师义民, 陈华. 基于D-S证据理论的Bayes信息融合[J]. 模糊系统与数学, 2009, 23(1): 46-51.
(Li H L, Shi Y M, Chen H. Fusion of information of Bayes based on D-S evidence theory[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2009, 23(1): 46-51.)
- [5] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision Support Systems, 2000, 29(1): 1-9.
- [6] 李文立, 郭凯红. DS证据理论合成规则及冲突问题[J]. 系统工程理论与实践, 2010(8): 1422-1432.
(Li W L, Guo K H. Combination rules of D-S evidence theory and conflict problem[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010(8): 1422-1432.)
- [7] 周哲, 徐晓滨, 文成林, 等. 冲突证据融合的优化方法[J]. 自动化学报, 2012, 38(6): 976-985.
(Zhou Z, Xu X B, Wen C L, et al. An optimal method for combining conflicting evidences[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(6): 976-985.)
- [8] 李仕峰, 杨乃定, 张云翌. 区分证据重要性及分配证据冲突的新方法[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(7): 1867-1872.
(Li S F, Yang N D, Zhang Y Y. New approaches of distinguishing the evidences importance and allocating the evidences conflict[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(7): 1867-1872.)
- [9] 胡海亮, 钟求喜, 刘浏. 基于迭代合成的D-S证据理论改进方法[J]. 计算机应用研究, 2016, 33(10): 1-5.
(Hu H L, Zhong Q X, Liu L. Improved method to D-S evidence theory based on iterative synthesis[J]. Application Research of Computers, 2016, 33(10): 1-5.)
- [10] Guo H, Shi W, Deng Y. Evaluating sensor reliability in classification problems based on evidence theory[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2006, 36(5): 970-981.
- [11] 卢正才, 覃征. 证据合成的一般框架及高度冲突证据合成方法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2011, 51(11): 1611-1615.
(Lu Z C, Qin Z. General framework for evidence combination and its approach to highly conflicting evidence fusion[J]. J of Tsinghua University: Natural Science Edition, 2011, 51(11): 1611-1615.)
- [12] 黄建招, 谢建, 李良, 等. 基于冲突系数和Pignistic概率距离的改进证据组合方法[J]. 传感器与微系统, 2013, 32(9): 21-24.
(Huang J Z, Xie J, Li L, et al. Improved combination method of evidence based on conflict coefficient and Pignistic probability distance[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2013, 32(9): 21-24.)
- [13] 陈圣群, 王应明. 基于Pignistic概率距离的最优证据合成法[J]. 信息与控制, 2013, 42(2): 213-217.
(Chen S Q, Wang Y M. Optimal combination of evidence based on Pignistic probability distance[J]. Information and Control, 2013, 42(2): 213-217.)
- [14] 陈圣群, 王应明. 区间值信念结构下冲突证据组合[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(1): 256-261.
(Chen S Q, Wang Y M. Conflicting evidence combination of interval-valued belief structures[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(1): 256-261.)
- [15] Elouedi Z, Mellouli K, Smets P. Assessing sensor reliability for multisensor data fusion within the transferable belief model[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 2004, 34(1): 782-787.
- [16] 刘准钊, 程咏梅, 潘泉, 等. 基于证据距离和矛盾因子的加权证据合成法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(12): 1439-1442.
(Liu Z Z, Cheng Y M, Pan Q, et al. Combination of weighted belief functions based on evidence distance and conflicting belief[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(12): 1439-1442.)
- [17] Schubert J. Conflict management in Dempster-Shafer theory using the degree of falsity[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2011, 52(3): 449-460.
- [18] Yang Y, Han D, Han C. Discounted combination of unreliable evidence using degree of disagreement[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2013, 54(8): 1197-1216.
- [19] Liu Z, Dezert J, Pan Q, et al. Combination of sources of evidence with different discounting factors based on a new dissimilarity measure[J]. Decision Support Systems, 2011, 52(1): 133-141.
- [20] 毕文豪, 张安, 李冲. 基于新的证据冲突衡量的加权证据融合方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(1): 73-78.
(Bi W H, Zhang A, Li C. Weighted evidence combination method based on new evidence conflict measurement approach[J]. Control and Decision, 2016, 31(1): 73-78.)
- [21] 汤潮, 蒋雯, 陈运东, 等. 新不确定度量下的冲突证据融合[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(9): 2394-2400.
(Tang C, Jiang W, Chen Y D, et al. Conflicting evidence combination based on a new measure method

- of uncertainty[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2015, 35(9): 2394-2400.)
- [22] 何兵, 毛士艺. 基于证据分类的DS证据合成及判决方法[J]. *电子与信息学报*, 2002, 24(7): 894-899.
(He B, Mao S Y. Evidence combination and decision based on DS evidence theory and evidence classification[J]. *J of Electronics & Information Technology*, 2002, 24(7): 894-899.)
- [23] 何兵. 基于分类及不确定熵的DS证据合成及判决方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2004, 29(10): 927-930.
(He B. Modified DS evidence combination strategy based on evidence classification and uncertain entropy[J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2004, 29(10): 927-930.)
- [24] 杨善林, 李永森, 马溪骏, 等. 基于技术进步和信息不对称的证据合成研究[J]. *系统工程学报*, 2007, 22(3): 268-273.
(Yang S L, Li Y S, Ma X J, et al. Study of evidence combination based on technology progress and information asymmetry[J]. *J of Systems Engineering*, 2007, 22(3): 268-273.)
- [25] 王文庆, 杨远玲, 杨春杰. 一种基于证据理论的数据融合算法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(9): 1427-1430.
(Wang W Q, Yang Y L, Yang C J. A data fusion algorithm based on evidence theory[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(9): 1427-1430.)
- [26] 陈圣群, 王应明. 证据的分组合成法[J]. *控制与决策*, 2013, 28(4): 574-578.
(Chen S Q, Wang Y M. Grouping method for combining evidence[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(4): 574-578.)
- [27] 刘希亮, 陈桂明. 一种自适应冲突证据检验与合成方法[J]. *控制与决策*, 2014, 29(5): 929-932.
(Liu X L, Chen G M. A self-adaptive conflicting evidence test and combination approach[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(5): 929-932.)
- [28] 王亮, 吕卫民, 滕克难, 等. 基于分类修正的多证据合成方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(1): 125-130.
(Wang L, Lv W M, Teng K N, et al. Combination method of multi-evidence based on classification correction[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(1): 125-130.)
- [29] 王连锋, 宋建社, 朱昱, 等. 基于模糊聚类分析的证据组合[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(1): 113-119.
(Wang L F, Song J S, Zhu Y, et al. Evidence combination based on fuzzy clustering analysis[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(1): 113-119.)
- [30] 毕凯, 王晓丹, 邢雅琼. 基于模糊测度和证据理论的模糊聚类集成方法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(5): 823-830.
(Bi K, Wang X D, Xing Y Q. Fuzzy clustering ensemble based on fuzzy measure and DS evidence theory[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(5): 823-830.)
- [31] Yager R R. On the dempster-shafer framework and new combination rules[J]. *Information Science*. 1987, 41(2): 93-137.
- [32] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(5): 447-458.
- [33] Lefèvre E, Elouedi Z. How to preserve the conflict as an alarm in the combination of belief functions?[J]. *Decision Support Systems*, 2013, 56: 326-333.
- [34] Deng X, Deng Y, Chan F T S. An improved operator of combination with adapted conflict[J]. *Annals of Operations Research*, 2014, 223(1): 451-459.
- [35] Elouedi Z, Mellouli K, Smets P. Assessing sensor reliability for multisensor data fusion within the transferable belief model[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(1): 782-787.
- [36] 权文, 王晓丹, 王坚, 等. 一种基于置信最大熵模型的证据推理方法[J]. *控制与决策*, 2012, 27(6): 899-903.
(Quan W, Wang X D, Wang J, et al. A combination rule of evidence theory based on brief max-entropy model[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(6): 899-903.)
- [37] Dubois D, Prade H. A set-theoretic view of belief functions logical operations and approximations by fuzzy sets? [J]. *Int J of General System*, 1986, 12(3): 193-226.
- [38] Denceux T. Conjunctive and disjunctive combination of belief functions induced by nondistinct bodies of evidence[J]. *Artificial Intelligence*, 2008, 172(2/3): 234-264.
- [39] Florea M C, Jousselme A, Bossé é, et al. Robust combination rules for evidence theory[J]. *Information Fusion*, 2009, 10(2): 183-197.
- [40] Leung Y, Ji N, Ma J. An integrated information fusion approach based on the theory of evidence and group decision-making[J]. *Information Fusion*, 2013, 14(4): 410-422.
- [41] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 一种新的证据推理组合规则[J]. *控制与决策*, 2000, 15(5): 540-544.
(Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. A new kind of combination rule of evidence theory[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(5): 540-544.)
- [42] 邢清华, 雷英杰, 刘付显. 一种按比例分配冲突度的证据推理组合规则[J]. *控制与决策*, 2004, 19(12): 1387-1390.
(Xing Q H, Lei Y J, Liu F X. One combination rule of evidence theory based on distributing conflict in proportion[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(12): 1387-1390.)
- [43] Smarandache F, Dezert J. Advances and applications of DSMT for information fusion(collected works)[M]. Rehoboth: American Research Press, 2006.
- [44] 李军伟, 程咏梅, 梁彦, 等. 基于局部冲突分配策略的DST算法研究[J]. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1484-1488.
(Li J W, Cheng Y M, Liang Y, et al. Research of DST algorithm based on local conflict distribution strategy[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(10): 1484-1488.)

- [45] 王肖霞. 冲突证据合成规则的研究[D]. 太原: 中北大学信息与通信工程学院, 2007.
(Wang X X. Research on the Combination Rule of Conflict Evidences[D]. Taiyuan: School of Information and Communication Engineering, North University of China, 2007.)
- [46] Yang J B, Xu D L. Evidential reasoning rule for evidence combination[J]. Artificial Intelligence, 2013, 205: 1-29.
- [47] Haenni R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives? Comments on "About the belief function combination and the conflict management problem" [J]. Information Fusion, 2002, 3(3): 237-239.
- [48] 陈天璐, 阙沛文. D-S证据理论在数据融合中失效问题的研究[J]. 传感器技术, 2004, 23(12): 25-27.
(Chen T L, Que P W. Research on invalidation of D-S evidential theory in data fusion[J]. J of Transducer Technology, 2004, 23(12): 25-27.)
- [49] 王万请, 赵拥军, 黄洁, 等. 一种非对称的证据冲突度量方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(3): 533-536.
(Wang W Q, Zhao Y J, Huang J, et al. An asymmetrical measure for evidence conflict[J]. Control and Decision, 2014, 29(3): 533-536.)
- [50] Jousselme A, Maupin P. Distances in evidence theory: Comprehensive survey and generalizations[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2012, 53(2): 118-145.
- [51] 潘泉, 张山鹰, 程咏梅, 等. 证据推理的鲁棒性研究[J]. 自动化学报, 2001, 27(6): 798-805.
(Pan Q, Zhang S Y, Cheng Y M, et al. Sone research on robustness of Evidence theory[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(6): 798-805.)
- [52] 何友, 胡丽芳, 关欣, 等. 一种度量广义基本概率赋值冲突的方法[J]. 中国科学: 信息科学, 2011, 41(8): 989-997.
(He Y, Hu L F, Guan X, et al. A new method of measuring the degree of confict among general basic probability assignments[J]. Science China Press, 2011(8): 989-997.)
- [53] Wen C, Wang Y, Xu X. Fuzzy information fusion algorithm of fault diagnosis based on similarity measure of evidence[J]. Int Symposium on Neural Networks, 2008, 5264(12): 506-515.
- [54] 邓勇, 王栋, 李齐, 等. 一种新的证据冲突分析方法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 839-844.
(Deng Y, Wang D, Li Q, et al. A new method to analyze evidence conflict[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(6): 839-844.)
- [55] 李玲玲, 马东娟, 王成山, 等. DS证据理论冲突处理新方法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(12): 4528-4531.
(Li L L, Ma D J, Wang S C, et al. New method for conflict evidence processing in D-S theory[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(12): 4528-4531.)
- [56] 朱友清, 周石琳, 邹焕新. 基于相容系数的冲突证据合成方法及评价准则[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(6): 1118-1123.
(Zhu Y Q, Zhou S L, Zou H X. Combination method of conflict evidences and evaluation rule based on compatibility ratio[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(6): 1118-1123.)
- [57] Loudahi M, Klein J, Vannobel J, et al. New distances between bodies of evidence based on Dempsterian specialization matrices and their consistency with the conjunctive combination rule[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2014, 55(5): 1093-1112.
- [58] Liu W. Analyzing the degree of conflict among belief functions[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170(11): 909-924.
- [59] Wang D, Jiang W, Luo R. Method of measure the conflict between evidences based on the OWA operator[C]. The 1st National Conf on Information Fusion. Yantai, 2009: 21-27.
- [60] 蒋雯, 张安, 邓勇. 基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(1): 27-32.
(Jiang W, Zhang A, Deng Y. A Novel Information Fusion Method Based on Our Evidence Conflict Representation[J]. J of North western Polytechnical University, 2010, 28(1): 27-32.)
- [61] 权文, 王晓丹, 王坚, 等. 一种基于局部冲突分配的DST组合规则[J]. 电子学报. 2012, 40(9): 1880-1884.
(Quan W, Wang X D, Wang J, et al. New combination rule of DST based on local conflict distribution strategy[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(9): 1880-1884.)

(责任编辑: 孙艺红)