文章编号: 1001-0920(2018)01-0111-08 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2016.1324

# 基于熵权的多粒度犹豫模糊语言VIKOR群推荐方法

陈秀明[1,2†], 刘业政[1]

(1. 合肥工业大学 管理学院，合肥 230001；2. 蚌埠学院 计算机工程学院，安徽 蚌埠 233030)

**摘 要:** 针对群推荐系统中被推荐项目具有多粒度性、犹豫性、模糊性的特点,首先在多粒度犹豫模糊语言术语集的基础上,提出多粒度犹豫模糊语言熵的概念及计算公式,采用熵的计算公式求解被推荐项目的属性权重;然后,将传统的多准则妥协解排序法(VIKOR)拓展到多粒度犹豫模糊领域,并对其妥协解公式加以改进,将改进的VIKOR方法用于群推荐;最后,从理论分析、数值计算和敏感性分析3个方面将改进的VIKOR方法与逼近理想解排序法(TOPSIS)进行对比,所得结果表明了所提出方法在群推荐应用中的合理性和有效性.

**关键词:** 多粒度犹豫模糊语言术语集；VIKOR方法；群推荐方法；熵权法

**中图分类号:** C934 **文献标志码:** A

# Multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in group recommendation based on entropy measure and VIKOR method

*CHEN Xiu-ming*[1,2†], *LIU Ye-zheng*[1]

(1. School of Management，Hefei University of Technology，Hefei 230001，China；2. College of Computer Engineering，Bengbu University，Bengbu 233030，China)

**Abstract:** According to the characteristics of recommended items in a group recommendation system, i.e., multi-granularity, hesitantcy, fuzziness, firstly, based on the concept of multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets(MHFLTSs), the concept and calculation formula of the multi granularity hesitant fuzzy linguistic entropy are defined, and the attributes of recommended items can be calculated by using MHFLTSs' entropy measures. Then, the traditional VIKOR method is extended to the multi-granularity fuzzy domain, and the compromise solution formula is improved. The improved VIKOR method is applied to the group recommendation. Finally, the VIKOR method and TOPSIS method are compared from three aspects of theoretical analysis, numerical calculation and sensitivity analysis. The results show that the proposed method is reasonable and effective in the application of group recommendation.

**Keywords:** multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets; VIKOR method; group recommendation methods; entropy measure

## 0 引 言

群推荐系统是为参与共同活动的群体推荐满足群中所有成员的共同爱好的信息系统,现有成果主要支持线下已成团群体. 随着在线社交网络的出现,具有相似兴趣的群体形成了各类虚拟社区,面向社交网络中虚拟社区的群推荐系统将成为推荐领域的热点问题. 面对群体用户的新需求,传统的个性化推荐系统难以发挥其作用[1]. 群推荐系统主要应用于某些特定的场合下,例如为群体推荐音乐、旅游景点、旅游目的地、电影和电视节目等[2]. 近来又出现了一些基于模糊语言环境下的推荐系统,例如在线学习资源群推荐系统[3-4]、学术论文的群推荐系统[5]、电子图书推荐系统[6]等. 在群推荐系统中最关键的问题是[7]: 如何集结不同用户的个体偏好,形成能准确反映所有成员兴趣的群体偏好. 目前的群推荐系统主要采用建立在社会选择理论基础上的群偏好集结策略[8],但到目前为止,还没有哪一种集结策略既考虑群体效益又考虑个体遗憾值.

尽管群推荐系统发展迅速,然而现有的推荐系统存在以下的局限性: 首先,现有的群推荐系统通常忽

**收稿日期:** 2016-10-19；**修回日期:** 2017-05-18.

**基金项目:** 国家自然科学基金重大项目(71490725)；国家973计划项目(2013CB329603)；国家自然科学基金项目(71371062)；安徽省教育厅重点自然科学项目(KJ2015A300).

**作者简介:** 陈秀明(1972−), 男, 副教授, 博士, 从事智能决策、模糊语言计算的研究；刘业政(1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能决策理论方法、数据挖掘等研究.

†通讯作者. E-mail: cxm9001@163.com

略被推荐项目的多属性特性. 许多学者开始注意到这种方法的局限性,他们建议采用多属性评分[9]. 这样,多属性特征的商品推荐问题自然地转化为多属性决策问题[10]. 然后,现实世界中的群推荐问题还具有犹豫性特征. 由于不同的用户掌握的相关知识的程度不同,他们在对商品评分时表现出不确定性,群体用户对商品的评分就会在不同的模糊语言之间犹豫[11]. 最后,由于群推荐系统中的评分信息可能来自不同的网络平台,对于同一个被推荐商品,不同的网络平台可能采用不同粒度的模糊语言来描述. 随着大数据技术的发展,这种跨平台的多粒度犹豫模糊语言多属性推荐系统将是未来推荐系统的一个重要发展方向[12].

多粒度犹豫模糊语言术语集的概念[13-14]是在犹豫模糊语言术语集的基础上发展起来的理论. 在犹豫模糊集和语言模糊集的启发下,Rodriguez等[11,15]提出了犹豫模糊语言术语集的概念. 当专家在评估某一方案时可能在几个不同值之间犹豫,此时可采用犹豫模糊语言术语集进行决策. 犹豫模糊语言术语集出现后,很快受到学者关注,被广泛应用于各种决策问题,如医院选择[16]、机动车辆选择[17] 、航空货运决策[18]等. 但目前国内外几乎没有文献采用多粒度犹豫模糊语言术语集理论研究群推荐问题.

本文针对群推荐系统评分的多粒度性、犹豫模糊性和多属性特点,将传统的多准则妥协解排序法(VIKOR)拓展到多粒度犹豫模糊领域,并将改进的VIKOR方法用于群推荐,既考虑群体效益又考虑个体遗憾值,避免了逼近理想解排序法(TOPSIS)的缺陷. 同时,从理论分析、数值计算和敏感性分析3个方面将这两种方法进行对比,分析了所提出的方法在群推荐应用中的合理性和有效性.

## 1 模型描述

在群推荐系统中,采用模糊语言对被推荐项目进行描述时普遍存在两个问题:模糊语言的多粒度性和犹豫性. 首先,模糊语言存在犹豫性. 群体在描述被推荐商品时,由于不同个体对事物的认知程度不同,群体观点的不一致性通常会导致犹豫不决的情况发生,例如:某群体对某部电影的故事情节评价,可能有的个体认为“好”,可能有的认为“很好”,还可能有的认为“极好”,则表明该群体对这部电影的描述在“好、很好、极好”之间犹豫,表示为$H=\{s_4,\ s_5,\ s_6\}$. 其次,模糊语言存在多粒度性. 由于不同的网络平台可能采用不同粒度的语言信息描述被推荐项目,有的网络平台可能采用5粒度语言描述,有的网络平台可能采用其他粒度语言描述. 而这种多粒度语言信息的融合问题在未来的群推荐中更有意义,也是大数据研究的重点方向. 为此,本文将重点研究多粒度犹豫模糊语言信息下的群推荐.

假设被推荐群体要从一系列项目$H=\{H_1,H_2,\cdots,H_m\}$中挑选最满意项目,每个项目有多个属性,项目属性的权值集合设为$w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$,这里$0\leqslant w_i\leqslant 1,\sum\limits_{i=1}^{n}w_i=1$. 一般而言,在网络平台中用户对被推荐商品的描述信息由已经购买过该商品的用户提供,这些用户群体通常采用犹豫模糊语言术语来描述商品信息,最终这些信息可表达为多粒度犹豫模糊语言术语集矩阵

$$\begin{bmatrix} H_{S_1}^{11} & H_{S_1}^{12} & \cdots & H_{S_1}^{1n} \\ H_{S_2}^{21} & H_{S_2}^{22} & \cdots & H_{S_2}^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{S_m}^{m1} & H_{S_m}^{m2} & \cdots & H_{S_m}^{mn} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

其中:$H_{S_i}^{ij}=\{S_{\delta^{ij}}|S_{\delta^{ij}}\in S_i\}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$是多粒度犹豫模糊语言术语集,表明被推荐项目的数目为$i$个,每个项目的属性为$j$个;$S_i=\{s_0,\cdots,s_{g_i}\}$是粒度为$(g_i+1)$的模糊语言术语集,即各个被推荐项目可能是由不同粒度的犹豫模糊语言描述的. 本文重点解决的问题是:如何确定这些多粒度犹豫模糊语言矩阵的属性权重,如何对这些被推荐项目进行排序,在推荐中如何兼顾群体效益与个体效益的平衡.

## 2 原理与方法

针对多粒度犹豫模糊语言环境下的群体推荐问题,文献[13]引入多粒度犹豫模糊语言术语集的概念,定义了多粒度犹豫模糊语言术语集的几种距离公式,并利用TOPSIS方法解决了群体推荐问题. 然而该方法只考虑了群体效益而没有考虑推荐过程中个体遗憾值,这样的推荐结果容易导致整个群体中的绝大多数较满意,而群体中的个别个体不满意的情况. 所以本文改进传统的VIKOR方法,其优点是既考虑群体的总体效益,又充分考虑群体中个体的遗憾值,使二者相互折衷. 改进的VIKOR方法可应用于多粒度犹豫模糊语言环境,利用其对被推荐项目进行排序,并根据优先顺序作出推荐.

### 2.1 多粒度犹豫模糊语言术语集的概念及距离公式

针对犹豫性的模糊问题,Torra[19]在经典模糊集的基础上引入了犹豫模糊集的概念. 随后,Rodriguez[11,20]提出了犹豫模糊语言术语集的概念. 由于不同网络平台群推荐中的多粒度性、犹豫

性的要求,传统的模型均不能满足具体应用的需求,为此本节介绍多粒度犹豫模糊语言术语集的概念及几种的距离公式.

**定义1**[13]　令集合$S=\{s_0,s_1,\cdots,s_g\}$是一个粒度为$(g+1)$的语言术语集,犹豫模糊语言术语集$H_S$是语言术语集$S$的有序子集,即$H_S(x_i)=\{S_{\delta_j}(x_i)|S_{\delta_j}(x_i)\in S\}$. 其中:$x_i$表示第$i$个属性;$j=1,2,\cdots,L$是犹豫模糊语言术语集$H_S(x_i)$中元素的个数. 空犹豫模糊语言术语集为$H_S(\vartheta)=\phi$,满犹豫模糊语言术语集为$H_S(\vartheta)=S$,犹豫模糊语言术语集的补集$H_S^C(\vartheta)=S-H_S(\vartheta)$.

**定义2**[14]　令集合$S=\{s_0,s_1,\cdots,s_g\}$是一个粒度为$(g+1)$的语言术语集,$S'=\{s_0,\cdots,s_{g'}\}$是一个粒度为$(g'+1)$的语言术语集. $H_S^M(x_i)=\{S_{\delta_j^M}(x_i)|S_{\delta_j^M}(x_i)\in S\}$,$H_{S'}^N(x_i)=\{S_{\delta_j^N}(x_i)|S_{\delta_j^N}(x_i)\in S'\}$是定义在属性集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$上的犹豫模糊语言术语集,$x_i$表示第$i$个属性. 则$H_S^M$与$H_S^N$第$i$个属性之间的海明距离可定义为

$$d_{\mathrm{hd}}(H_S^M,H_{S'}^N)=\Big(\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}\Big|\frac{\delta_j^M(x_i)}{g}-\frac{\delta_j^N(x_i)}{g'}\Big|\Big),\quad(2)$$

其中$j=1,2,\cdots,L$是犹豫模糊语言术语集$H_S^M(x_i)$和$H_{S'}^N(x_i)$中元素的个数. 将犹豫模糊语言术语集$H_S^M(x_i)$中元素的个数记为$L_{x_i}^M$,犹豫模糊语言术语集$H_{S'}^N(x_i)$中元素的个数记为$L_{x_i}^N$. 在计算犹豫模糊语言术语集的距离时,假设$L_{x_i}^M=L_{x_i}^N=L$. 如果$L_{x_i}^M\neq L_{x_i}^N$,则可以采用在元素较少的集合中添加元素的方法:推荐者态度悲观者可在集合中添加最小的元素;推荐者态度乐观者可在集合中添加最大的元素;推荐者态度折中者可在集合中添加元素值为$[(1-\alpha)\min\limits_{j=1,\cdots,L}\delta_j+\alpha\max\limits_{j=1,\cdots,L}\delta_j]$的元素,其中$\alpha$为乐观系数,$\alpha\in[0,1]$. 推荐者态度越乐观$\alpha$值越大,本文算例中$\alpha=0.5$.

**定义3**[14]　$H_S^M$与$H_S^N$第$i$个属性之间的欧几里得距离可定义为

$$d_{\mathrm{ed}}(H_S^M,H_{S'}^N)=\Big[\Big(\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}\Big|\frac{\delta_j^M(x_i)}{g}-\frac{\delta_j^N(x_i)}{g'}\Big|^2\Big)\Big]^{\frac{1}{2}}.\quad(3)$$

可以将海明距离和欧几里得距离统一为以下的广义距离公式:

$$d_{\mathrm{ed}}(H_S^M,H_{S'}^N)=\Big[\Big(\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}\Big|\frac{\delta_j^M(x_i)}{g}-\frac{\delta_j^N(x_i)}{g'}\Big|^{\lambda}\Big)\Big]^{\frac{1}{\lambda}},\quad(4)$$

其中$\lambda>0$. 当$\lambda=1$时,广义距离公式变成海明距离公式;当$\lambda=2$时,广义距离公式变成欧几里得距离公式.

## 2.2　多粒度犹豫模糊语言环境下属性权重与熵

信息熵[21]的概念最早由香农(Shannon)提出,随后该概念被引入到模糊集的相关领域,建立起模糊熵[22]、直觉模糊熵[23]、区间模糊熵[23]等概念,并应用于属性权重的确定. 在群推荐过程中,不同的群体对商品项目的认知情况各不相同,不同群体掌握的知识或获取的信息各不相同,因此,不同群体给出的犹豫模糊语言信息的权重应该有所不同. 一般而言,被推荐项目属性权重的问题可以分为权重信息已经给定、权重信息部分给定和权重信息完全未知3种情况. 针对多粒度犹豫模糊语言环境下的群推荐属性权重问题,文献[14]在属性权重不完全未知的情况下,采用线性规划模型求解属性权重. 但是,该方法计算过程较为复杂. 为此,本文引入多粒度犹豫模糊语言术语集的熵的概念来求解属性权重. 被推荐项目属性的评分值差距越小,该属性对最终推荐结果影响越小;反之,被推荐项目属性的评分值差距越大,该属性对最终推荐结果影响越大. 由于熵测度公式已广泛应用于决策分析、模式识别和聚类分析等领域,而关于多粒度犹豫模糊语言环境下熵的尚无研究文献出现,为此,有必要定义多粒度犹豫模糊语言的熵的概念并研究其性质. 基于犹豫模糊熵的公理化定义,下面给出多粒度犹豫模糊语言熵的公理化定义.

**定义4**　设$H_S(x_i)=\{S_{\delta_j}(x_i)|S_{\delta_j}(x_i)\in S\}=\{S_{\delta_{\sigma(1)}},S_{\delta_{\sigma(2)}},\cdots,S_{\delta_{\sigma(L)}}\}$为粒度是$(g+1)$的犹豫模糊语言术语集,称映射$E:H_S\to D[0,1]$为犹豫模糊语言术语集的熵,则$E(H_S)$应满足以下4条准则:

1) 当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=0$,或$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=2g$时,$E(H_S)=0$.

2) 当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=g$时,$E(H_S)=1$.

3) $E(H_S)=E(H_S^C)$.

4) $E(H_S^M)\leqslant E(H_S^N)$. 当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}\leqslant g$时,$\delta_{\sigma(j)}^M\leqslant\delta_{\sigma(j)}^N$;当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}\geqslant g$时,$\delta_{\sigma(j)}^M\geqslant\delta_{\sigma(j)}^N$.

**定义5**　多粒度犹豫模糊语言术语集的模糊熵定义为

$$E(H_S)=-\frac{1}{L\ln 2}\sum_{j=1}^{L}\Big[\frac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}\ln\frac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}+\Big(1-\frac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}\Big)\ln\Big(1-\frac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}\Big)\Big].\quad(5)$$

**证明**　令$\dfrac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}=t$,构造二元函数$g(t)$如下:

$$E(H_S)=-\frac{1}{\ln 2}[t\ln t+(1-t)\ln(1-t)].$$

函数$E(H_S)$对$t$求导数,得

$$\frac{\mathrm{d}E(H_S)}{t}=-\frac{1}{\ln 2}\ln\frac{1-t}{t}.$$

当$t\in[0,1/2]$时,$\dfrac{\mathrm{d}E(H_S)}{t}\geqslant 0$,即函数$E(H_S)$在区间$[0,1/2]$上是单调递增的;当$t\in[1/2,1]$时,$\dfrac{\mathrm{d}E(H_S)}{t}<0$,即函数$E(t)$在区间$[1/2,1]$上是单调递减的. 可见,函数$E(H_S)$在区间$[0,1]$上是非负的,并且有$t=0$时,$E(H_S)=0$;$t=1/2$时,$E(H_S)=1$;$t=1$时,$E(H_S)=0$.

1) 由上文分析可知,当$E(H_S)=0$时,$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=0$或$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=2g$;反之,当$\dfrac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}=0$或$\dfrac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}=1$时,$E(H_S)=0$.

2) 当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}=g$时,有$E(H_S)=1$;当$E(H_S)=1$时,$\dfrac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}=\dfrac{1}{2}$.

3) 当$H_S(\vartheta)$中$t=\dfrac{\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}$时,$H_S^C(\vartheta)$中$t'=\dfrac{2g-\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}}{2g}=1-t$,因为函数$E(H_S)=-\dfrac{1}{\ln 2}[t\ln t+(1-t)\ln(1-t)]$具有对称性,所以$E(H_S)=E(H_S^C)$.

4) 令二元函数

$$E(H_S)=-\frac{1}{\ln 2}\Big[\frac{x+y}{2}\ln\frac{x+y}{2}+\Big(1-\frac{x+y}{2}\Big)\ln\Big(1-\frac{x+y}{2}\Big)\Big]$$

中的自变量$x,y\in[0,1]$,关于$x,y$分别求偏导数,得

$$\frac{\partial E(H_S)}{\partial x}=-\frac{1}{2\ln 2}\ln\frac{x+y}{2-x-y},$$

$$\frac{\partial E(H_S)}{\partial y}=-\frac{1}{2\ln 2}\ln\frac{x+y}{2-x-y}.$$

当$\delta_{\sigma(j)}+\delta_{\sigma(L-j+1)}\leqslant g$时,$x+y\leqslant 1$,所以$\dfrac{\partial E(H_S)}{\partial x}\geqslant 0$,$\dfrac{\partial E(H_S)}{\partial y}\geqslant 0$,二元函数$E(H_S)$分别关于$x,y$单调递增,$\delta^M_{\sigma(j)}\leqslant\delta^N_{\sigma(j)}$时,$E(H^M_S)\leqslant E(H^N_S)$;同理,当$\delta^N_{\sigma(j)}+\delta^N_{\sigma(L-j+1)}\geqslant g$,$\delta^M_{\sigma(j)}\geqslant\delta^N_{\sigma(j)}$时,$E(H^M_S)\leqslant E(H^N_S)$. □

### 2.3 多粒度犹豫模糊语言术语集的VIKOR方法

VIKOR方法是一种基于聚合函数妥协的排序方法,是由Opricovic[24]提出的一种基于理想值法的多属性决策方法. VIKOR方法的基本思想是先确定正理想解(PIS)和负理想解(NIS),再根据每个项目的偏好值判定其与正理想解的接近程度来排列项目的优先顺序. 正理想解是指各个体偏好的最佳值,负理想解是指各个体偏好值的最差值. 该方法通过同时考虑"群体效益"的最大化和反对者"个人遗憾值"最小化来决定推荐项目的排序问题. 本文在文献[25-27]的基础上改进VIKOR方法,使其可用于多粒度犹豫模糊语言环境下,具体概念见如下定义.

**定义6** 多粒度犹豫模糊语言群体效用公式$\mathrm{MU}_i$、个体遗憾公式$\mathrm{MR}_i$、妥协解公式$\mathrm{MC}_i$如下:

$$\mathrm{MU}_i=\sum_{j=1}^{m}w_j\frac{d(H_S^{ij},H_{S'}^{j+})}{d(H_{S'}^{j+},H_{S'}^{j-})},\tag{6}$$

$$\mathrm{MR}_i=\max\Big[w_j\frac{d(H_S^{ij},H_{S'}^{j+})}{d(H_{S'}^{j+},H_{S'}^{j-})}\Big],\tag{7}$$

$$\mathrm{MC}_i=\nu\frac{\mathrm{MU}_i-\mathrm{MU}^-}{\mathrm{MU}^+-\mathrm{MU}^-}+(1-\nu)\frac{\mathrm{MR}_i-\mathrm{MR}^-}{\mathrm{MR}^+-\mathrm{MR}^-}.\tag{8}$$

其中:$d(H_S^{ij},H_{S'}^{j+})$表示各多粒度犹豫模糊语言术语集到正理想解之间的距离,$d(H_S^{ij},H_{S'}^{j-})$表示各多粒度犹豫模糊语言术语集到负理想解之间的距离,本文采用多粒度犹豫模糊语言欧几里得距离公式计算. $\nu$是参数为"大多数准则"策略的决策机制系数,当$\nu>0.5$时,表示根据推荐群体中大多数人意见作出决策;当$\nu<0.5$时,表示根据个体偏好中个体拒绝的情况作出决策;一般$\nu$取0.5,表示同时最大群体效用和最小化个别遗憾. $\mathrm{MU}^+=\max(\mathrm{MU}_i)$表示群体效用的最大值,$\mathrm{MU}^-=\min(\mathrm{MU}_i)$表示群体效用的最小值,$\mathrm{MR}^+=\max(\mathrm{MR}_i)$表示个体遗憾的最大值,$\mathrm{MR}^-=\min(\mathrm{MR}_i)$表示个体遗憾的最小值.

以上给出的妥协值满足$0\leqslant\mathrm{MC}_i\leqslant 1$,且$\mathrm{MC}_i$越小,项目越优. 由于该公式不便于与TOPSIS方法比较,为此对上述公式进行改进,有

$$\mathrm{MC}'_i=\nu\frac{\mathrm{MU}_i-\mathrm{MU}^+}{\mathrm{MU}^--\mathrm{MU}^+}+(1-\nu)\frac{\mathrm{MR}_i-\mathrm{MR}^+}{\mathrm{MR}^--\mathrm{MR}^+}.\tag{9}$$

由数学知识易知,$0\leqslant\mathrm{MC}_i\leqslant 1$,$0\leqslant\mathrm{MC}'_i\leqslant 1$,且$\mathrm{MC}_i+\mathrm{MC}'_i=1$. 这种变形的好处是,原文献[25-27]中给出的妥协值$\mathrm{MC}_i$越小,项目越优,而现在妥协值$\mathrm{MC}'_i$越大,项目越优,这样就能更好地与TOPSIS方法进行比对.

### 2.4 TOPSIS方法与VIKOR方法比较

在群推荐系统中,多粒度犹豫模糊语言环境下可利用TOPSIS方法对被推荐项目进行排序,具体满意度公式[13-14]如下:

$$\beta(H^i_{S_i})=\frac{(1-\gamma)d(H^i_{S_i},H^-_{S'})}{\gamma d(H^i_{S_i},H^+_{S'})+(1-\gamma)d(H^i_{S_i},H^-_{S'})}.\tag{10}$$

其中:$d(H^i_{S_i},H^+_{S'})$表示各被推荐项目到正理想点的加权距离,$d(H^i_{S_i},H^-_{S'})$表示各被推荐项目到负理想点的加权距离;$\gamma$为乐观系数,且$\gamma\in[0,1]$,$\gamma$值由

决策群体事先给出. $\gamma$值给定后,满意度的值表示距正理想点越近距负理想点越远的项目最优,满意度$\beta(H_{S_i}^i)$的值越大,被推荐项目越优. 即所有到正理想点距离大于到负理想点距离的项目均优于距正负理想点距离相等的项目. 但是,TOPSIS方法具有一定的局限性,若项目$H_{S_m}^m$与正负理想点的距离相等,对于任意被推荐项目$H_S^i$只要满足$d(H_{S_i}^i, H_{S'}^-) > d(H_{S_i}^i, H_{S'}^+)$,则无论项目$H_{S_i}^i$到正理想点的距离远近,都会得到项目$H_{S_i}^i$优于项目$H_{S_m}^m$的结论,如图1所示.

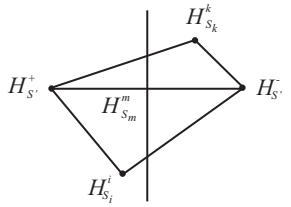


**图 1**　TOPSIS方法的局限性

如果以一个两属性的商品推荐为例,则VIKOR方法的妥协解如图2所示,其中$H_{S_1}^*$和$H_{S_2}^*$分别表示两个不同属性的理想解. 可行解$H_S^C$是所有解中最接近最优解$H_S^*$的解,它是在两个属性理想解中相互妥协的结果.

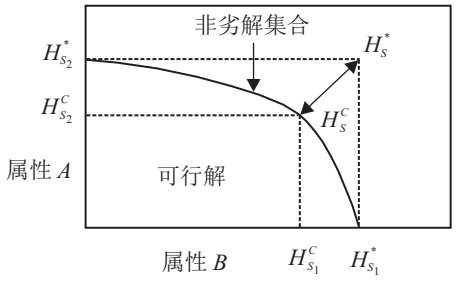


**图 2**　VIKOR方法的妥协解

由图1和图2可知,尽管项目$H_{S_m}^m$离正理想点的距离更近,但如果采用TOPSIS方法进行推荐,则会推荐次优项目$H_S^i$. 可见,利用TOPSIS方法得到的推荐项目并不一定是距理想点最近的项目. 另外,TOPSIS方法更适用于风险规避型推荐者,希望推荐带来最大化利润的同时,尽可能规避风险;而VIKOR方法更适用于推荐者倾向于获取最大化利润的推荐结果.

## 3　多粒度犹豫模糊语言术环境下VIKOR方法步骤

针对多粒度犹豫模糊语言环境下的群体推荐问题,充分考虑群体效益和个体遗憾值,本节采用上文中改进的VIKOR方法对被推荐项目进行排序,根据优先顺序作出推荐,具体步骤如下.

Step 1: 明确被推荐项目,构造被推荐矩阵. 将其构成一个集合$\{I_1, I_2, \cdots, I_m\}$,每一个被推荐项目的属性为$n$个,并将第$i$个项目在第$j$个属性上的值用一个多粒度犹豫模糊语言术语集来表示,即$H_{S_i}^{ij} = \{\delta^{ij} | \delta^{ij} \in S_i\}$.

Step 2: 选出被推荐项目的正理想点$H_S^+ = \{H_S^{1+}, H_S^{2+}, \cdots, H_S^{n+}\}$和负理想点$H_S^- = \{H_S^{1-}, H_S^{2-}, \cdots, H_S^{n-}\}$. 针对效益型属性,这两种正负理想点定义如下:

$$\begin{cases} H_S^{j+} = \max\limits_{i=1,2,\cdots,m} \left( \dfrac{H_{S_1}^{1j}}{g_1}, \dfrac{H_{S_2}^{2j}}{g_2}, \cdots, \dfrac{H_{S_m}^{mj}}{g_m} \right), \\ H_S^{j-} = \min\limits_{i=1,2,\cdots,m} \left( \dfrac{H_{S_1}^{1j}}{g_1}, \dfrac{H_{S_2}^{2j}}{g_2}, \cdots, \dfrac{H_{S_m}^{mj}}{g_m} \right); \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} H_S^{j+} = \min\limits_{i=1,2,\cdots,m} \left( \dfrac{H_{S_1}^{1j}}{g_1}, \dfrac{H_{S_2}^{2j}}{g_2}, \cdots, \dfrac{H_{S_m}^{mj}}{g_m} \right), \\ H_S^{j-} = \max\limits_{i=1,2,\cdots,m} \left( \dfrac{H_{S_1}^{1j}}{g_1}, \dfrac{H_{S_2}^{2j}}{g_2}, \cdots, \dfrac{H_{S_m}^{mj}}{g_m} \right). \end{cases} \tag{12}$$

Step 3: 利用多粒度犹豫模糊语言的熵公式计算各个被推荐项目不同属性的权重.

Step 4: 分别采用距离测度公式(3)结合多粒度犹豫模糊语言的群体效用公式(6)计算变量$\mathrm{MU}_i$,以及多粒度犹豫模糊语言的个体遗憾公式(7)计算变量$\mathrm{MR}_i$.

Step 5: 采用式(9)计算妥协解变量$\mathrm{MC}_i$.

Step 6: 通过计算出的$\mathrm{MU}_i$、$\mathrm{MR}_i$和$\mathrm{MC}_i$值,对被推荐项目进行排序.

## 4　算例分析

### 4.1　VIKOR方法进行推荐排序

以下算例针对电影推荐问题分析各种距离算法,为了便于分析比较,本文采用与文献[13]相同的算例. 假设某个群体打算从4部电影$m_1, m_2, m_3, m_4$中挑选一部合适的电影,属性从4个方面描述: 故事($\xi_1$)、演员($\xi_2$)、导演($\xi_3$)、视觉($\xi_4$),推荐者为群体用户,他们对这4部电影给出的推荐信息为犹豫模糊语言描述,如表1所示. 试给出4部电影的推荐列表.

**表 1**　专家采用犹豫模糊语言集对4部电影评价结果

| 电影 | 故事($\xi_1$) | 演员($\xi_2$) | 导演($\xi_3$) | 视觉($\xi_4$) |
|---|---|---|---|---|
| $m_1$ | $\{s_4^7, s_5^7, s_6^7\}$ | $\{s_4^7, s_5^7, s_6^7\}$ | $\{s_4^7, s_5^7\}$ | $\{s_5^7, s_6^7\}$ |
| $m_2$ | $\{s_2^5, s_3^5, s_4^5\}$ | $\{s_3^5, s_4^5\}$ | $\{s_3^5, s_4^5\}$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ |
| $m_3$ | $\{s_7^9, s_8^9\}$ | $\{s_6^9, s_7^9, s_8^9\}$ | $\{s_6^9, s_7^9\}$ | $\{s_7^9, s_8^9\}$ |
| $m_4$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ | $\{s_2^5\}$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ |

Step 1: 明确被推荐项目,构造被推荐矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} \{s_4^7, s_5^7, s_6^7\} & \{s_4^7, s_5^7, s_6^7\} & \{s_4^7, s_5^7\} & \{s_5^7, s_6^7\} \\ \{s_2^5, s_3^5, s_4^5\} & \{s_3^5, s_4^5\} & \{s_3^5, s_4^5\} & \{s_2^5, s_3^5\} \\ \{s_7^9, s_8^9\} & \{s_6^9, s_7^9, s_8^9\} & \{s_6^9, s_7^9\} & \{s_7^9, s_8^9\} \\ \{s_2^5, s_3^5\} & \{s_2^5\} & \{s_2^5, s_3^5\} & \{s_2^5, s_3^5\} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Step 2: 选出被推荐项目的正理想点和负理想点, 本文均为效益型属性, 正负理想点具体值见表2.

**表 2　犹豫模糊语言信息表达群体偏好的理想点**

| 电影 | 故事($\xi_1$) | 演员($\xi_2$) | 导演($\xi_3$) | 视觉($\xi_4$) |
|---|---|---|---|---|
| $m^+$ | $\{s_7^9, s_8^9\}$ | $\{s_6^9, s_7^9, s_8^9\}$ | $\{s_3^5, s_4^5\}$ | $\{s_7^9, s_8^9\}$ |
| $m^-$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ | $\{s_2^5\}$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ | $\{s_2^5, s_3^5\}$ |

Step 3: 利用多粒度犹豫模糊语言的熵公式(5)计算各个被推荐项目不同属性的权重值为(0.275, 0.227, 0.266, 0.232);

Step 4: 分别采用式(6)计算多粒度犹豫模糊语言的群体效用变量$\mathrm{MU}_i$, 采用式(7)计算多粒度犹豫模糊语言的个体遗憾变量$\mathrm{MR}_i$.

Step 5: 当$\nu = 0.5$时, 采用式(9)计算妥协解变量$\mathrm{MC}_i$, 以上两步的计算结果见表3.

**表 3　犹豫模糊语言信息的MU、MR、MC值**

| | $m_1$ | $m_2$ | $m_3$ | $m_4$ |
|---|---|---|---|---|
| MU | 0.31 | 0.44 | 0.09 | 1 |
| MR | 0.14 | 0.23 | 0.09 | 0.28 |
| MC | 0.75 | 0.43 | 1 | 0 |

Step 6: 通过计算得到的$\mathrm{MU}_i$、$\mathrm{MR}_i$和$\mathrm{MC}_i$值, 对被推荐项目进行排序, 妥协值MC越大, 项目越优. 被推荐项目优先排序结果为$m_3 \succ m_1 \succ m_2 \succ m_4$.

### 4.2　参数的敏感性分析

为了研究在多粒度犹豫模糊语言环境下VIKOR方法的决策机制系数$\nu$对妥协解的影响, 通过选取不同的$\nu$值进行灵敏度分析. 将参数$\nu$从区间$[0, 1]$范围内以步长为0.1取值, 分析妥协解的排序情况. 从图3可以看出, 妥协值的排序均为$\mathrm{MC}_3 > \mathrm{MC}_1 > \mathrm{MC}_2 > \mathrm{MC}_4$, 即各个被推荐项目排序为$m_3 \succ m_1 \succ m_2 \succ m_4$, 由此可见, 妥协解的排序对参数$\nu$的变动不敏感.

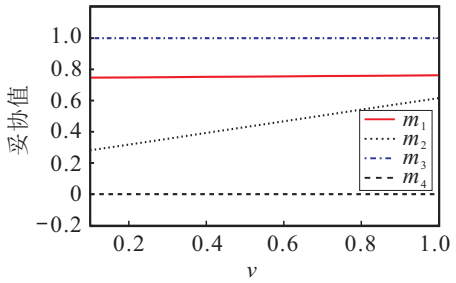


**图 3　VIKOR方法参数$\nu$对妥协解的影响**

### 4.3　与TOPSIS方法排序结果比较

为了与VIKOR方法进行比较, 下面利用TOPSIS方法对被推荐项目进行推荐, 满意度公式见式(10). 其中: $d(H_{S_i}^i, H_{S'}^+)$表示各被推荐项目到正理想点的加权距离, $d(H_{S_i}^i, H_{S'}^-)$表示各被推荐项目到负理想点的加权距离, 采用如下加权欧几里得距离公式:

$$d_{\mathrm{wed}}(H_S^M, H_{S'}^N) = \sum_{i=1}^{n} w_i \Big( \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} \Big| \frac{\delta_j^M(x_i)}{g} - \frac{\delta_j^N(x_i)}{g'} \Big|^2 \Big)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

乐观系数$\gamma = 0.5$时, 计算出满意度的值为$\beta_1 = 0.73, \beta_2 = 0.59, \beta_3 = 0.93, \beta_4 = 0$. 满意度值越大, 被推荐项目越优. 对被推荐项目进行优先排序, 结果为$m_3 \succ m_1 \succ m_2 \succ m_4$. 这一推荐结果与用VIKOR方法得到的结果完全相同.

### 4.4　权重的敏感性分析

本文采用的熵权赋值法所得到的权值较为客观, 但是在具体群推荐活动中, 权值信息有时较为主观, 当各个被推荐项目的属性权值发生改变时, 得到的被推荐项目优先序是否发生变化? 通过扰动分析可以确定, 被推荐项目的属性权值的潜在变化会导致推荐结果产生变动. 下文将采用摄动法[28]对被推荐项目的属性权值进行敏感性分析, 即分析被推荐项目的属性权值受到扰动后, 各被推荐项目优先序的变动情况.

被推荐项目的属性初始权值为$w_j$, 在扰动后变为$w_j' = \varsigma w_j$, 其中$0 \leqslant w_j' \leqslant 1$, 所以参数$\varsigma$的变化范围为$0 \leqslant \varsigma \leqslant 1/w_j$. 由权值的归一性可知, 其他属性的权值随$w_j$的变化而变化, 记作$w_k' = \phi w_k, k = 1, 2, \cdots, n, k \neq j$, 且满足$w_j' + \sum_{k \neq i, k=1}^{n} w'_k = 1$, 即

$$\varsigma w_j + \phi \sum_{k \neq i, k=1}^{n} w_k = 1, \quad (15)$$

求解得到$w_k = (1 - \varsigma w_j)/(1 - w_j)$. 对于各个被推荐项目的权值$w_j$, 当取不同的参数$\varsigma$进行扰动时, 分别对4个属性权重进行扰动, $\varsigma$依次从0.3到3, 步长取0.3, 共进行40次实验, 得到如图4所示的分析结果.

由图4可知, 利用VIKOR方法得到的被推荐项目排序中, 被推荐电影$m_3$的妥协值在40次实验中有38次排在第1位(95%). 各个被推荐项目排序按照$m_3 \succ m_1 \succ m_2 \succ m_4$顺序的有37次(92.5%). 综上可知, VIKOR方法对权值扰动不敏感.

由图5可知, 利用TOPSIS方法得到的被推荐项目排序中, 被推荐电影$m_3$的妥协值在40次实验中有

37 次排在第 1 位(92.5%). 各个被推荐项目排序按照 $m_3 \succ m_1 \succ m_2 \succ m_4$ 顺序的有 32 次(80%). 可见,与 VIKOR 方法相比,权值变化时 TOPSIS 方法相对更敏感,即 VIKOR 方法更稳定一些.

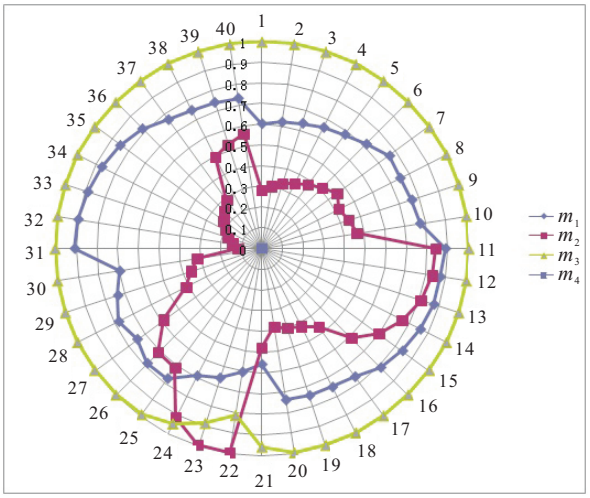


**图 4　VIKOR 方法扰动分析结果**

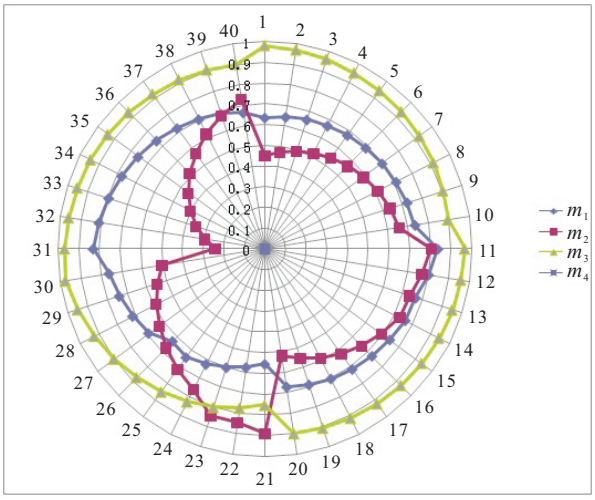


**图 5　TOPSIS 方法扰动分析结果**

综上所述,本文提出的方法具有以下优点: 1) 本文改进的 VIKOR 方法可以直接处理多粒度犹豫模糊语言信息,不需要将其转化为犹豫模糊语言,减少了原始推荐信息的丢失;而文献 [25-26] 所提出的 VIKOR 方法只能处理犹豫模糊语言信息,不能直接处理多粒度语言信息;文献 [27] 所提出的 VIKOR 方法只能处理犹豫模糊集,不能直接处理犹豫模糊语言信息,更不能直接处理多粒度语言信息. 2) 本文提出的熵权方法构建多粒度犹豫模糊语言的熵值模型能客观地确定属性的权重,与文献 [29] 相比减少了推荐者的主观随意性,与文献 [14] 中的线性规划模型相比计算的复杂性有所降低. 3) 在多粒度犹豫模糊语言环境下,本文使用的群推荐方法既考虑了群体效益又考虑了个体遗憾值,与文献 [13] 中的 TOPSIS 方法相比更合理. 此外,本文从理论分析、数值计算和敏感性分析 3 个方面比较了 VIKOR 方法和 TOPSIS 方法,结果表明,采用 VIKOR 方法进行群推荐更具有优势.

## 5　结　论

本文在研究多粒度犹豫模糊语言信息的群推荐方法时,在各种距离测度公式的基础上,首先,针对群推荐过程中存在群体效应与个体观点不一致情况,提出了一种多粒度犹豫模糊语言信息下新的 VIKOR 群推荐方法,该方法在追求群体效用最大化的同时也保证了个体用户遗憾最小. 然后,为了规避主观赋权的随意性,提出了多粒度犹豫模糊语言的熵的概念及相关运算公式,该公式可以对被推荐项目的属性进行客观赋权,克服了群推荐过程中的不确定性. 最后,将 VIKOR 方法和 TOPSIS 方法的权重的敏感性进行了分析比较,结果表明 VIKOR 方法的稳定性较好.

未来工作将进一步研究多粒度犹豫模糊语言信息的群偏好集结等核心问题,例如: 群体中不同的个体专业背景各不相同,有的对被推荐领域较为熟悉,所给出的评分信息较为客观,其可信度较高;而有的对被推荐领域较为陌生,给出的偏好信息可能无法反映现实,其可信度较低. 为了提高群推荐质量与效果,应考虑如何降低评分信息的主观随意性,如何对具有不同可信度的群体偏好信息进行集结.

## 参考文献(References)

[1] Chen Y L, Cheng L C, Chuang C N. A group recommendation system with consideration of interactions among group members[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(3): 2082-2090.

[2] Berkovsky S, Freyne J. Group-based recipe recommendations: Analysis of data aggregation strategies[C]. Proc of the 4th ACM Conf on Recommender Systems. Barcelona: ACM, 2010: 111-118.

[3] Zapata A, Menéndez V H, Prieto M E, et al. Evaluation and selection of group recommendation strategies for collaborative searching of learning objects[J]. Int J of Human-Computer Studies, 2015, 7(6): 22-39.

[4] Asabere N Y, Xia F, Meng Q, et al. Scholarly paper recommendation based on social awareness and folksonomy[J]. Int J of Parallel, Emergent and Distributed Systems, 2015, 30(3): 211-232.

[5] Porcel C, Lizarte M J, Bernabé-Moreno J, et al. A learning Web platform based on a fuzzy linguistic recommender system to help students to learn recommendation techniques[C]. Int Conf on Intelligent Data Engineering and Automated Learning. Cham: Springer, 2015: 493-500.

[6] Tejeda-Lorente Á, Porcel C, Peis E, et al. A quality based recommender system to disseminate information

in a university digital library[J]. Information Sciences, 2014, 26(1): 52-69.

[7] Garcia I, Pajares S, Sebastia L, et al. Preference elicitation techniques for group recommender systems[J]. Information Sciences, 2012, 18(9): 155-175.

[8] Pujahari A, Padmanabhan V. A new grouping method based on social choice strategies for group recommender system[C]. Computational Intelligence in Data Mining. India: Springer, 2015, 1: 325-332.

[9] Adomavicius G, Kwon Y O. New recommendation techniques for multicriteria rating systems[J]. Intelligent Systems, 2007, 22(3): 48-55.

[10] Manouselis N, Costopoulou C. Analysis and classification of multi-criteria recommender systems[J]. World Wide Web, 2007, 10(4): 415-441.

[11] Rodriguez R M, Martinez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.

[12] Morente-Molinera J A, Pérez I J, Ureña M R, et al. On multi-granular fuzzy linguistic modeling in group decision making problems: A systematic review and future trends[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 7(4): 49-60.

[13] 陈秀明, 刘业政. 多粒度犹豫模糊语言信息下的群推荐方法[J], 系统工程理论与实践, 2016, 36(8): 2078-2085.
(Chen X M, Liu Y Z. Multi-granular hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in group recommendation[J]. Systems Engineering — Theory Practice, 2016, 36(8): 2078-2085.)

[14] 陈秀明, 刘业政. 多粒度犹豫模糊语言环境下未知权重的多属性群推荐方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(9): 1631-1637.
(Chen X M, Liu Y Z. The method of group recommender systems with unknown attribute weights in a multi-granular hesitant fuzzy linguistic term environment[J]. Control and Decision, 2016, 31(9): 1631-1637.)

[15] Rodríguez R M, Martínez L, Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets[C]. Foundations of Intelligent Systems. Berlin: Springer, 2011: 287-295.

[16] Wang J, Chen X. Method for hospital selection considering patients' expectations[C]. The 7th Int Joint Conf on Computational Sciences and Optimization. Beijing: IEEE, 2014: 361-365.

[17] Yavuz M, Oztaysi B, Cevik Onar S, et al. Multi-criteria evaluation of alternative-fuel vehicles via a hierarchical hesitant fuzzy linguistic model[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(5): 2835-2848.

[18] Zhang X, Xu Z, Wang H. Heterogeneous multiple criteria group decision making with incomplete weight information: A deviation modeling approach[J]. Information Fusion, 2015, 25(1): 49-62.

[19] Torra V. Hesitant fuzzy sets[J]. Int J of Intelligent Systems, 2010, 25(6): 529-539.

[20] RodríGuez R M, Mart?Nez L, Herrera F. A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Information Sciences, 2013, 24(1): 28-42.

[21] Shannon C E. Prediction and entropy of printed English[J]. Bell System Technical Journal, 1951, 30(1): 50-64.

[22] Kosko B. Fuzzy entropy and conditioning[J]. Information Sciences, 1986, 40(2): 165-174.

[23] Burillo P, Bustince H. Entropy on intuitionistic fuzzy sets and on interval-valued fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(3): 305-316.

[24] Opricovic S. Multicriteria optimization of civil engineering systems[J]. Faculty of Civil Engineering, 1998, 2(1): 5-21.

[25] Liao H, Xu Z, Zeng X J. Hesitant fuzzy linguistic VIKOR method and its application in qualitative multiple criteria decision making[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2015, 23(5): 1343-1355.

[26] Liao H, Xu Z. Approaches to manage hesitant fuzzy linguistic information based on the cosine distance and similarity measures for HFLTSs and their application in qualitative decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(12): 5328-5336.

[27] Wei G, Zhang N. A multiple criteria hesitant fuzzy decision making with Shapley value-based VIKOR method[J]. J of Intelligent Fuzzy Systems, 2014, 26(2): 1065-1075.

[28] 袁宇, 关涛, 闫相斌, 等. 基于混合VIKOR方法的供应商选择决策模型[J]. 控制与决策, 2014, 29(3): 551-560.
(Yuan Y, Guan T, Yan X B, et al. Based on hybrid VIKOR method decision making model for supplier selection[J]. Control and Decision, 2014, 29(3): 551-560.)

[29] Liao H, Xu Z, Zeng X J. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy linguistic term sets and their application in multi-criteria decision making[J]. Information Sciences, 2014, 27(1): 125-142.

（责任编辑：李君玲）