

# 电动车辆路径优化研究与进展

郭 戈<sup>1</sup>, 张振琳<sup>1,2†</sup>

(1. 大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026; 2. 大连交通大学 软件学院, 辽宁 大连 116021)

**摘 要:** 随着绿色物流的兴起, 电动车辆应用研究引起人们的极大关注. 电动车辆路径优化问题 (Electric vehicle routing problem, EVRP) 是电动车运行管理和物流优化中的核心问题之一. 对此, 首先介绍电动车辆路径问题的研究现状; 然后, 从充电优化、路径优化和车队配置优化的不同侧重角度, 着重介绍3种路径优化分支, 并对各种求解方法进行对比讨论; 最后, 对电动车辆路径优化的未来发展趋势进行展望.

**关键词:** 电动车辆; 绿色物流; 路径优化; 充电优化; 配置优化

**中图分类号:** TP18

**文献标志码:** A

## Status and development of electric vehicle routing optimization

GUO Ge<sup>1</sup>, ZHANG Zhen-lin<sup>1,2†</sup>

(1. School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. College of Software Technology, Dalian Jiaotong University, Dalian 116021, China)

**Abstract:** With the rapid development of green logistics, the research about electric vehicle has attracted considerable attention in the research community. Electric vehicle routing problem is one of the kernel problem in scheduling management and logistics optimization of electric vehicles. The intention of this paper is to investigate the status and development of this problem. Firstly, the history and main directions of electric vehicle routing optimization are summarized. Three main categories are analyzed and reviewed in detail, which consider different optimizing factors. Then, a variety of solving methods are introduced and compared with each other. Finally, it is concluded with some significantly promising tendency about the research on logistics optimization using electric vehicle.

**Keywords:** electric vehicle; green logistics; routing optimization; charging optimization; configuration optimization

## 0 引 言

绿色物流是物流业未来发展的方向和趋势, 电动车辆应用作为其中的一个研究热点, 受到各国政府和企业的积极推进<sup>[1-2]</sup>. 电动车辆具有零污染、低噪音的优势, 但也存在续航里程短、充电时间长等技术约束<sup>[3-5]</sup>. 随着电动车辆在各个领域的投放和应用<sup>[6-11]</sup>, 这些技术约束在实际物流调度中产生的问题也凸显出来<sup>[12-14]</sup>. 如何在电动车辆技术约束下实现经济可行、生态可持续的车辆及物流运行优化管理成为最大的挑战. 这正是电动车辆路径问题 (Electric vehicle routing problem, EVRP) 的研究重点. 近年来, EVRP 作为电动车运行管理和物流优化中的一个核心问题, 受到很多研究人员的关注<sup>[15-20]</sup>.

EVRP 研究是随着电动车辆概念的出现而兴起的. 它的目标是根据任务要求及车辆载重量等条件,

以最优成本对不同类型的车辆进行合理调派 (包括各种车型的 车辆数量、路线和服务时间 / 里程), 同时, 根据任务里程和车辆实际电池容量实现充电调度. EVRP 研究需要考虑电动车辆特有的各种技术约束因素, 具体包括: 参与运输服务的各车型购置成本、车辆容量 / 载重量、车辆电池容量、车辆能耗、可用充电站、所用的充电技术 (不同技术对应不同的充电时间、成本及电池老化率)、充电站开放时间窗、充电站容量限制、电网容量限制、即时电价与充电成本、驾驶人员的工作时长约束等. 其中考虑途中充电的 EVRP-C (EVVP with charging)<sup>[17-27]</sup>、考虑客户服务时间要求的 EVRP-TW 问题 (EVVP with time window)<sup>[28-37]</sup> 和考虑多种车型混合的 EVRP-MF 问题 (ERVP with mixed fleet)<sup>[38-45]</sup> 是最主要的研究方向.

本文依据 EVRP 的发展历程, 从 IEEE、Elsevier、

收稿日期: 2017-10-30; 修回日期: 2018-01-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61273107, 61573077).

作者简介: 郭戈 (1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事信息物理融合系统和互联自动车辆系统等研究; 张振琳 (1975—), 女, 博士生, 从事智能交通的研究.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: zhangzlc@163.com

Wiley 和 Springer 等数据库中收集了 2010~2017 年间在专业期刊上发表的与电动车辆路径问题相关的较高水平的学术论文,分析总结了这些文章中所研究的电动车辆路径优化的各种问题及其求解方法,并按照研究内容进行归类. 本文从不同变种、考虑因素、问题描述和求解方法等方面对电动车辆路径优化问题进行全面、系统的综述. 具体内容如下:

1) 首先介绍 EVRP 中最基本的充电问题,主要分析与充电位置相对应的限制因素;

2) 介绍电动车辆不同充电决策问题以及和时间相关的约束;

3) 重点介绍不同类型电动车辆的车队配置,包括纯电动车队以及传统车辆与电动车辆的混合车队问题;

4) 对各种 EVRP 求解方法进行归纳分类,对于不同种类方法的特点和应用给出具体介绍;

5) 对电动车辆路径优化的未来发展趋势进行展望.

## 1 车辆充电路径问题 EVRP-C

2011 年,文献[17]在假定车辆可在任意位置充电的前提下,尝试将车辆充电调度问题与路径问题相结合. 文献[19]进一步在假定车辆可在客户位置充电的前提下将充电决策加入路径规划,提出了车辆充电路径规划 EVRP-C 以解决电动车辆“里程焦虑”问题.

EVRP-C 是在电动车背景下,结合车辆充电调度,由给定车队,通过给定路网把货物从车场配送到不同客户,在满足车辆、线路、运行等约束条件的同时实现目标优化. 其中车场是一个统称,泛指车辆的出发地,包括物流中心、配送中心和仓库等. 如果已知客户集  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 、车场(用  $0, N+1$  表示,代表同一车场,车辆从 0 出发,返回  $N+1$ )和充电站访问集  $F'$ ,则 EVRP-C 可以定义在完全无向加权图  $G = (V'_{0,N+1}, A)$  上,  $V'_{0,N+1} = V \cup F' \cup \{0\} \cup \{N+1\}$ . 路径规划应实现所有客户的需求以达到期望目标

$$\min \sum_{i \in V'_{0,N+1}, j \in V'_{N+1}, i \neq j} c_{ij} x_{ij}.$$

其中:  $V'_0 = V \cup F' \cup \{0\}$ ;  $V'_{N+1} = V \cup F' \cup \{N+1\}$ ; 二进制决策变量  $x_{ij} = 1$  表示车辆从顶点  $i$  通行到顶点  $j$ ;  $c_{ij}$  表示顶点  $i$  到顶点  $j$  的通行成本,通常定义为道路距离  $d_{ij}$  或通行时间  $t_{ij}$ . 车辆路径规划需满足以下约束条件:

- 1) 每个客户只被一辆车访问,且仅访问一次;
- 2) 所有车辆均从车场出发,最后返回车场;
- 3) 车辆载货量不超出最大载重量;
- 4) 车辆可任意多次访问充电站;

5) 电池剩余电量不超过最大电量.

充电调度是 EVRP-C 问题的关键,表 1 列出了充电调度的研究内容及其对应决策变量、限制条件和优化目标.

表 1 充电调度

| 问题                  | 决策变量        | 限制条件           | 优化目标   |
|---------------------|-------------|----------------|--------|
| 充电路线规划<br>与<br>充电决策 | 访问充电站位置     | 充电站地理位置        |        |
|                     | 访问充电站次数     | 充电站的容量         | 最小充电成本 |
|                     | 访问充电站时间     | 充电站电网限制        | 最短绕行距离 |
|                     | 充电方式<br>充电量 | 充电时间<br>可选充电技术 | 最少充电时间 |

EVRP-C 研究主要关注充电调度中的充电路线规划. 按充电地点划分, EVRP-C 研究可分为三类: 客户处充电、车场充电以及充电站充电. 文献[19]研究了客户处充电的 EVRP-C 问题,假设部分客户处可提供充电服务,车辆在客户处完成服务的同时进行充电. 电车进入物流服务的初期,可用的公共充电站很少,很多车辆只能在车场充电,因此,车场充电的 EVRP-C 问题也受到学者的关注. 文献[46-47]研究了多车场充电及车库间路径规划的 MD-EVRP-I (Multi depot EVRP with inter-depot routes) 问题,假设车辆去不同客户的道路中可到多个车场充电. 文献[10]针对机场摆渡车调派问题,基于一种最小能耗图和电池电量确定电车的任务路线,采用进化算法计算充电调度时间表和车辆路径. 实际中,大部分 EVRP-C 都考虑在充电站充电,即允许电车中途到公共充电站补充电池电量,但由于充电站相对不足,这极可能造成车辆偏离原来规划路线而产生绕行. 因此, EVRP-C 问题的关键是如何以最少的绕行(或最低成本)访问合适的充电站. 文献[20]提出了带充电站的 EVRP-C 问题模型,考虑了路线的最大行驶时间限制,并假设每次充电时间及每个客户的服务时间均固定. 文献[21]研究了考虑再生制动的最优充电路径规划问题,并采用实际交通数据进行了测试. 文献[22]提出了适合多种情况下的多次访问充电站的 EVRP-C. 最近,文献[23]考虑了分时电价对充电成本的影响,提出了一种可同时优化电车路径和充电时间(包括充电站充电和车场充电)的规划方法.

除了位置限制,充电站往往还有容量限制,这给 EVRP-C 的求解增加了新的复杂度. 文献[24]在充电站选择时考虑了充电站容量和充电等待过程对配送时间的影响;文献[25]进而研究了充电站容量有限这一现实约束,采用基于流和基于事件两种方法对充电站限制问题进行建模. 在 EVRP-C 问题中,车辆访问的充电站数量影响解的最优性,选择有限数量的充电站自然会导致非最优解,甚至有可能无法求解;充电

站数量太大虽然可得到最优解,但会导致问题规模增大,从而使计算量增加.为此,文献[26-27]提出采用以基于非充电站顶点间连接边作为充电路径的建模方法,可显著降低充电站数量对电车充电路径问题求解的限制.

近年来,电动车路径规划中的充电调度受到学术界和企业界的极大关注<sup>[48-54]</sup>.其中:文献[49-50]考虑了再生制动因素下的能耗最优路径设计;文献[51]提出了一种采用多目标进化优化算法计算充电调度时间表的方法及其仿真环境;文献[52]从能量消耗角度给出了可降低用电高峰时段充电站电力负荷的车辆路径与充电调度方法;文献[53]则给出一种可满足所有充电需求且对电网负荷影响最小的实时充电调度方法;文献[54]研究了充电次数有限时的最少绕行路径规划问题.最近,文献[55]基于模型预测控制算法,提出了对电网负荷影响最小且成本最优的在线充电调度机制;文献[56]针对有时间限制的包裹投递路径问题,提出了基于最优充电调度的电动车路径规划方法;文献[57]考虑充电站和电网的限制,基于充电成本优化提出了一种电动车路径规划方法.

## 2 带时间窗的车辆路径问题EVRP-TW

在电动车应用较多的小包裹投送、公共交通和通勤等交通领域,客户服务时间往往有明确的限制,而电动车较长的充电时间相对于较短的客户服务时间不容忽视,如何规划车辆路径及充电时间/地点便成为EVRP-TW研究要解决的问题.当然,有时充电站、物流仓库等处也存在服务时间窗限制问题.总之,EVRP-TW研究的目的在于对充电时间和通行时间进行更好地管理以保证车辆以最低成本高效完成任务,旨在获得满足用户时间窗限制、服务需求、符合续航时间限制的车辆路线和充电安排.在EVRP-TW问题中,除了满足EVRP-C中的约束条件外,还需要满足客户访问时间的约束.每个客户都有最早服务开始时间和最晚服务开始时间,车辆只能在此时间窗范围内访问客户.如果车辆早于最早服务开始时间到达,则需在客户处等待;如果车辆晚于最晚服务开始时间到达,则这个解不可行或要产生相应的惩罚.如果车辆从顶点*i*通行到顶点*j*,即 $x_{ij} = 1$ ,则车辆到达顶点*j*的时间 $\tau_j$ 由车辆到达顶点*i*的时间 $\tau_i$ 、车辆在顶点*i*的停靠时长 $s_i$ 和顶点*i*到顶点*j*通行时间 $t_{ij}$ 决定.具体表示为

$$\tau_j \geq \tau_i + (t_{ij} + s_i)x_{ij} - T_{\max}(1 - x_{ij}),$$

$$\forall i \in V'_0, j \in V'_{N+1}, i \neq j.$$

其中: $T_{\max}$ 表示车辆最长通行时间; $\forall i \in V'_0, V'_0 = V \cup F' \cup \{0\}$ .当 $i = 0$ ,即*i*是车场时, $s_i = 0$ ;当 $i \in V$ ,

即*i*是客户时, $s_i$ 表示车辆在客户*i*的服务时间,通常假定为常量;当 $i \in F'$ ,即*i*是充电站时, $s_i$ 表示车辆在充电站*i*的充电时间.

在EVRP-TW研究中,充电调度除了规划充电路线,通常还包含充电方法决策(见表1).充电方法决策确定车辆采用的充电策略和充电过程.充电策略规定车辆经过充电后电池电量可恢复或须恢复多少,而充电过程则规定电池充电量与充电时间的关系.根据充电策略,EVRP-TW研究可分为两类:完全充电和部分充电.在完全充电策略下,EVRP-TW研究不再将充电时间假定为固定值,而是考虑具体充电量对充电时间的影响.文献[36]采用线性充电函数近似估计充电时间,即假设充电量是充电时间的线性函数,充电时间可根据电池电量水平和充电设备的充电速率计算得到.有

$$s_i = g'(Q - y_i).$$

其中: $y_i$ 表示车辆到达顶点*i*时的电池电量水平, $g'$ 表示充电站的充电率(常量).文献[36]研究EVRP-TW问题时假设车辆在途中最多访问一次充电站,得到了可使所用车辆数量和总行驶里程最小的路径和充电时间、地点规划方法.文献[18, 40, 42, 58-59]在EVRP-TW研究中也采用了这种充电时间计算方法.对于部分充电策略,电池每次充电量和充电时间是决策变量,这意味着计算最优路径除了确定每辆车何地充电外,还需确定车辆应充电量的多少.采用部分充电策略的意义在于这样可减少充电时间,更好地满足时间窗的要求,同时便于克服最大续航时间限制,并可减少参与任务的车辆数量,节省成本.尤为重要的是,采用部分充电策略时,在任务途中未充满电的车辆可等回到车场再充,这样可大大降低成本.部分充电策略是文献[35]在研究多次充电EVRP时提出的,文中给出了充电后平均可行行驶距离的理论边界,并讨论了部分充电对续航里程、充电次数和时间窗的影响.文献[28]在EVRP-TW研究中采用部分充电策略,提出电动车每次访问充电站的充电量决策应根据车辆充电之后的实际配送任务来确定,充电时间采用充电量与充电设备的充电速率的线性函数进行估计.这种方式下的充电时间可表示为

$$s_i = g'(Y_i - y_i),$$

其中决策变量 $Y_i$ 表示车辆离开充电站*i*时的电池电量水平.

部分充电策略在此后的EVRP-TW研究中得到了广泛应用<sup>[29-31]</sup>,尤其文献[31]研究了4种EVRP-TW的变种:单次/完全充电EVRP-TW(Single full recharge, EVRP-TWSF)、多次/完全充电EVRP-TW(Multiple full recharge, EVRP-TWMF)、单次/部分

充电EVRP-TW(Single partial recharge, EVRP-TWSP)和多次/部分充电EVRP-TW(Multiple partial recharge, EVRP-TWMP). 实际充电过程是一个非线性过程,大致可分为两个阶段,第1阶段充电电流恒定,电池电量随充电时间线性增加,当电池终端电压达到指定最大电压值后,进入第2充电阶段,此时为防止电池损坏,电流指数下降而电池终端电压恒定,从而使电池电量递减式增加,直至逐渐趋于满电量<sup>[60]</sup>. 可见,电池电压与充电时间之间关系具有复杂非线性,且受温度和电池自恢复等因素影响,很难用数学模型精确描述,也难以通过估计充电时间和电量进行EVRP问题求解. 文献[61]给出了充电过程与充电时间的非线性关系,并基于顶点逼近提出了分段线性近似方法. 以此为基础,文献[26]提出了基于弧逼近的分段线性近似方法.

与部分充电EVRP-TW问题密切相关的是有不同充电技术选项的EVRP-TW问题. 通常,电车通过充电终端接入电网而实现充电,最便宜简单的充电终端采用传统充电设备,一般充满需要数小时,因此常用于在车场夜间充电. 充电站可采用最新充电技术以提供快速充电和电池交换. 不同的充电技术不仅充电速率不同,而且充电费用和充电时间地点要求也不同. 因此,电车路径规划过程中对充电技术的选择应结合任务时间、剩余续航时间、车辆所在位置和成本要求进行合理规划. 文献[34]针对EVRP-TW问题对时间要求的特点研究了快速充电和电池更换两种充电方式下的充电路径规划;文献[33]考虑允许部分充电时,常规充电和快速充电这两种充电方式下的EVRP-TW路径问题.

由于电动汽车的充电需求与电池能耗直接相关,除利用上述近似模型估计充电时间和充电量外,还可通过估计电池能耗而间接估计充电时间和充电量. 已有的大部分EVRP-TW研究<sup>[20,28,30,32,36,40]</sup>把电池能量消耗仅与车辆行驶里程直接关联起来,采用行驶里程的线性函数估计能量消耗. 文献[18]除考虑里程因素,还考虑了车辆载重量对于电池能耗的影响;文献[42,62]进而提出了基于行驶里程、道路坡度、车辆速度和载重量的电池能耗模型. 最近,文献[63]在路径规划背景下,考虑电动汽车再生制动和发动机负荷等因素,给出了一种电动汽车电池能耗模型.

### 3 多车种混合的车辆路径问题EVRP-MF

物流公司通常有各种不同车型的燃油车辆和电动车辆,不同电车的续航里程、载重量和成本也各不相同. 大型电车可能无须充电即可完成运输任务,但成本太高;与小型电车混合组成车队可降低总成本,但小型电车续航里程短,必须充电方可服务更长里

程,而充电也意味着花费更多的时间. 另外,不同型号的车辆载重量不同也会导致不同的成本. 运行成本尤其电车成本是物流公司最关心的问题,因此,为节省成本,物流公司通常会根据客户的典型分布特点,采用燃油车辆与电车混合运行、小型低成本电车与大型电车混合运行的方式. 这种车队的EVRP问题称为多车种电车路径问题EVRP-MF,该问题的求解非常具有挑战性,尤其在解决路径规划、充电调度问题的同时往往还需考虑充电站服务时间窗、充电成本变化、电网负荷限制等因素.

多车种路径问题VRP-MF最早由文献[64]提出,后来文献[65]根据车辆数量(有限、无限)、用车成本(考虑与否)、路径成本(依赖车型与否)等因素,将VRP-MF问题分为5类. 在文献[64]最初的模型中不限车辆数量,假设用车成本固定,且路径成本不依赖于车型,该问题称为VRP-FSMF问题(Fleet size and mix VRP with fixed costs). 后来,文献[66]对该问题进行了拓展,考虑客户服务时间要求,提出了MFTW问题(mixed fleet VRP with time windows),以途中时间(从离开到返回车场的时间除去服务该路线客户的累计时间)作为路径成本. 电动车辆EVRP-MF问题最早是文献[17]基于假定任意位置可充电的前提下提出的. 文献[38]在此假定前提下研究了EVRP-MFTW问题. 文献[40]将研究扩展到可访问公共充电站的情形,其中:车队由不同类型不限数量的电车构成,假定路径成本不依赖于车型,每种电车类型 $k$ 均有给定的固定成本 $f^k$ 、装载量 $C^k$ 、电池容量 $Q^k$ 、单位距离的能量消耗率 $r^k$ 以及单位时间充电率 $g^k$ . 优化目标为固定成本与通行成本总和最小,即

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} f^k x_{0j}^k + \min \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'_0, j \in V'_{N+1}} c_{ij}^k x_{ij}^k.$$

其中:决策变量 $x_{ij}^k = 1$ 表示类型 $k$ 的车辆从顶点 $i$ 通行到顶点 $j$ , $c_{ij}^k$ 表示类型 $k$ 的车辆从顶点 $i$ 到顶点 $j$ 的通行成本. 文献[41]也研究了类似的EVRP-MF问题.

文献[42]研究同类型电车与传统燃油车的混合车队的路径规划问题,针对电车和传统燃油车辆分别提出了考虑了速度、坡度和载重量的能耗模型以计算相应的能耗成本. 为了区别,采用上标E和IC分别表示电车和燃油车. 其中:决策变量 $x_{ij}^E = 1$ 表示电车从顶点 $i$ 通行到顶点 $j$ , $x_{ij}^{IC} = 1$ 表示燃油车从顶点 $i$ 通行到顶点 $j$ . 由于每个客户同样只能由一辆车访问且仅访问一次,这两个决策变量必须满足如下约束:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in V', i \neq j} (x_{ij}^E + x_{ij}^{IC}) &= 1, \forall i \in V; \\ \sum_{j \in V'_{N+1}, i \neq j} x_{ij}^E - \sum_{j \in V'_0, i \neq j} x_{ij}^E &= 0, \forall i \in V'; \end{aligned}$$

$$\sum_{j \in V_{N+1}, i \neq j} x_{ij}^{\text{IC}} - \sum_{j \in V_0, i \neq j} x_{ij}^{\text{IC}} = 0, \forall i \in V.$$

该文献给出了3个目标函数: 目标1是总通行里程最小化, 即

$$\min \sum_{i \in V_0', j \in V_{N+1}', i \neq j} d_{ij} \cdot (x_{ij}^{\text{E}} + x_{ij}^{\text{IC}}).$$

目标2是能耗与人力总成本最小化, 即

$$\min \sum_{i \in V_0', j \in V_{N+1}', i \neq j} [C^{\text{E}} b_{ij}(u_j) x_{ij}^{\text{E}} + C^{\text{IC}} f_{ij}(u_j) x_{ij}^{\text{IC}}] + \sum_{i \in V'} C^{\text{D}} (x_{i, N+1}^{\text{E}} + x_{i, N+1}^{\text{IC}}) (\tau_i + s_i + t_{i, N+1}).$$

其中: 决策变量  $u_j$  表示车辆到达顶点  $j$  时的载重量,  $b_{ij}(u_j)$  表示电车从顶点  $i$  到顶点  $j$  的耗电量,  $f_{ij}(u_j)$  表示传统燃油车从顶点  $i$  到顶点  $j$  的燃油量, 它们都与载重量有关;  $C^{\text{E}}$ 、 $C^{\text{IC}}$  分别表示两种车辆的单位能耗成本,  $C^{\text{D}}$  表示单位时间的人力成本. 目标3是在目标2的基础上加入电池老化成本, 即

$$\min \sum_{i \in V_0', j \in V_{N+1}', i \neq j} C^{\text{B}} \cdot d_{ij} \cdot x_{ij}^{\text{E}},$$

其中  $C^{\text{B}}$  表示单位里程电池的老化成本.

文献[43]进一步扩展了EVRP-MF问题, 研究不同类型电车(电池容量和运营成本不同)与燃油车构成的混合车队情况, 考虑到充电决策对充电成本的影响, 综合分析了不同充电站充电技术、开放时间限制和与时间相关的充电成本, 还考虑了电网最大容量限制对车场充电的影响. 文献[44]针对车场电网负荷限制提出了车辆间断性充电的解决方案. 对于车辆在途中无法充电的情况, 文献[45]给出了车辆最大通行里程不同的混合车队的路径规划.

## 4 EVRP求解方法

EVRP问题是典型的NP难题<sup>[67]</sup>, 求解时如果无法满足所有客户的所有要求, 则可适当忽略一部分用户需求, 或留出部分客户暂不服务, 或以牺牲少量成本为代价适当放宽部分约束条件, 从而得到实际可行的解决方案. 有时需要合理确定客户服务优先级, 为部分服务或缺失服务引入附加惩罚代价. 目前, 应用于EVRP的求解方法基本上可以分为精确方法(Exact method)、启发方法(Heuristic method)和元启发方法(Metaheuristic method).

### 4.1 精确算法

精确算法是标准的“最佳化法”, 它通过严谨的数学模型或数据结构规划问题, 利用数学法则或数据结构搜寻的方式求得问题最优解. 车辆路径规划研究中常见的精确算法有分支界限法、分支切割法、集合涵盖法等. 目前, EVRP的精确解法研究不多, 最具

代表性的是文献[31]提出的利用分支定价切割算法对4种EVRP-TW变种求得最优解. 该文根据生成有效路径集的标记为单向还是双向分别为每种变种提出了求解方案. 最近, 文献[27]提出了集合划分精确方法, 采用包含充电路径的多重图描述问题. 设所有可行路径集合为  $R$ , 每个客户  $i$  满足  $\sum_{r \in R} a_{ir} z_r = 1$ . 其中: 二进制决策变量  $z_r = 1$  表示路径  $r$  属于最优路径,  $a_{ir} = 1$  表示客户  $i$  属于路径  $r$ . 则问题描述为

$$\min \sum_{r \in R} d_r z_r,$$

其中  $d_r$  表示路径  $r$  的成本. 算法采用增加切割数量策略增强计算性能. 表2列出了EVRP文献中不同的精确算法, 其中对比了实例数据所包含的最大顾客  $|C|_{\max}$  和最大充电站数  $|R|_{\max}$ .

表2 EVRP精确算法汇总

| 文献(年份)     | 问题分类    | 求解算法 | $ R _{\max}$ | $ C _{\max}$ |
|------------|---------|------|--------------|--------------|
| [27](2017) | EVRP-C  | 集合划分 | —            | 110          |
| [31](2016) | EVRP-TW | 分支切割 | 21           | 100          |

当问题规模较小时, 精确算法能够在可接受的时间内求得最优解; 而问题规模较大时, 精确算法求解最优解需要的时间呈指数增长. 通过各类启发式方法在可接受时间内求得可行解是大部分EVRP研究所采用的方法.

### 4.2 传统启发式方法

传统启发方法是EVRP问题研究中最基本的求解方法. 其主要思想是从当前解出发, 在其邻域中寻找较优解作为当前解并继续寻找, 直到没有更优解为止. 传统启发算法可以在合适时间内得到优化问题的有效解(不一定最优). 传统启发方法主要分为构造启发和局部改进启发两种. 构造启发方法是从“零”开始, 通过一系列步骤, 每次增加解的一部分, 直到得到完整的可行解. Clarke-Wright节约算法是最典型的一种构造启发方法<sup>[68]</sup>. 算法首先为每个客户  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 生成一条路径  $(0, i, N+1)$  ( $n$  条路径均可行, 且有对应的成本); 然后将任意两条路径  $(0, i)$ 、 $(j, N+1)$  加入弧  $(i, j)$  合并, 得到新路径  $(0, i, j, N+1)$ , 如果合并后可节省成本量大于0, 则合并路径可行. 如此迭代, 直到无法合并得到可行路径为止, 进而对所有可行路径按节约量排序, 再以贪心方式进行归并得到路径集即可. 文献[20]采用改进的Clarke-Wright节约算法求解可再生燃料车辆的路径问题, 算法通过插入充电站、合并路径和移除多余充电站的方法创建可行路径. 文献[69]将改进的Clarke-Wright节约算法用于EVRP-FMTW的求解.

另一种应用较广的构造启发方法是两阶段启发法. 算法第1阶段得到初始可行解;第2阶段在始终保持解可行的情况下对顶点进行调整,以达到向最优目标靠近的目的,每一步都产生一个可行解以代替原解,从而使目标函数值得以改进,如此迭代,直到目标函数值无法改进为止. 第2阶段一般通过解决路径池的集合划分模型来创建问题解. 两阶段方法已成功地应用于各种EVRP问题. 例如:文献[35]采用两阶段方法求解了具有时间依赖的充电成本的EVRP-FM;文献[61]和文献[25]则将两阶段方法应用于非线性充电和充电容量有限的EVRP问题. 先排序后聚类 and 先聚类后排序是典型的两阶段方法. 先排序后聚类方法首先构造一条或多条包含所有顶点的路线;然后根据各种约束条件,将这些路线分割成多条可行路线. 而先聚类后排序方法则首先用启发方法把顶点分为若干条路径;然后对每条路径中的顶点安排访问顺序,即设计满足约束要求的访问路线. 文献[20]基于先聚类后排序方法提出了基于密度的聚类算法. 与构造启发方法从“零”开始构造问题解不同,局部改进启发方法是从一个可行解开始,迭代执行改进操作,直到某个终止条件满足而得到问题解. 局部改进启发方法有很多具体算法,其中最经典的是局部搜索算法. 局部搜索算法从一个初始解 $s$ 开始,通过定义 $s$ 的邻域动作,而得到邻域 $N(s)$ ,然后在该邻域 $N(s)$ 中根据某种策略找到较优解 $s'$ 来替代 $s$ . 重复这个过程,直到达到终止条件. 在各类EVRP研究中,局部搜索算法常与其他方法结合求解<sup>[35,40,42]</sup>. 表3总结了现有EVRP文献中不同的传统启发方法.

表3 EVRP传统启发方法汇总

| 文献(年份)     | 问题分类    | 求解算法               | $ R _{\max}$ | $ C _{\max}$ |
|------------|---------|--------------------|--------------|--------------|
| [20](2012) | EVRP-C  | Clarke-Wright 节约算法 | 28           | 500          |
| [69](2015) | EVRP-MF | Clarke-Wright 节约算法 | —            | 25           |
| [40](2016) | EVRP-MF | 分支定价算法             | 8            | 15           |
| [43](2014) | EVRP-MF | 改进局部搜索算法           | 8            | 550          |

4.3 元启发式方法

元启发是求解优化问题的一种重要方法,最早由Glover于1986年提出<sup>[70]</sup>. 这里,“元”乃超越或高级之意,顾名思义,元启发式算法比传统启发算法性能更优. 元启发方法与传统启发方法的不同之处在于它加入了非优化解甚至不可行解. 其基本思想是从初始解开始,通过对当前的解进行反复局部摄动以达到较好的解. 元启发方法分为单点元启发方法和多点元启发方法两类,单点元启发方法在求解过程中始终基于单个解进行寻优,从而在搜索空间中形成一条

轨迹.

EVRP研究中常用的单点元启发方法包括模拟退火算法、禁忌搜索算法、变邻域搜索、自适应大规模邻域搜索和迭代局部搜索. 模拟退火算法在求解过程中以一定的概率跳出局部最优而最终趋于全局最优. 禁忌搜索算法则通过引入禁忌表和禁忌规则来避免陷入局部最优,从而实现全局优化. 文献[62,71]分别采用这两种方法求解EVRP-TW问题,其中文献[71]采用模拟退火算法求解,同时考虑拥堵对时间窗的影响. 文献[62]则采用禁忌搜索算法求解,并用包含10~100个顾客和3个充电站的160个通用实例测试了算法. 为了实现全局优化,变邻域搜索通过在搜索过程中系统地改变邻域来扩展搜索范围;自适应大规模邻域搜索通过在迭代过程中摧毁和重建部分解来逐步获得更优解;而迭代局部搜索则在局部最优解上加入扰动后再重新进行局部搜索来实现. 文献[28]采用自适应大规模邻域搜索求解可部分充电的EVRP-TW,算法从初始解开始进行多次迭代,每次迭代中都通过删除一些顶点(客户或充电站或两者都有)来摧毁可行解,然后以启发方式将删除的顶点插入到已有或新的路径中以获得较优解,其中的删除和插入算法采用基于概率的动态适应性选择方法确定. 文献[72]将自适应大规模邻域搜索算法用于求解混合动力车的路径规划问题. 在更多的EVRP研究中,这些元启发方法与其他启发方法结合形成混合启发方法. 与单点元启发方法不同,多点元启发方法在求解中基于多个解向量进行,即是针对一个解集进行计算,遗传算法和蚁群算法是典型的多点启发方法. 文献[23]采用遗传算法求解带有收发货的EVRP问题;文献[73]针对应用遗传算法对车辆平行充电策略进行了优化;文献[6]采用蚁群优化算法求解电动公交车的调度问题. 表4总结对比了EVRP文献中各种元启发方法.

表4 EVRP元启发方法汇总

| 文献(年份)     | 问题分类    | 求解算法      | $ R _{\max}$ | $ C _{\max}$ |
|------------|---------|-----------|--------------|--------------|
| [71](2012) | EVRP-TW | 模拟退火/遗传算法 | 100          | 45           |
| [23](2015) | EVRP-C  | 遗传算法      | 10           | 10           |
| [62](2014) | EVRP-TW | 禁忌搜索      | 3            | 100          |
| [28](2016) | EVRP-TW | 自适应大规模邻域  | 21           | 100          |

当使用元启发式算法时,一些简单的启发式算法通常被用来获取初始解. 例如文献[58]和文献[74]采用Clarke-Wright节约算法获得初始解. 其中:文献[74]提出了解决EVRP-MFTW问题的一种多阶段多起点确定性退火元启发式方法,包括一个Clarke-

Wright 节约算法、一个路径估计过程和一个局部搜索算法 3 个迭代阶段;文献[58]将修正的 Clarke-Wright 节约算法和自适应邻域搜索的混合方法应用于充电的EVRP问题.

4.4 混合启发方法

很多EVRP研究中采用由各种元启发 / 启发方法相结合而形成的混合元启发方法,这种混合可以是元启发概念、算法思想或模块的结合. 在结构上,混合方法可以是简单的并行(两种方法顺序调用),也可以是不可分割的完全混合. 例如,文献[61]针对非线性充电的EVRP问题提出了迭代局部搜索与集中启发的混合启发方法,其中集中启发算法是基于启发搜索得到的部分局部最优解来得到全局最优解. 混合算法采用先排序后聚类的方法,使用构造性启发方法创建访问所有客户的最短路径并采用分割程序得到问题初始解,然后在局部搜索的每次迭代中改进当前解. 在每次迭代结束后更新最优解,并把该局部最优解路线放入路径池中. 为了搜索多样性,算法将局部最优解组成一个新的最短路径,然后对它进行扰动,再对扰动后的路线分割后进行新的局部搜索迭代,所有迭代结束后运行集中启发算法以实现路径池的集合划分问题. 文献[75]针对具有时间依赖的充电成本的EVRP-MF,提出了基于大规模邻域搜索的迭代禁忌搜索算法进行求解. 文献[39]提出了一种自适应记忆规划方法,该算法把良好解特征(路径分配及

其次序)保留到一个由禁忌搜索算法改进的迭代局部搜索算法中,在算法的下一个迭代周期由一个专门的构造启发过程利用这些记忆信息产生新的解,如此重复进行,直至达到预定的算法最大运行时间. 混合启发算法在EVRP研究中非常成功,例如文献[36]提出了可变邻域搜索与禁忌搜索相结合的算法,针对EVRP-TWCS问题分析了与车辆载重、时间窗和电池容量限制相关的不可行解,并采用一个动态惩罚机制引导搜索可行解. 其中设计了两组基准实例,一组是小规模实例用于验证算法的性能,另一组大规模的实例用于分析算法的效率. 文献[24]将这种混合方法用于求解部分充电EVRP. 文献[58]将自适应大规模邻域搜索与可变邻域搜索算法相结合,提出了自适应邻域搜索算法. 文献[42]针对电动汽车和内燃汽车构成车队的情况,采用包含道路坡度、载货量和车辆速度的能耗模型,给出了自适应大规模邻域搜索和局部搜索的混合启发算法. 更具代表性的是文献[40]考虑了不同规模情况的求解方法,针对小规模实例集提出了分支定价算法以实现求解,对实际规模实例集提出了一种将局部搜索与自适应大规模邻域搜索相结合的混合方法,其中在局部搜索阶段用一个标签程序计算最优充电位置. 其他还有文献[30]中的变邻域搜索与局部分支算法相结合的变邻域搜索分支算法;文献[35]中的局部搜索-模拟退火方法. 表5总结对比了EVRP文献中各种混合启发方法.

表 5 EVRP混合启发方法汇总

| 文献(年份)     | 问题分类    | 求解算法             | $ R _{\max}$ | $ C _{\max}$ |
|------------|---------|------------------|--------------|--------------|
| [35](2014) | EVRP-C  | 局部搜索, 模拟退火       | 9            | 400          |
| [36](2014) | EVRP-TW | 变邻域搜索, 禁忌搜索      | 21           | 100          |
| [24](2015) | EVRP-C  | 变邻域搜索, 禁忌搜索      | 20           | 100          |
| [30](2015) | EVRP-TW | 变邻域搜索, 局部分支      | —            | 10           |
| [75](2015) | EVRP-MF | 大规模邻域搜索, 迭代禁忌    | 21           | 100          |
| [42](2015) | EVRP-MF | 局部搜索, 自适应大规模邻域搜索 | 21           | 200          |
| [40](2016) | EVRP-MF | 局部搜索, 自适应大规模邻域搜索 | 21           | 100          |
| [25](2017) | EVRP-C  | 迭代局部搜索, 分支边界     | —            | 160          |
| [61](2017) | EVRP-C  | 迭代局部搜索, 集中启发     | —            | 320          |

近年来,将数学规划(Mathematic programming)技术与元启发方法框架相融合的精确元启发方法(Matheuristics)已成为一个研究的热点<sup>[76-78]</sup>. 精确元启发方法有效地将数学规划方法鲁棒性强与元启发方法时间效率高的优势结合起来,在各类EVRP研究中有应用. 文献[25]提出了一种先排序后聚类的精确启发方法,研究有充电站容量限制的非线性充电EVRP. 第1阶段的目标是创建高质量多样性的路

径池,采用迭代局部搜索方法对初始解进行优化,得到忽略充电站容量限制的路径池;第2阶段使用分支边界算法从路径池剪切不可行解而获得问题解. 文献[33]对大规模可选充电方式的EVRP-TW提出了自适应大规模邻域搜索与精确方法相结合的求解方式. 文献[32]研究可部分充电的EVRP-TW,提出了变邻域搜索分支算法. 文献[79]在此基础上将问题扩展到多车型EVRP,提出了三阶段精确启发方法.



EVRP求解方法的研究重点是在较短的计算时间内获得大规模数据的高质量解.表6列出了现有的各类EVRP求解方法的比较.各种混合启发方法求解方法的目标是对大规模数据问题的求解时间要短,解的质量更优.

表6 EVRP求解方法汇总

| 求解方法   | 数据规模  | 计算时间 | 解的质量       |
|--------|-------|------|------------|
| 精确算法   | 小规模   | 可接受  | 最优解        |
| 传统启发方法 | 小\大规模 | 可接受  | 可行解(与参数相关) |
| 元启发方法  | 小\大规模 | 可接受  | 可行解        |
| 混合启发方法 | 小\大规模 | 可接受  | 较优可行解      |

4.5 挑战与展望

作为新兴的交通工具,电动车辆的路径优化有着广阔的研究和应用前景.目前,EVRP还处于起步阶段,本节重点讨论这个领域未来可能的研究方向.

1) 基于动态物流信息的电动车辆路径优化.

目前,电动车辆路径优化研究都是针对静态确定系统,这种规划方案在实际物流配送中的可行性很低,这是因为现实配送中各种信息具有动态不确定性,而其中许多因素都影响着电动车辆的路径规划,例如客户信息(客户增加/删减、货物需求量、送货时间/地点)、道路状况、充电站状态、车辆和司机等都可能随时发生变化.这种物流配送及运输过程的复杂性及实际交通状况的不确定性,是实际物流配送中无法避免的.电动车辆在该问题上还没有相关研究,这是未来研究的一个方向,这对于求解算法也是一个挑战.目前的各种求解方法中,问题输入、优化目标和优化限制都是确定的,如何将现实中的不确定问题融入求解方法是研究重点.

2) 考虑充电限制的电动车辆路径优化.

从充电站配置角度来看,充电站的充电设施和充电技术选项有限,车流密集地区充电时车辆可能需要长时间排队等候,导致充电需求和充电站服务具有随机性.将充电站实时信息结合到电动车辆充电调度和路径优化中,是实现真正高效电动车辆路径优化的关键所在.

充电站电力需求与电网安全密切相关.根据充电功率不同,电车充电时的电力需求相当于3~140个家庭的用电量,大规模快速充电可能使电网产生显著的电压降低,导致电力系统不安全<sup>[80]</sup>.因此,大规模电车物流运行会对交通网络和电力网络同时产生影响.这种由电动车辆充电而导致的交通网络与电网的耦合效应在现有电车物流优化研究中尚未考虑.而且电动充电系统的位置分布及其规模对运输

网络及电力网络的安全运行至关重要.快速充电站最优规划时应同时考虑交通网络和电力网络的限制因素,以及两者的相互影响.首先,快速充电站在运输网络中的位置和规模应满足电车行驶需要,还要考虑电网安全运行的电流和电压要求.其次,合理的快速充电站规划应保证较低的充电站成本及相应的电网升级成本.在这种情况下,电动车辆路径优化问题与充电站的选址问题是相互依赖的.一方面,有限行驶里程的路径决策依赖于可用的充电设施;另一方面,充电设施的选址决策是基于充电需求,而充电需求是根据驾驶模式和驾驶范围的估计得到的.这样的物流规划问题是典型的多冲突目标优化问题,实现更平衡的多目标优化需要更合理的优化问题描述,这也是今后需要研究的重要问题.

3) 面向不同应用特点的电动车辆路径优化.

城市公共交通是电动车辆应用的重要领域.目前,国内很多大城市已经在部分线路上采用电动公交车.最新充电技术支持公交车在指定的车站15s完成充电.另外,已经开发的电动公交车及感应充电系统在电车靠站时,可在乘客上下车期间完成充电<sup>[81]</sup>.城市公共交通中公交线路和公交车数量很多,如果每个站点都作为充电站,则成本太高.因此,如何选定部分车站建立充电站,以满足路网中所有电动公交车的充电需求,是电动公交领域的挑战性课题.

在高速路环境下,电动车辆充电调度问题更为重要.相对城市而言,高速公路沿途充电站所需的基础设施更为短缺,这意味着充电时间(包括等待时间)可能更长,充电调度对路径规划的影响更显著.文献[82]基于充电服务预订机制提出了一种行驶时间成本最低的高速路充电地点调度方法.这也是电动车辆路径规划研究的一个重点领域.目前新型动态公交服务(Dynamic transit service)正在彻底改变传统交通业、社会环境和商业世界.Uber、Lyft、Curb以及Zipcar等新型共享交通网络服务带来了交通运行模式的革命,它们可通过移动APP共享车辆资源,将城市交通由私人车辆模式推向动态公交模式<sup>[9]</sup>.研究动态共享车交通优化问题已刻不容缓.

4) 与智能交通新技术相结合.

近年来,智能交通系统、无人车和车联网技术的发展,给电动车辆的协作运行及协同任务规划创造了有利条件.一方面,物流及运输服务方面可利用实时交通信息规划行车时间、路线及充电行程;另一方面,车辆之间也可交换行车状态和交通信息,协作运行.如何将电动汽车的物流优化策略整合到整个智



能交通系统和智慧电网中是未来的研究方向. 尽早开展这方面的理论和技术研究是必要且迫切的.

## 参考文献(References)

- [1] Demir E, Bekta T, Laporte G. A review of recent research on green road freight transportation[J]. *European J of Operational Research*, 2014, 237(3): 775-793.
- [2] Lin C, Choy K L, Ho G T S, et al. Survey of green vehicle routing problem: past and future trends[J]. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(4): 1118-1138.
- [3] Davis B A, Figliozzi M A. A methodology to evaluate the competitiveness of electric delivery trucks[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2013, 49(1): 8-23.
- [4] Feng W, Figliozzi M. An economic and technological analysis of the key factors affecting the competitiveness of electric commercial vehicles: A case study from the USA market[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2013, 26: 135-145.
- [5] Hori Y. Future vehicle driven by electricity and control-research on four-wheel-motored UOT Electric March II[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2004, 51(5): 954-962.
- [6] Wang H, Shen J. Heuristic approaches for solving transit vehicle scheduling problem with route and fueling time constraints[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 190(2): 1237-1249.
- [7] Chen T, Zhang B, Pourbabak H, et al. Optimal routing and charging of an electric vehicle fleet for high-efficiency dynamic transit systems[J]. *IEEE Trans on Smart Grid*, DOI:10.1109/TSG.2016.2635025.
- [8] Wang H, Cheu R L. Operations of a taxi fleet for advance reservations using electric vehicles and charging stations[J]. *Trans Research Record J of the Transportation Research Board*, 2013, 2352(1): 1-10.
- [9] Cohen B D, Kietzmann J. Ride on! Mobility business models for the sharing economy[J]. *Organization & Environment*, 2014, 27(3): 279-296.
- [10] Barco J, Guerra A, Muñoz L, et al. Optimal routing and scheduling of charge for electric vehicles: Case study[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, DOI:10.1155/2017/8509783.
- [11] Pelletier S, Jabali O, Laporte G. 50th anniversary invited article-goods distribution with electric vehicles: Review and research perspectives[J]. *Transportation Science*, 2016, 50(1): 3-22.
- [12] Prodhon C, Prins C. A survey of recent research on location-routing problems[J]. *European J of Operational Research*, 2014, 238(1): 1-17.
- [13] Sarker M R, Pandi H, Ortega-Vazquez M A. Optimal operation and services scheduling for an electric vehicle battery swapping station[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2015, 30(2): 901-910.
- [14] Habib S, Kamran M, Rashid U. Impact analysis of vehicle-to-grid technology and charging strategies of electric vehicles on distribution networks — A review[J]. *J of Power Sources*, 2015, 277: 205-214.
- [15] Braekers K, Ramaekers K, Nieuwenhuyse I V. The vehicle routing problem: State of the art classification and review[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2016, 99: 300-313.
- [16] Zheng Y, Dong Z Y, Xu Y, et al. Electric vehicle battery charging/swap stations in distribution systems: Comparison and optimal planning[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2013, 29(1): 221-229.
- [17] Gonçalves F, Cardoso S R, Relvas S, et al. Optimization of a distribution network using electric vehicles: A VRP problem[C]. *Proc of the IO2011-15 Congresso da Associação Portuguesa de Investigação Operacional*. Coimbra, 2011: 18-20.
- [18] Lin J, Zhou W, Wolfson O. Electric vehicle routing problem[J]. *Transportation Research Procedia*, 2016, 12: 508-521.
- [19] Conrad R G, Figliozzi M A. The recharging vehicle routing problem[C]. *Proc of Industrial Engineers Research Conf. Reno*, 2011: 111-118.
- [20] Erdoan S, Miller-Hooks E. A green vehicle routing problem[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2012, 48(1): 100-114.
- [21] Wang Y, Jiang J, Mu T. Context-aware and energy-driven route optimization for fully electric vehicles via crowdsourcing[J]. *IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems*, 2013, 14(3): 1331-1345.
- [22] Alesiani F, Maslekar N. Optimization of charging stops for fleet of electric vehicles: A genetic approach[J]. *Intelligent Transportation Systems Magazine IEEE*, 2014, 6(3): 10-21.
- [23] Yang H, Yang S, Xu Y, et al. Electric vehicle route optimization considering time-of-use electricity price by learnable partheno-genetic algorithm[J]. *IEEE Trans on Smart Grid*, 2015, 6(2): 657-666.
- [24] Ding N, Batta R, Kwon C, et al. Conflict-free electric vehicle routing problem with capacitated charging stations and partial recharge[R]. Buffalo: SUNY, 2015.
- [25] Froger A, Mendoza J E, Jabali O, et al. A matheuristic for the electric vehicle routing problem with capacitated charging stations[R]. HAL, 2017, ID: hal-01559524.
- [26] Froger A, Mendoza J E, Ola J, et al. New formulations for the electric vehicle routing problem with nonlinear charging functions[R]. HAL, 2017, ID: hal-01559507.
- [27] Andelmin J, Bartolini E. An exact algorithm for the green vehicle routing problem[J]. *Transportation Science*, 2017, 51(4): 1288-1303.
- [28] Keskin M, Çatay B. Partial recharge strategies for the electric vehicle routing problem with time windows[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2016, 65: 111-127.
- [29] Schiffer M, Walther G. The electric location routing

- problem with time windows and partial recharging[J]. *European J of Operational Research*, 2017, 260(3): 995-1013.
- [30] Bruglieri M, Pezzella F, Pisacane O, et al. A variable neighborhood search branching for the electric vehicle routing problem with time windows[J]. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 2015, 47(3): 221-228.
- [31] Desaulniers G, Errico F, Irnich S, et al. Exact algorithms for electric vehicle-routing problems with time windows[J]. *Operations Research*, 2016, 64(6): 1388-1405.
- [32] Bruglieri M, Pezzella F, Pisacane O, et al. A matheuristic for the electric vehicle routing problem with time windows[EB/OL]. [2017-09-28]. <http://arxiv.org/abs/1506.00211>.
- [33] Bülent Çatay, Merve Keskin. A matheuristic approach for solving the electric vehicle routing problem with time windows and fast recharges[J]. DOI:10.13140/RG.2.1.2621.4002.
- [34] Verma A, Lamsal K, Keough S. Electric vehicle routing problem with time windows, recharging stations and battery swapping stations[R]. Kansas: ESU, 2015.
- [35] Ángel Felipe, Ortuño M T, Righini G, et al. A heuristic approach for the green vehicle routing problem with multiple technologies and partial recharges[J]. *Transportation Research Part E*, 2014, 71: 111-128.
- [36] Schneider M, Stenger A, Goeke D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations[J]. *Transportation Science*, 2014, 48(4): 500-520.
- [37] Chen J, Qi M, Miao L. The electric vehicle routing problem with time windows and battery swapping stations[C]. *IEEE Int Conf on Industrial Engineering and Engineering Management(IEEM)*. Bali, 2016: 712-716.
- [38] Van Duin J H R, Tavasszy L A, Quak H J. Towards e(lectric)-urban freight: First promising steps in the electric vehicle revolution[J]. *European Transport*, 2013, 54: 1-19.
- [39] Repoussis P P, Tarantilis C D. Solving the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows via adaptive memory programming[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2010, 18(5): 695-712.
- [40] Hiermann G, Puchinger J, Ropke S, et al. The electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations[J]. *European J of Operational Research*, 2016, 252(3): 995-1018.
- [41] Penna P H V, Afsar H M, Prins C, et al. A hybrid iterative local search algorithm for the electric fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and recharging stations[J]. *IFAC-Papers on Line*, 2016, 49(12): 955-960.
- [42] Goeke D, Schneider M. Routing a mixed fleet of electric and conventional vehicles[J]. *European J of Operational Research*, 2015, 245(1): 81-99.
- [43] Sassi O, Cherif W R, Oulamara A. Vehicle routing problem with mixed fleet of conventional and heterogenous electric vehicles and time dependent charging costs[J]. *World Academy of Science, Engineering and Technology Int J of Mathematical and Computational Sciences*, 2015, 9(3): 163-173.
- [44] Sassi O, Cherif-Khettaf W R, Oulamara A. Multi-start iterated local search for the mixed fleet vehicle routing problem with heterogenous electric vehicles[C]. *European Conf on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*. Cham: Springer, 2015: 138-149.
- [45] Juan A A, Goentzel J, Bekta T. Routing fleets with multiple driving ranges: Is it possible to use greener fleet configurations?[J]. *Applied Soft Computing*, 2014, 21: 84-94.
- [46] Crevier B, Cordeau J F, Laporte G. The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 176(2): 756-773.
- [47] Tarantilis C D, Zachariadis E E, Kiranoudis C T. A hybrid guided local search for the vehicle-routing problem with intermediate replenishment facilities[J]. *INFORMS J on Computing*, 2008, 20(1): 154-168.
- [48] Gan L, Topcu U, Low S H. Optimal decentralized protocol for electric vehicle charging[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2013, 28(2): 940-951.
- [49] Artmeier A, Haselmayr J, Leucker M, et al. The shortest path problem revisited: Optimal routing for electric vehicles[J]. *Advances in Artificial Intelligence, Lecture Notes in Computer Science*, 2010, 6359: 309-316.
- [50] Sun Z, Zhou X. To save money or to save time: Intelligent routing design for plug-in hybrid electric vehicle[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 2016, 43: 238-250.
- [51] Ramezani M, Graf M, Vogt H. A simulation environment for smart charging of electric vehicles using a multi-objective evolutionary algorithm[C]. *Int Conf on Information and Communication on Technology*. Berlin: Springer, 2011: 56-63.
- [52] Lee J, Park G L, Kwak H Y, et al. Design of an energy consumption scheduler based on genetic algorithms in the smart grid[J]. *Int Conf on Computational Collective Intelligence*. Berlin: Springer, 2011: 438-447.
- [53] Kang J, Duncan S J, Mavris D N. Real-time scheduling techniques for electric vehicle charging in support of frequency regulation[J]. *Procedia Computer Science*, 2013, 16: 767-775.
- [54] Adler J D, Mirchandani P B, Xue G, et al. The electric vehicle shortest-walk problem with battery exchanges[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2016, 16(1): 155-173.
- [55] Tang W, Zhang Y J A. A model predictive control approach for low-complexity electric vehicle charging

- scheduling: Optimality and scalability[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2017, 32(2): 1050-1063.
- [56] Sharmin N, Lee H J. Deadline-aware packet routing based on optimal charging schedule in electric vehicular networks[C]. Int Conf on Information Networking(ICOIN). Kota Kinabalu, 2016: 172-177.
- [57] Sassi O, Oulamara A. Electric vehicle scheduling and optimal charging problem: Complexity, exact and heuristic approaches[J]. Int J of Production Research, 2017, 55(2): 519-535.
- [58] Schneider M, Stenger A, Hof J. An adaptive VNS algorithm for vehicle routing problems with intermediate stops[J]. OR Spectrum, 2015, 37(2): 353-387.
- [59] Szeto W Y, Cheng Y. Artificial bee colony approach to solving the electric vehicle routing problem[C]. Annual Meeting of the Transportation Research Board. Washinton DC, 2016: 201-223.
- [60] Pelletier S, Jabali O, Laporte G, et al. Battery degradation and behaviour for electric vehicles: Review and numerical analyses of several models[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2017, 103: 158-187.
- [61] Montoya A, Gu  ret C, Mendoza J E, et al. The electric vehicle routing problem with nonlinear charging function[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2017, 103: 87-110.
- [62] Preis H, Frank S, Nachtigall K. Energy-optimized routing of electric vehicles in urban delivery systems[C]. Proc of Operations Research. Cham: Springer, 2014: 583-588.
- [63] Genikomsakis K N, Mitrentsis G. A computationally efficient simulation model for estimating energy consumption of electric vehicles in the context of route planning applications[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2017, 50: 98-118.
- [64] Golden B, Assad A, Levy L, et al. The fleet size and mix vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research, 1984, 11(1): 49-66.
- [65] Baldacci R, Battarra M, Vigo D. Routing a heterogeneous fleet of vehicles[C]. The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges. New York: Springer, 2008: 3-27.
- [66] Liu F H, Shen S Y. The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows[J]. J of the Operational Research Society, 1999, 50(7): 721-732.
- [67] Lenstra J K, Kan A H G. Complexity of vehicle routing and scheduling problems[J]. Networks, 1981, 11(2): 221-227.
- [68] Clarke G, Wright J W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points[J]. Operations Research, 1964, 12(4): 568-581.
- [69] Lebeau P, De Cauwer C, Van Mierlo J, et al. Conventional, hybrid, or electric vehicles: Which technology for an urban distribution centre?[J]. The Scientific World J, 2015: ID 302867.
- [70] Glover F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence[J]. Computers & Operations Research, 1986, 13(5): 533-549.
- [71] Omidvar A, Tavakkoli-Moghaddam R. Sustainable vehicle routing: Strategies for congestion management and refueling scheduling[C]. 2012 IEEE Int Energy Conf and Exhibition(ENERGYCON). Florence, 2012: 1089-1094.
- [72] Mancini S. The hybrid vehicle routing problem[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2017, 78: 1-12.
- [73] Montazeri-Gh M, Poursamad A, Ghalichi B. Application of genetic algorithm for optimization of control strategy in parallel hybrid electric vehicles[J]. J of the Franklin Institute, 2006, 343(4): 420-435.
- [74] Br  sly O, Dullaert W, Hasle G, et al. An effective multirestart deterministic annealing metaheuristic for the fleet size and mix vehicle-routing problem with time windows[J]. Transportation Science, 2008, 42(3): 371-386.
- [75] Sassi O, Cherif-Khettaf W R, Oulamara A. Iterated tabu search for the mix fleet vehicle routing problem with heterogenous electric vehicles[C]. Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences. Cham: Springer, 2015: 57-68.
- [76] Boschetti M A, Maniezzo V, Roffilli M, et al. Matheuristics: Optimization, simulation and control[C]. Int Workshop on Hybrid Metaheuristics. Berlin: Springer, 2009: 171-177.
- [77] Doerner K F, Schmid V. Survey: Matheuristics for rich vehicle routing problems[J]. Hybrid Metaheuristics, 2010, 6373: 206-221.
- [78] Archetti C, Speranza M G. A survey on matheuristics for routing problems[J]. Euro J on Computational Optimization, 2014, 2(4): 223-246.
- [79] Bruglieri M, Mancini S, Pezzella F, et al. A three-phase matheuristic for the time-effective electric vehicle routing problem with partial recharges[J]. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2017, 58: 95-102.
- [80] Abdulaal A, Cintuglu M H, Asfour S, et al. Solving the multivariant EV routing problem incorporating V2G and G2V options[J]. IEEE Trans on Transportation Electrification, 2017, 3(1): 238-248.
- [81] Wang X, Yuen C, Hassan N U, et al. Electric vehicle charging station placement for urban public bus systems[J]. IEEE Trans on Intelligent Transportation Systems, 2017, 18(1): 128-139.
- [82] Razo V D, Jacobsen H A. Smart charging schedules for highway travel with electric vehicles[J]. IEEE Trans on Transportation Electrification, 2016, 2(2): 160-173.

(责任编辑: 李君玲)