

# 基于高阶Markov链的重大决策社会风险变权集对预测模型

常志朋<sup>1,2†</sup>, 刘小弟<sup>3</sup>, 张世涛<sup>3</sup>

(1. 安徽工业大学 商学院, 安徽 马鞍山 243002; 2. 安徽创新驱动发展研究院, 安徽  
马鞍山 243002; 3. 安徽工业大学 数理科学与工程学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 为提高政府对重大决策社会风险的治理能力, 基于高阶Markov链理论, 借助变权方法和集对分析方法, 构建重大决策社会风险预测模型。首先, 将重大决策前后的社会风险指标状态集组成集对; 然后, 利用指标变权计算不同时刻的集对联系度和状态转移概率矩阵, 以克服传统常权无法反映指标值次序重要性的问题; 最后, 利用更接近客观实际的高阶Markov链预测集对联系度, 并进行社会风险态势分析, 其中Markov链的高阶系数根据状态转移概率矩阵间的相似度计算。以某市PX项目决策为例进行方法验证和比较, 结果表明所构建模型与传统模型相比, 可以更有效、准确地对重大决策社会风险进行预测。另外, 通过实例研究发现, 专家的风险态度对短期的分析和预测影响较大, 而对长期的分析和预测影响较小。

**关键词:** 社会风险; 重大决策; 集对分析; 高阶Markov链; 变权; 预测; 矩阵相似度

中图分类号: X915.2

文献标志码: A

## Set pair prediction model for social risk from major decision-making based on variable weight and higher-order Markov chain

CHANG Zhi-peng<sup>1,2†</sup>, LIU Xiao-di<sup>3</sup>, ZHANG Shi-tao<sup>3</sup>

(1. School of Business, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China; 2. Institute of Anhui's Innovation Driving and Development, Maanshan 243002, China; 3. School of Mathematics & Physics Science and Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China)

**Abstract:** In order to improve the government's ability to manage social risk from major decision-making based on the higher-order Markov chain theory, the variable weight method and set pair analysis method are used to build the prediction model for social risk from major decision-making. Firstly, the state sets of social risk indexes before and after making major decisions are composed a set pair. Then the variable weight method is used to calculate the connection degree of the set pair and state transferring probability matrix in different time to overcome the problem that the constant weight can not reflect the order importance of the value of index. Finally, the higher-order Markov chain is proposed to predict the connection degree of the set pair and to analyze social risk situation. In addition, the higher-order coefficients of the Markov chain are calculated by the similarity between state transferring probability matrixes. The model presented is verified and compared by an illustrative example of PX project decisions. The results show that the proposed model is more accurate and efficient to predict social risk compared with the traditional model. Furthermore, the risk attitude of experts has great influence on short-term social risk analysis and prediction, while the long-term social risk analysis and prediction are less affected.

**Keywords:** social risk; major decision-making; set pair analysis; higher-order Markov chain; variable weight; prediction; matrix similarity degree

## 0 引言

随着我国改革不断向纵深推进, 政府在其中的决策作用也越来越重要, 但政府的一些决策也面临着

社会风险。特别是一些重大决策涉及的利益关系较复杂, 如果在其制定或实施的过程中不能协调好这些利益关系, 很容易引发社会风险, 其直接表现为集体

收稿日期: 2017-08-02; 修回日期: 2017-11-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71673001, 71601002); 安徽省哲学社会科学规划基金项目(AHSKY2015D79); 教育部人文社会青年基金项目(16YJC630077); 安徽省高校优秀青年人才支持计划重点项目(gxyqZD2017040); 安徽省自然科学基金项目(1708085MG168)。

作者简介: 常志朋(1978—), 男, 教授, 博士, 从事公共管理、多属性决策等研究; 刘小弟(1981—), 男, 副教授, 博士, 从事不确定性多属性决策、复杂系统评价等研究。

†通讯作者. E-mail: changzp@126.com

上访、社会骚乱和恶性群体事件等。重大决策社会风险关系着社会的和谐与稳定,其治理不仅要“未雨绸缪”,做好前期的风险评估研究,还要坚守“底线思维”,做好后期的风险预测研究,为政府化解社会风险提供决策支持。但是,目前关于重大决策制定或实施后的社会风险预测研究却比较少见,而关于重大决策制定或实施前的社会风险评估研究却较多,如麻宝斌等<sup>[1]</sup>对重大决策社会风险评估的主题和内容进行了界定,并给出几种评估方法;Yang等<sup>[2]</sup>对创新重大决策社会风险评估机制提出了对策和建议;王阳等<sup>[3]</sup>对提高重大决策社会风险评估制度的效果给出了几点建议;廖秀健等<sup>[4]</sup>以“重庆医改”为例,分析研究了重大决策社会风险评估的困境和规制;廉如鉴等<sup>[5]</sup>对重大决策社会风险评估过程中出现的“介入性扰动”进行了研究。

针对以上情况,本文拟对重大决策制定或实施后的社会风险预测展开研究。由于重大决策社会风险具有动态性、连续性、随机性和不确定性等特点,本文借鉴SPA-Markov方法<sup>[6]</sup>构建重大决策社会风险预测模型。该方法由集对分析(Set pair analysis, SPA)和马尔可夫(Markov)链两部分组成,可以对具有动态性、连续性和随机性等特点的不确定系统进行同异反特性分析和预测,目前已广泛应用在航空安全维修动态评估<sup>[7]</sup>、信息安全风险评估<sup>[8]</sup>、燃气管道危险预测<sup>[9]</sup>和水电厂生产环境安全性态演化预测<sup>[10]</sup>等领域。但是,该方法在实际应用中存在以下两方面的不足:一是SPA采用指标常权计算联系度,这种计算方式只考虑了指标的相对重要性,而忽略了指标评估值的次序重要性;二是Markov链假设将来的概率结构与当前状态有关,而与过去无关,即满足一阶无后效性,然而在实际应用中很多动态变量的发展总是与最近多期状态相联系的。因此,传统的SPA-Markov方法在实际应用中很容易导致预测结果失真,本文提出构建基于变权集对分析的高阶Markov链模型,用于分析和预测重大决策社会风险。

## 1 基于变权理论的重大决策社会风险集对分析模型

### 1.1 集对分析理论

集对分析<sup>[11]</sup>是我国学者赵克勤提出的一种不确定系统分析法,其核心思想是对不确定系统中两个有关联的集合构造集对,并对集对的特性做同一性、差异性、对立性分析,然后建立集对的联系度。集对和联系度是集对分析中的两个核心概念,集对是指具有一定联系的两个集合所组成的对子;联系度可以定量

描述模糊、随机和信息不完整所导致的各种不确定性。

设集合  $X$  和  $Y$  可以组成一个集对,则它们之间的联系度通常可以表示为

$$\mu_{X \sim Y} = \frac{S}{N} + \frac{F}{N}i + \frac{P}{N}j. \quad (1)$$

其中:  $N$  为集对中的特性总数;  $S$  为集对中两个集合共同具有的特性个数;  $P$  为集对中两个集合具有相互对立的特性个数;  $F$  为集对中两个集合中既不共同具有也不相互对立的特性个数,且  $S+F+P=N$ ;  $S/N$ 、 $F/N$  和  $P/N$  分别为集合  $X$  和  $Y$  在指定问题背景下的同一度、差异度和对立度;  $i$  为差异度系数,规定  $i \in [-1, 1]$ ,  $j \equiv 1$ 。如果令  $a = S/N$ ,  $b = F/N$ ,  $c = P/N$ , 则式(1)可以进一步简化为

$$\mu_{X \sim Y} = a + bi + cj. \quad (2)$$

### 1.2 构建集对分析模型

从系统论角度分析,一个被重大决策的制定或实施所影响的区域或空间可以视为一个社会系统,记为  $\Upsilon$ 。 $\Upsilon$  的边界受重大决策的类型、性质和特点以及重大决策制定或实施的时间影响,因此  $\Upsilon$  的函数形式可以表示为

$$\Upsilon = f(\rho, t). \quad (3)$$

其中:  $\Upsilon$  为社会系统,  $\rho$  为重大决策,  $t$  为重大决策制定或实施的时间,  $f$  为非线性映射函数。

设  $X_\Upsilon = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  是描述社会系统  $\Upsilon$  风险状态的指标集,指标  $x_k(k = 1, 2, \dots, N)$  的风险状态空间划分为“安全  $S$ ”、“不确定  $F$ ”和“危险  $P$ ”,记为  $\Omega = \{S, F, P\}$ 。如果令重大决策开始制定或实施时为社会系统  $\Upsilon$  的 0 时刻,则此时各项指标的风险状态可记为  $X_\Upsilon(0) = \{x_1(0), x_2(0), \dots, x_N(0)\}$ , 其中  $x_k(0) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, N$ 。由于在 0 时刻重大决策对社会系统  $\Upsilon$  没有影响或影响很小,可假设此时各项指标的风险状态均处于“安全  $S$ ”状态,即

$$X_\Upsilon(0) = \overbrace{\{x_1(0), x_2(0), \dots, x_N(0)\}}^S.$$

但是,随着时间  $t$  的变化,社会系统  $\Upsilon$  对重大决策  $\rho$  的相关信息逐渐掌握和扩散,各项指标的风险状态也会发生变化。

设  $X_\Upsilon(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$  为社会系统  $\Upsilon$  在  $t$  时刻各项指标的风险状态,如果此时与 0 时刻相比,在  $N$  个指标中有  $S_t$  个指标仍处于“安全  $S$ ”状态,有  $F_t$  个指标由“安全  $S$ ”状态转变为“不确定  $F$ ”状态,有  $P_t$  个指标由“安全  $S$ ”状态转变为“危险  $P$ ”状态,即

$$X_Y(t) = \underbrace{\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_{S_t}(t)\}}_S, \\ \underbrace{\{x_{S_t+1}(t), x_{S_t+2}(t), \dots, x_{S_t+F_t}(t)\}}_F, \\ \underbrace{\{x_{S_t+F_t+1}(t), x_{S_t+F_t+2}(t), \dots, x_{S_t+F_t+P_t}(t)\}}_P. \quad (4)$$

其中各项指标按照  $S \rightarrow F \rightarrow P$  排序, 并重新编号,  $S_t + F_t + P_t = N$ .

可将集合  $X_Y(0)$  和  $X_Y(t)$  组成对子, 建立联系度

$$\mu_{X(0) \sim X(t)} = \frac{S_t}{N} + \frac{F_t}{N} i + \frac{P_t}{N} j. \quad (5)$$

其中:  $t = 1, 2, \dots, T$ ;  $S_t/N$ 、 $F_t/N$  和  $P_t/N$  分别表示  $t$  时刻社会风险状态与 0 时刻社会风险状态之间的同一度、差异度和对立度.

如果考虑  $t$  时刻各项指标的权重, 则式(5)可写成

$$\mu_{X(0) \sim X(t)} = \sum_{k=1}^{S_t} w_k(t) + \sum_{k=S_t+1}^{S_t+F_t} w_k(t) i + \sum_{k=S_t+F_t+1}^{S_t+F_t+P_t} w_k(t) j. \quad (6)$$

其中:  $0 \leq w_k(t) \leq 1$ ,  $\sum_{k=1}^N w_k(t) = 1$ .

若令  $a(t) = \sum_{k=1}^{S_t} w_k(t)$ ,  $b(t) = \sum_{k=S_t+1}^{S_t+F_t} w_k(t)$ ,  $c(t) = \sum_{k=S_t+F_t+1}^{S_t+F_t+P_t} w_k(t)$ , 则式(6)也可以写成

$$\mu_{X(0) \sim X(t)} = a(t) + b(t)i + c(t)j. \quad (7)$$

为反映集合  $X_Y(0)$  与  $X_Y(t)$  之间联系程度的关系趋势, 如果  $c(t) \neq 0$ , 则可以定义  $t$  时刻社会系统  $Y$  的风险状态集对势<sup>[11]</sup>为

$$\text{Shi}(t) = \frac{a(t)}{c(t)}. \quad (8)$$

1) 当  $\text{Shi}(t) > 1$  时为同势, 表示  $t$  时刻社会系统  $Y$  的风险状态与 0 时刻的风险状态具有同一趋势, 即社会趋于“安全  $S$ ”态势.

2) 当  $\text{Shi}(t) < 1$  时为反势, 表示  $t$  时刻社会系统  $Y$  的风险状态与 0 时刻的风险状态具有对立趋势, 即社会趋于“危险  $P$ ”态势.

3) 当  $\text{Shi}(t) = 1$  时为均势, 表示  $t$  时刻社会系统  $Y$  的风险状态与 0 时刻的风险状态具有同一趋势还是对立趋势很难确定, 即社会趋于“不确定  $F$ ”态势.

### 1.3 计算指标变权

在传统的SPA-Markov方法<sup>[7,9-10,12]</sup>中, 式(6)中的指标权重一般采用常权, 即指标的权重固定不变. 常

权虽然能体现指标的相对重要性, 但无法反映指标风险状态次序的重要性. 例如, 在  $t$  时刻, 有  $N-1$  项指标处于“安全  $S$ ”状态, 只有 1 项指标处于“危险  $P$ ”状态, 采用相对重要性原则构建  $t$  时刻的常权联系度为

$$\mu_{X(0) \sim X(t)} = \sum_{k=1}^{N-1} w_k(t) + 0i + \left(1 - \sum_{k=1}^{N-1} w_k(t)\right)j. \quad (9)$$

由于式(9)中各时刻的指标权重始终不变, 若处于“危险  $P$ ”状态的指标常权被赋予的较小, 则该项指标的重要性将被其他指标稀释, 使式(9)中对立度变小, 即  $1 - \sum_{k=1}^{N-1} w_k(t)$  变小, 进而会导致集对分析结果失真.

针对这一问题, 本文引入变权方法<sup>[13]</sup>计算指标在不同时刻的权重, 变权方法可以使指标权重随着指标的风险状态不同而变化. 例如指标  $x_k$  在  $t$  时刻的风险状态为“危险  $P$ ”, 该项指标应该被重点关注, 此时该项指标应该被赋予较大的权重, 而在第  $t+1$  时刻, 该项指标的风险状态由“危险  $P$ ”转为“安全  $S$ ”, 此时该项指标的权重应该适当降低. 因此, 采用变权计算集对联系度更有利于得出与实际情况相符的预测结果.

变权可以采用如下方法计算. 首先利用下式计算指标  $x_k$  的状态次序权重:

$$\phi_k(t) = (v_k(t))^{\alpha-1}, k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

其中:  $0 < \alpha \leq 1$ ;  $v_k(t)$  为指标按照  $S \rightarrow F \rightarrow P$  顺序得到的排序值, 可以按照如下方法计算.

设  $t$  时刻指标  $x_1, x_2, \dots, x_n$  对应的风险状态为  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$ , 其中  $x_k(t) \in \Omega$ ; 然后按照  $S \rightarrow F \rightarrow P$  顺序对  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)$  重新排序, 得到  $\sigma_1(t), \sigma_2(t), \dots, \sigma_N(t)$  并给  $\sigma_k(t)$  分配排序值  $v_k(t) = N - k + 1$ . 若在  $t$  时刻有  $m$  个指标的风险状态相同, 如  $\sigma_q(t) = \sigma_{q+1}(t) = \dots = \sigma_{q+m-1}(t)$ , 则它们的排序值为

$$v_q(t) = v_{q+1}(t) = \dots = v_{q+m-1}(t) = \frac{1}{m} \sum_{k=q}^{q+m-1} (N - k + 1).$$

另外, 式(10)中  $\alpha$  表示专家面对风险的态度, 当  $\alpha < 1/2$  时, 表示专家不希望有风险, 其评估态度会比较谨慎, 评估过程中会给处于“危险  $P$ ”状态的指标赋予较高的权重, 以突出该项指标的重要地位; 当  $\alpha > 1/2$  时, 表示专家对可能出现的风险是可以承受的, 其评估态度会比较乐观, 评估过程中不会给处于

“危险  $P$ ”状态的指标赋予较高的权重,以弱化该项指标的地位;当  $\alpha = 1$  时,表示专家对风险的态度是中立的。图1为  $\alpha$  值、排序值  $v$  和次序权重  $\phi$  三者之间的对应关系,即专家面对风险的态度越悲观,赋予“危险  $P$ ”状态的指标权重越高,专家面对风险的态度越乐观,赋予“危险  $P$ ”状态的指标权重越低。

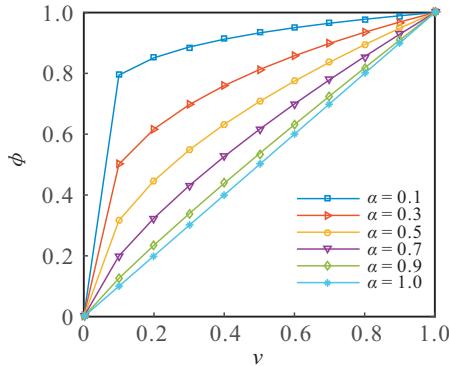


图1  $\alpha$ 、 $v$  和  $\phi$  之间的对应关系

另外,还要考虑指标的相对重要性,即指标的常权  $w_k(k = 1, 2, \dots, N)$ ,因此指标  $x_k$  的变权计算公式可以写成

$$\omega_k(t) = \frac{w_k(v_k(t))^{\alpha-1}}{\sum_{k=1}^N w_k(v_k(t))^{\alpha-1}}. \quad (11)$$

其中: $t = 1, 2, \dots, T$ ;特别地,当  $\alpha = 1$  时,式(11)变为常权计算公式。

## 2 基于高阶Markov链的重大决策社会风险集对预测模型

### 2.1 高阶Markov链

Markov 链是描述动态随机现象的重要工具,然而传统的一阶 Markov 链假设将来状态与当前状态有关,而与过去无关。由于事物发展的持续性,近邻变量间仍有较多的相依性,传统 Markov 链狭隘的一阶无后效性假设与实际情况不符。为了使 Markov 链更接近真实情况,Raftery<sup>[14]</sup>首先提出了高阶 Markov 链的概念,Ching 等<sup>[15]</sup>在 Raftery 的研究基础上拓展了高阶 Markov 链的参数条件,提出更接近客观实际的高价 Markov 链。

**定义1** 设随机过程  $\{C(1), \dots, C(t), \dots, C(T)\}$  为离散参数 Markov 链,状态空间  $\Omega = \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $C(t) = [c_1(t), c_2(t), \dots, c_m(t)]$  表示  $t$  时刻各状态的概率分布向量,若对正整数  $n$ ,有

$$C(t+1) = \sum_{r=1}^n \lambda_r C(t+1-r) Q_r, \quad (12)$$

则称  $\{C(1), \dots, C(t), \dots, C(T)\}$  为  $n$  阶 Markov 链。其中:  $\lambda_r \geq 0$  为高阶系数,且  $\sum_{r=1}^n \lambda_r = 1$ ,  $m$  阶方阵

$Q_r$  称为  $r$  步状态转移概率矩阵。

高阶 Markov 链描述了  $t+1$  时刻状态  $C(t+1)$  的分布与前面  $n$  个时刻状态  $C(t), C(t-1), \dots, C(t+1-n)$  都有关系,而与更前面的状态无关。高阶 Markov 链拓展了一阶 Markov 链中仅相邻相依的限制,使模型更接近实际。

### 2.2 构建集对预测模型

设  $t$  时刻之前  $n$  个时刻的社会风险状态联系度分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{X(0) \sim X(t)} = a(t) + b(t)i + c(t)j, \\ \mu_{X(0) \sim X(t-1)} = a(t-1) + b(t-1)i + c(t-1)j, \\ \vdots \\ \mu_{X(0) \sim X(t+1-r)} = \\ a(t+1-r) + b(t+1-r)i + c(t+1-r)j, \\ \vdots \\ \mu_{X(0) \sim X(t+1-n)} = \\ a(t+1-n) + b(t+1-n)i + c(t+1-n)j. \end{array} \right.$$

$t+1$  时刻社会风险状态联系度可以根据下式预测:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{X(0) \sim X(t+1)} &= \\ \hat{a}(t+1) + \hat{b}(t+1)i + \hat{c}(t+1)j &= \\ \sum_{r=1}^n [\lambda(t+1-r) \mu_{X(0) \sim X(t+1-r)}] & \\ Q(t+1-r)[1, i, j]^T. \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $n$  为 Markov 链的阶数,  $Q(t+1-r)$  为第  $t+1-r$  时刻的转移概率矩阵,  $\lambda(t+1-r)$  为高阶系数,且满足  $\sum_{r=1}^n \lambda(t+1-r) = 1$ 。

### 2.3 计算状态转移概率矩阵

下面以  $[t-r, t+1-r]$  时段为例说明状态转移概率矩阵  $Q(t+1-r)$  的计算过程。

为便于说明,下面假设各项指标均按照所属风险状态重新排序并重新编号。假设在  $t-r$  时刻有  $S_r$  个指标的风险状态为“安全  $S$ ”,有  $F_r$  个指标的风险状态为“不确定  $F$ ”,有  $P_r$  个指标的风险状态为“危险  $P$ ”,且  $S_r + F_r + P_r = N$ 。

对于风险状态为“安全  $S$ ”的  $S_r$  个指标,如果在  $t+1-r$  时刻,有  $S_{r1}$  个指标的风险状态仍为“安全  $S$ ”,有  $S_{r2}$  个指标的风险状态由“安全  $S$ ”转变为“不确定  $F$ ”,有  $S_{r3}$  个指标的风险状态由“安全  $S$ ”转变为“危险  $P$ ”,即

$$\overbrace{x_1(t+1-r), \dots, x_{S_{r1}}(t+1-r)}^S,$$

$$\overbrace{x_{S_{r1}+1}(t+1-r), \dots, x_{S_{r1}+S_{r2}}(t+1-r)}^F, \\ \overbrace{x_{S_{r1}+S_{r2}+1}(t+1-r), \dots, x_{S_{r1}+S_{r2}+S_{r3}}(t+1-r)}^P.$$

则风险状态为“安全  $S$ ”的  $S_r$  个指标在  $[t-r, t+1-r]$  时段内的状态转移概率为

$$[q_{11}(t+1-r), q_{12}(t+1-r), q_{13}(t+1-r)] = \\ \frac{1}{\beta_1} \left[ \sum_{k=1}^{S_{r1}} \omega_k(t-r), \sum_{k=S_{r1}+1}^{S_{r1}+S_{r2}} \omega_k(t-r), \right. \\ \left. \sum_{k=S_{r1}+S_{r2}+1}^{S_{r1}+S_{r2}+S_{r3}} \omega_k(t-r) \right].$$

$$\text{其中: } \beta_1 = \sum_{k=1}^{S_r} \omega_k(t-r), q_{11}(t+1-r) + q_{12}(t+1-r) + q_{13}(t+1-r) = 1, S_{r1} + S_{r2} + S_{r3} = S_r.$$

同理, 风险状态为“不确定  $F$ ”的  $F_r$  个指标在  $[t-r, t+1-r]$  时段内的状态转移概率为

$$[q_{21}(t+1-r), q_{22}(t+1-r), q_{23}(t+1-r)] = \\ \frac{1}{\beta_2} \left[ \sum_{k=1}^{F_{r1}} \omega_k(t-r), \sum_{k=F_{r1}+1}^{F_{r1}+F_{r2}} \omega_k(t-r), \right. \\ \left. \sum_{k=F_{r1}+F_{r2}+1}^{F_{r1}+F_{r2}+F_{r3}} \omega_k(t-r) \right].$$

$$\text{其中: } \beta_2 = \sum_{k=1}^{F_r} \omega_k(t-r), q_{21}(t+1-r) + q_{22}(t+1-r) + q_{23}(t+1-r) = 1, F_{r1} + F_{r2} + F_{r3} = F_r.$$

风险状态为“危险  $P$ ”的  $P_r$  个指标在  $[t-r, t+1-r]$  时段内的状态转移概率为

$$[q_{31}(t+1-r), q_{32}(t+1-r), q_{33}(t+1-r)] = \\ \frac{1}{\beta_3} \left[ \sum_{k=1}^{P_{r1}} \omega_k(t-r), \sum_{k=P_{r1}+1}^{P_{r1}+P_{r2}} \omega_k(t-r), \right. \\ \left. \sum_{k=P_{r1}+P_{r2}+1}^{P_{r1}+P_{r2}+P_{r3}} \omega_k(t-r) \right].$$

$$\text{其中: } \beta_3 = \sum_{k=1}^{P_r} \omega_k(t-r), q_{31}(t+1-r) + q_{32}(t+1-r) + q_{33}(t+1-r) = 1, P_{r1} + P_{r2} + P_{r3} = P_r.$$

据此, 便得到在  $[t-r, t+1-r]$  时段内的状态转移概率矩阵

$$\mathbf{Q}(t+1-r) = \\ \begin{bmatrix} q_{11}(t+1-r) & q_{12}(t+1-r) & q_{13}(t+1-r) \\ q_{21}(t+1-r) & q_{22}(t+1-r) & q_{23}(t+1-r) \\ q_{31}(t+1-r) & q_{32}(t+1-r) & q_{33}(t+1-r) \end{bmatrix}.$$

## 2.4 计算高阶系数

高阶系数  $\lambda(t+1-r)$  相当于状态转移概率矩阵  $\mathbf{Q}(t+1-r)$  的权重, 如果第  $t+1-r$  时刻的状态转移概率矩阵  $\mathbf{Q}(t+1-r)$  与其他时刻的状态转移概率矩阵越相似, 则该矩阵在式(13)中的贡献越小, 其高阶系数  $\lambda(t+1-r)$  也越小。因此, 可以利用矩阵相似度<sup>[16]</sup>构建高阶系数计算方法。

首先, 设任意两个时刻  $t+1-r$  和  $t+1-s$  的状态转移概率矩阵分别为  $\mathbf{Q}(t+1-r)$  和  $\mathbf{Q}(t+1-s)$ , 则其相似度为

$$\Theta_{t+1-r, t+1-s} = \cos \theta = \\ \frac{\langle \mathbf{Q}(t+1-r), \mathbf{Q}(t+1-s) \rangle}{\| \mathbf{Q}(t+1-r) \| \| \mathbf{Q}(t+1-s) \|}. \quad (14)$$

其中:  $r, s = 1, 2, \dots, n$ ;  $\langle \mathbf{Q}(t+1-r), \mathbf{Q}(t+1-s) \rangle = \text{tr}(\mathbf{Q}(t+1-s)^T \mathbf{Q}(t+1-r))$ ,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵对角元素之和;  $\| \cdot \|$  为矩阵内积导出的范数, 有

$$\| \mathbf{Q}(t+1-r) \| = \sqrt{\langle \mathbf{Q}(t+1-r), \mathbf{Q}(t+1-r) \rangle}, \\ \| \mathbf{Q}(t+1-s) \| = \sqrt{\langle \mathbf{Q}(t+1-s), \mathbf{Q}(t+1-s) \rangle};$$

$\theta$  为两个矩阵的夹角, 当  $\theta = 90^\circ$  时,  $\Theta = 0$ , 表示两个矩阵不相似; 当  $\theta = 0^\circ$  时,  $\Theta = 1$ , 表示两个矩阵相似性较好。

然后, 计算矩阵  $\mathbf{Q}(t), \mathbf{Q}(t-1), \dots, \mathbf{Q}(t+1-n)$  之间两两矩阵的相似度矩阵

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & \Theta_{t,t-1} & \cdots & \Theta_{t,t+1-n} \\ \Theta_{t-1,t} & 1 & \cdots & \Theta_{t-1,t+1-n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Theta_{t+1-n,t} & \Theta_{t+1-n,t-1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

根据相似度矩阵  $\Theta$ , 可以得到矩阵  $\mathbf{Q}(t+1-r)$  与其他矩阵的相似度

$$\gamma_{t+1-r} = \frac{1}{n} \sum_{r=1, r \neq s}^n \Theta_{t+1-r, t+1-s}. \quad (15)$$

最后, 利用式(15)计算高阶系数

$$\lambda(t+1-r) = \frac{1 - \gamma_{t+1-r}}{\sum_{r=1}^n (1 - \gamma_{t+1-r})}. \quad (16)$$

## 3 实例分析与方法比较

### 3.1 实例分析

某市决定引进该市有史以来最大的工业项目——兴建对二甲苯(PX)化工厂。由于该化工厂半径 5 km 范围内的人口超过 10 万, 距居民区最近不足 1.5 km, 很多市民担心化工厂建成后危及自身的健康。因此, 该项目自立项以来, 遭到了越来越多市民的质疑和抵触。为避免引发大规模的群体事件, 市政府

决定成立由多个部门组成的专家评估组,从社会矛盾( $x_1$ )、社会情绪( $x_2$ )、社会舆情( $x_3$ )、社会秩序( $x_4$ )和社会控制( $x_5$ )等5个方面对该市的社会风险状态进行动态评估,预判社会风险的演化趋势,以便提前做好应急预案,及时化解社会风险.

图2为5个时间节点组成的事件链,表1为5个时间节点的社会风险状态评估值.

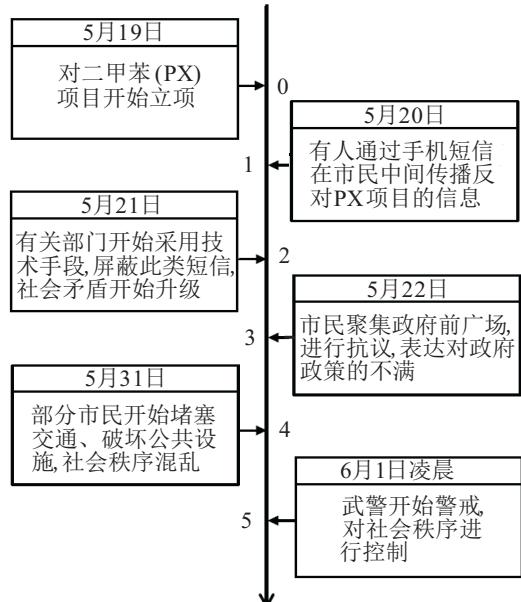


图2 事件链

表1 社会风险状态评估值

$X$	$t$				
	1	2	3	4	5
$x_1$	F	S	S	P	P
$x_2$	S	F	P	S	P
$x_3$	S	S	P	S	F
$x_4$	S	P	F	F	P
$x_5$	P	P	P	S	S

下面对该市的社会风险演化趋势进行分析和预测,具体步骤如下.

Step 1: 利用层次分析法计算社会风险指标变权,有 $w_1 = 0.50, w_2 = 0.22, w_3 = 0.09, w_4 = 0.13, w_5 = 0.06$ .

Step 2: 计算各时间节点的指标变权. 首先对表1中的风险状态进行量化,然后利用式(11)计算各时间节点的指标变权.

Step 3: 以 $\alpha = 0.1$ 为例,计算5个时间节点的社会风险状态联系度

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_{X(0) \sim X(1)} = 0.28 + 0.59i + 0.13j, \\ \mu_{X(0) \sim X(2)} = 0.42 + 0.22i + 0.36j, \\ \mu_{X(0) \sim X(3)} = 0.33 + 0.10i + 0.57j, \\ \mu_{X(0) \sim X(4)} = 0.16 + 0.10i + 0.74j, \\ \mu_{X(0) \sim X(5)} = 0.13 + 0.06i + 0.81j. \end{array} \right.$$

Step 4: 预测第6个时间节点的社会风险状态联系度.

首先,根据变权数据计算状态转移概率矩阵. 为充分利用各时间节点的评估信息,令阶数 $n = 4$ ,状态转移概率矩阵分别为

$$\mathbf{Q}(5) = \begin{bmatrix} 0.19 & 0.25 & 0.56 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}(4) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}(3) = \begin{bmatrix} 0.86 & 0 & 0.14 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.69 & 0.31 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}(2) = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.48 & 0.31 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

其次,计算相似度矩阵

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0.23 & 0.12 & 0.56 \\ 0.23 & 1 & 0.05 & 0.65 \\ 0.12 & 0.05 & 1 & 0.21 \\ 0.56 & 0.65 & 0.21 & 1 \end{bmatrix}.$$

再次,计算高阶系数

$$\lambda_5 = 0.19, \lambda_4 = 0.31, \lambda_3 = 0.25, \lambda_2 = 0.25.$$

最后,利用式(13)预测第6个时间节点的社会风险状态联系度,有

$$\hat{\mu}_{X(0) \sim X(6)} = 0.38 + 0.19i + 0.43j.$$

同理,计算当 $\alpha$ 为0.3、0.5、0.7和0.9时前5个时间节点的社会风险状态联系度,并对第6个时间节点的联系度进行预测,见表2.

根据表2中的数据,下面对PX项目立项后的社会风险演化趋势进行分析和预测.

1) 从同一度、差异度和对立度进行分析和预测.

表2 各时间节点的联系度

$t$	$\alpha = 0.3$			$\alpha = 0.5$			$\alpha = 0.7$			$\alpha = 0.9$		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	0.31	0.58	0.11	0.34	0.56	0.09	0.38	0.54	0.08	0.42	0.51	0.07
2	0.46	0.23	0.32	0.50	0.23	0.28	0.53	0.23	0.24	0.57	0.22	0.20
3	0.37	0.11	0.52	0.41	0.12	0.48	0.44	0.12	0.44	0.48	0.13	0.38
4	0.20	0.11	0.69	0.24	0.12	0.64	0.29	0.12	0.59	0.34	0.13	0.53
5	0.03	0.06	0.90	0.04	0.07	0.90	0.05	0.08	0.88	0.06	0.08	0.86
6	0.37	0.19	0.44	0.37	0.18	0.45	0.36	0.18	0.46	0.36	0.18	0.46

如图3(a),从前5个时间节点的同一度可以看到:项目立项后,同一度开始呈现下降趋势,表明与PX项目立项时相比,社会的总体安全形势开始恶化,但政府在第5个时间节点采取的控制措施有望使恶化的安全形势得到暂时缓解,因为通过预测发现第6个时间节点的同一度有所提高.从图3(b)的对立度可以更加清楚地说明以上的分析和预测结果:前5个时间节点的对立度逐渐提高,在第6个时间节点开始下降,说明社会从PX项目立项时的安全状态逐渐转变为危险状态,并且危险程度愈发严重,但是政府通过采取控制措施预计可以对其进行有效遏制.另外,从图3(c)差异度还可以看到:前5个时间节点差异度逐渐降低,表明随着专家对相关信息的逐渐掌握,对社会风险状态的研判,也由开始时的不确定到逐渐确定.但是通过预测发现,在第6个时间节点差异度有所提高,表明政府在第5个时间节点采取控制措施具体会对社会风险有何影响仍具有一定的不确定性.

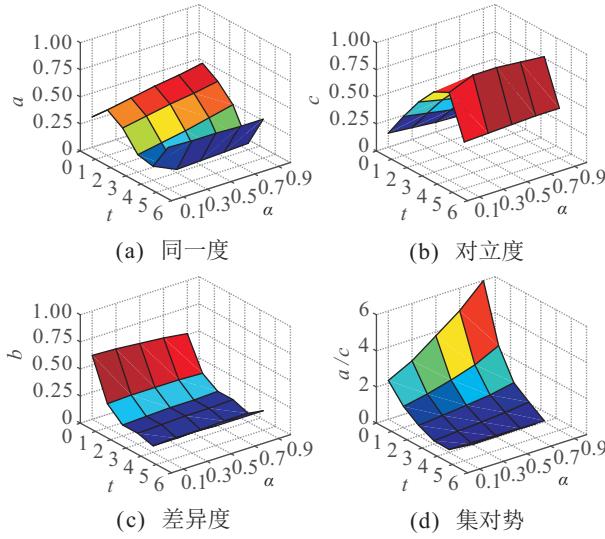


图3 社会风险演化趋势分析和预测

### 2) 从集对势进行分析和预测.

由图3(d)可知,社会的风险状态由PX项目立项时的同势,迅速演变为反势,虽然预计在第6个时间节点反势将有所放缓,但是从长期看社会风险状态仍将处于反势,说明政府采取的控制措施只能对社会风险起到暂时化解作用,要想彻底化解社会风险还需要政府在社会矛盾的调节、社会舆情的引导以及社会情绪的疏导等方面采取积极有效的措施.

### 3) 从风险态度进行分析.

由图3可以看出,随着时间的变化,同一度、差异度、对立度和集对势各时间节点的横截曲面颜色逐渐接近,说明专家的风险态度对短期的社会风险分析和预测有较大影响,而对长期的分析和预测影响较小,时间越长,分析和预测结果越趋于一致.

综合以上分析,政府采取控制措施后,社会的风险演化趋势将以危险态势为主.

## 3.2 方法比较

为验证本文方法比传统的SPA-Markov方法<sup>[6]</sup>更有效,下面采用文献[6]方法,即采用常权SPA和一阶Markov模型预测本次重大决策后第6个时间节点的集对势.常权仍然采用Step 1中的权重,然后根据表1中的数据计算各时段的状态转移概率矩阵,分别为

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \begin{bmatrix} 0.20 & 0.50 & 0.30 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Q_{23} = \begin{bmatrix} 0.85 & 0 & 0.15 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.68 & 0.32 \end{bmatrix}, \\ Q_{34} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Q_{45} = \begin{bmatrix} 0.16 & 0.24 & 0.60 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

接下来,同样采用文献[6]中的方法,令各时段的状态转移概率矩阵权重分别为

$$\varpi_{12} = 0.10, \varpi_{23} = 0.20, \varpi_{34} = 0.30, \varpi_{45} = 0.40.$$

进而,得到4个时段的加权平均概率转移矩阵为

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.15 & 0.60 \\ 0.10 & 0.30 & 0.60 \\ 0.70 & 0.14 & 0.16 \end{bmatrix}.$$

根据表1,计算第5个时间节点的联系度为

$$\mu_{X(0) \sim X(5)} = 0.06 + 0.09i + 0.85j.$$

据此,可以预测第6个时间节点的联系度为

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{X(0) \sim X(6)} &= (0.06, 0.09, 0.85)\bar{Q}[1, i, j]^T = \\ &0.62 + 0.16i + 0.22j. \end{aligned}$$

故利用传统的SPA-Markov模型预测第6个时间节点的集对势为

$$\text{Shi}(6) = \frac{0.62}{0.22} = 2.82 > 1,$$

即为同势,表明社会风险演化趋势将以“安全S”态势为主,这与实际情况完全相反.而本文提出的方法在 $\alpha$ 取不同值时,预测结果均以“危险P”态势为主,与实际情况相符.

通过以上比较,结果表明:与传统SPA-Markov模型相比,本文提出的模型预测结果更准确、可靠,可以为有关部门化解重大决策社会风险提供决策支持.

## 4 结 论

1) 以重大决策制定或实施时的社会风险状态为参照点,从同势、均势和反势3个方面分析和预测重大决策制定或实施后的社会风险态势,可以为重大决策社会风险预测建模提供新的思路.

2)采用变权计算集对联系度,既考虑了指标的相对重要性,又考虑了指标状态值的次序重要性,更接近真实的应用环境,可以有效提高集对联系度的可靠性和准确性.

3)利用高阶Markov链构建社会风险集对预测模型,由传统的一阶无后效性拓展为高阶无后效性,更符合客观实际,可以提高预测结果的准确性.

4)通过实例研究发现,专家的风险态度 $\alpha$ 对短期的分析和预测结果影响较大,而对长期的分析和预测结果影响较小.

但同时也看到,本文的社会风险状态空间划分还比较粗糙,只有“安全”、“不确定”和“危险”3种,在接下来的研究中,将进一步细化状态空间,采用五元联系数构建预测模型,使预测结果更加精准.

### 参考文献(References)

- [1] 麻宝斌,杜平.重大决策社会稳定风险评估的主题、内容与方法[J].哈尔滨工业大学学报:社会科学版,2014,16(1): 35-40.  
(Ma B B, Du P. The subject, content and method of major policy decision's social stability risk assessment[J]. J of Hit: Social Sciences Edition, 2014, 16(1): 35-40.)
- [2] Yang S H, Hu B T. On the innovation mechanism of social stability risk assessment for major policy decisions of local government in China[C]. The 9th Annual Int Conf on Public Administration. Cape Town: Pa Times, 2013: 498-503.
- [3] 王阳.重大决策社会稳定风险评估制度的效果分析——以评估主体的规定为重点[J].中国行政管理,2016(3): 116-120.  
(Wang Y. Evaluation policies of major decisions assessment on social stability risk: Focused on "the assessment subject"[J]. Chinese Public Administration, 2016(3): 116-120.)
- [4] 廖秀健,刘白.重大决策社会稳定风险评估的困境及其规制——以重庆“短命医改”为例[J].中国行政管理,2016(1): 139-144.  
(Liao X J, Liu B. The dilemma and regulation of social stability risk assessment in major policy decisions—A study based on the short-lived medical reform in Chongqing[J]. Chinese Public Administration, 2016(1): 139-144.)
- [5] 廉如鉴,姜丽萍.重大工程社会稳定风险评估过程中的“介入性扰动”[J].中国行政管理,2014(7): 64-68.  
(Lian R J, Jiang L P. “Interventional Disturbance” in the process of the social stability risk assessment for major projects[J]. Chinese Public Administration, 2014(7): 64-68.)
- [6] 孙晋众,陈世权.一种集对分析的动态模型及其应用[J].系统工程,2004,22(5): 35-38.  
(Sun J Z, Chen S Q. A dynamic model of set-pair analysis and its application[J]. Systems Engineering, 2004, 22(5): 35-38.)
- [7] 张一璠,吴诗辉,刘晓东,等.基于集对分析和马尔科夫链的航空维修安全动态评估[J].中国安全科学学报,2016,26(1): 122-128.  
(Zhang Y T, Wu S H, Liu X D, et al. Dynamic evaluation of aviation maintenance safety based on set pair analysis and Markov chain[J]. China Safety Science J, 2016, 26(1): 122-128.)
- [8] Zhang J Y, Zeng Q S, Song Y Y, et al. Information security risk assessment of smart grid based on absorbing Markov chain and SPA[J]. Int J of Emerging Electric Power Systems, 2014, 15(6): 527-532.
- [9] 亢永,许开立,刘家喜.城市埋地燃气管道危险性SPA-Markov链评价预测模型[J].中国安全科学学报,2012,22(3): 147-152.  
(Kang Y, Xu K L, Liu J X. SPA-Markov chain model for evaluating and forecasting urban buried gas pipeline risk[J]. China Safety Science J, 2012, 22(3): 147-152.)
- [10] 陈述,石法起,朱忠荣,等.水电厂生产环境安全性态演化的集对分析方法[J].中国安全科学学报,2016,26(5): 152-157.  
(Chen S, Shi F Q, Zhu Z R, et al. SPA of safety state evolution of hydropower station production environment[J]. China Safety Science J, 2016, 26(5): 152-157.)
- [11] 赵克勤.集对分析及其初步应用[M].杭州:浙江科学技术出版社,2000.  
(Zhao K Q. Set pair analysis and its preliminary application[M]. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology Press, 2000.)
- [12] 杨振华,周秋文,郭跃,等.基于SPA-MC模型的岩溶地区水资源安全动态评价——以贵阳市为例[J].中国环境科学,2017,37(4): 1589-1600.  
(Yang Z H, Zhou Q W, Guo Y, et al. Dynamic assessment of water resources security in karst area based on SPA-MC model—A case study of Guiyang [J]. China Environmental Science, 2017, 37(4): 1589-1600.)
- [13] 李洪兴.因素空间理论与知识表示的数学框架(VIII)——变权综合原理[J].模糊系统与数学,1995,9(3): 1-9.  
(Li H X. Factor spaces and mathematical frame of knowledge representation(VIII)—Variable weights analysis[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 1995, 9(3): 1-9.)
- [14] Raftery A E. A model for high-order markov chains[J]. J of the Royal Statistical Society, Series B: Methodological, 1985, 47(3): 528-539.
- [15] Ching W K, Fung E S, Ng M K. Higher-order Markov chain models for categorical data sequences[J]. Naval Research Logistics, 2004, 51(4): 557-574.
- [16] 翟东海,李同亮,段维夏,等.基于矩阵相似度的最佳样本块匹配算法及其在图像修复中的应用[J].计算机科学,2014,41(1): 307-310.  
(Zhai D H, Li T L, Duan W X, et al. Optimal exemplar matching algorithm based on matrix similarity and its application in image inpainting[J]. Computer Science, 2014, 41(1): 307-310.)

(责任编辑:孙艺红)