

信息具有正态分布特征的主客方协作式 群体评价方法及其应用

张发明¹, 代万强^{1†}, 袁宇翔^{1,2}

(1. 南昌大学 经济管理学院, 南昌 330031; 2. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049)

摘 要: 针对传统群体评价方法大多未考虑被评价对象参与且评价信息分布相对单一的不足, 提出一种新的信息具有正态分布特征的主客方协作式群体评价方法. 首先, 提出差异优势度来衡量评价者所给评价信息的优劣; 其次, 将差异优势度作为诱导变量对主客方评价信息进行聚类并确定密度加权向量; 再次, 提出二维诱导密度加权平均算子(TI-DWA)对主客方评价信息进行集结, 从而得到最终评价结果; 最后, 通过一个算例来验证所提出方法的可行性与有效性.

关键词: 正态分布; 群体评价; 主客方; 协作; 差异优势度

中图分类号: C934

文献标志码: A

Group evaluation method and application based on collaboration of subject and object with normal distribution information

ZHANG Fa-ming¹, DAI Wan-qiang^{1†}, YUAN Yu-xiang^{1,2}

(1. College of Economics and Management, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 2. College of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: This paper mainly discuss a new group evaluation method based on collaboration of subject and object with normal distribution information, compared with a conventional evaluation method which fails to take the joint part of evaluated objects into consideration and adjusts its single distribution of insufficient evaluated information. Firstly, the differential dominance to measure the merits of information provided by evaluators is presented. Secondly, the differential dominance is taken as a induced variable to cluster subjective evaluated information and determine the density weighted vector. Thirdly, two-dimensional induced density weighted average operator(TI-DWA) can be deduced to collect both subjective and objective evaluated information, contributing to a final assessed result. Finally, an example is used to verify the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: normal distribution; group evaluation; subject and object; collaboration; differential dominance

0 引 言

对于社会系统中大型复杂项目的评价, 一般需要多个专家(或决策者)的参与, 这种情况称之为“群体评价”. 关于群体评价的研究国内外均取得了较为丰硕的成果^[1-7]. 在群体评价中一般涉及两个评价要素, 即评价者和被评价对象, 本文依据二者在评价过程中的特点将评价者统称为评价主方, 被评价对象统称为评价客方. 传统的群体评价方法大多是以评价客方不参与评价过程为前提, 即评价客方没有“话语

权”. 随着社会发展水平的不断提高, 在群体评价过程中评价客方占据了更多的主动权, 进而发挥评价客方的主观能动性, 这不仅考虑到对评价问题最了解的往往是评价客方自身, 而且还提高了评价客方“民主参与”的程度以及对评价结果的接受程度. 为此, 文献[8]从双重优势的角度探讨了一种评价客方参与评价过程的自主式评价方法; 文献[9]从竞争优化和协商合作的视角研究了自主式评价方法. 上述研究进一步完善并丰富了群体评价的形式, 但由于评价问题与

收稿日期: 2017-07-15; 修回日期: 2017-10-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71361021, 71001048, 71261007); 江西省教育厅科技资助重点项目(GJJ15113); 江西省社会科学“十二五规划”项目(13GL38); 江西省学位与研究生教改研究重点项目(JXYJG-2014-002); 江西省赣鄱英才 555 工程项目(18000070); 江西省青年科学家(井岗之星)项目(00019699).

作者简介: 张发明(1980-), 男, 教授, 博士生导师, 从事综合评价与决策支持等研究; 代万强(1996-), 男, 从事综合评价与决策支持的研究.

†通讯作者. E-mail: dwqiang28@foxmail.com

评价客方的利益息息相关,仅依据评价客方给出的评价信息往往会导致评价结果失真,影响上述方法的实用性.而且现阶段大规模采用自主式评价方法的时机尚未成熟,可以采取“主方评价为主,客方评价为辅,并不断加强客方评价作用”的渐进思路.基于此,文献[10]提出了一种主客方协作式群体评价方法;文献[11]提出了一种基于评价群体成员赋权策略的主客方协作式综合评价方法;文献[12]提出了主客方“地位平等”的主客方协作群组评价方法.上述方法都是以点值评价信息为基础.考虑到人们认识的模糊性,评价者可能更倾向于给出区间型评价信息.为此,文献[13]探讨了区间信息下的主客方协作式群体评价方法.

目前,基于区间数的评价或决策问题的研究已有很多优秀成果,根据区间数的分布特征可将关于区间数的评价或决策问题的研究分为两类:一类是假设指标值在区间数内服从均匀分布,如文献[14]和文献[15]分别探讨了基于粗糙集法和基于VIKOR法的区间数排序方法,文献[16]研究了区间信息下基于扩展TOPSIS法的决策方法,文献[17]探讨了属性值为区间数的评价客方排序问题;另一类则假设指标值在区间数内服从正态分布^[18-22],如文献[18]提出了应用正态分布区间数的多属性决策方法,文献[19]和文献[20]都研究了属性值为正态分布区间数且属性权重不完全的多属性群决策问题.

事实上,假设指标值服从均匀分布或正态分布具有一定的理论意义,但在实际应用过程中服从正态分布的假设相对客观一些,即指标值落在区间中点的可能性最大,而越靠近区间的上下界,落在其附近的可能性会越小.基于此,针对传统群体评价方法大多未考虑被评价对象参与且评价信息分布相对单一的不足,本文在上述研究成果的基础上,将文献[10-12]探讨的主客方协作式评价方法由点值信息拓展到具有正态分布特征的区间型信息,并给出一种新的主客方协作方式;同时在对主客方正态分布区间数形式评价信息的集结过程中,定义并运用了二维诱导密度加权平均算子(TI-DWA);最后通过一个算例对本文方法的可行性和有效性加以验证.

1 预备信息

1.1 基本概念与性质

定义1^[23] 记 $\tilde{a} = [a^L, a^R] = \{x | 0 \leq a^L \leq x \leq a^R\}$, 则 \tilde{a} 为一个区间数. 当 $a^L = a^R$ 时, 区间数 \tilde{a} 就退化为一个实数 a .

由于评价环境的模糊性, 区间数形式的语言评价

信息可以视为一个落在 $[a^L, a^R]$ 之间的随机变量, 且一般而言, 评价值落在区间中点 $u_a = (a^L + a^R)/2$ 的可能性最大, 落在区间两端点的可能性会越来越小, 近似于正态分布. 根据正态分布的 3σ 原则, 即 $P(|x - u_a| \leq 3\sigma) \approx 0.9973$, 属性值落在区间 $[u_a - 3\sigma, u_a + 3\sigma]$ 之外的几乎可以忽略不计, 故根据大数法则且不失一般性, 令 $6\sigma = a^R - a^L$, 由此给出如下定义.

定义2^[20] 设区间数 $\tilde{a} = [a^L, a^R]$ 且区间取值服从正态分布, 则可以表示为 $\tilde{a} \sim N(u_a, \sigma_a)$. 其中: $u_a = (a^L + a^R)/2$, $\sigma_a = (a^R - a^L)/6$, u_a 和 σ_a 分别为正态分布中的均值和标准差.

定理1^[24] 设随机变量 $X \sim N(u, \sigma)$, 则 $Y = (X - u)/\sigma$ 服从标准正态分布, 即 $Y = (X - u)/\sigma \sim N(0, 1)$.

定理2^[24] 设随机变量 $X \sim N(u, \sigma)$, 则 $Y = aX + b \sim N(au + b, a\sigma)$, a, b 为任意实数.

定理3^[24] 设 X_1, X_2 为两个相互独立的随机变量, 若 $X_1 \sim N(u_1, \sigma_1)$, $X_2 \sim N(u_2, \sigma_2)$, 则 $Y = X_1 \pm X_2$ 仍服从正态分布, 且

$$Y = X_1 \pm X_2 \sim N(u_1 \pm u_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}).$$

定理4^[24] 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为 n 个随机变量, 若 $X_i \sim N(u_i, \sigma_i) (i = 1, 2, \dots, n)$, 且它们相互独立, 则对于任意不为零的常数 a_1, a_2, \dots, a_n , 有

$$\sum_{i=1}^n a_i X_i \sim N\left(\sum_{i=1}^n a_i u_i, \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \sigma_i)^2}\right).$$

定理5^[20] 设 $X_1 \sim N(u_1, \sigma_1)$, $X_2 \sim N(u_2, \sigma_2)$, 则

$$P(X_1 < X_2) = \phi\left(\frac{u_2 - u_1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}\right),$$

其中 $\phi(x)$ 为标准正态分布的值, 可通过标准正态分布表查得.

1.2 问题假设与评价流程

在群体评价问题中, 设由专家组成的评价主方集合 $S = (s_1, s_2, \dots, s_m)$, 被评价对象组成的评价客方集合 $O = (o_1, o_2, \dots, o_n)$. 原始评价信息由两部分组成, 即评价主方对客方评价得到的评价信息矩阵 X 和评价客方间互评得到的评价信息矩阵 Y . 单个评价信息均以区间数形式给出, 区间范围假定为 $[0, 10]$.

在主客方协作式群体评价过程中, 其协作特征主要通过相互间信息(部分或全部)的利用来体现, 为确保主客双方给出的评价区间具备真实合理性, 需要通过制定恰当的规则进行制约. 因此, 评价过程的设计应尽可能同时兼顾以上两方面. 为确保评价过程的顺利进行, 本文提出如下假设:

1) 主客方在评价过程中有一定的信息资料为依

据;

2) 评价主方与评价客方相互之间不存在“合谋”现象;

3) 主客双方给出的区间型评价信息都近似服从正态分布.

以上述假设为前提, 给出信息具有正态分布特征的主客方协作式群体评价方法的具体步骤如下.

Step 1: 主客双方给出区间型评价信息并将其按定义2转化为正态分布形式, 得到如下正态分布主方评价信息矩阵 X^* 和正态分布客方评价信息矩阵 Y^* :

$$X^* = [x_{ij}]_{n \times m} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix},$$

$$Y^* = [y_{ij}]_{n \times n} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix}.$$

其中: x_{ij} 为第 j 个主方对第 i 个客方正态分布形式的评价信息, y_{ij} 为第 j 个客方对第 i 个客方正态分布形式的评价信息, 即 $x_{ij} = (u_{ij}^{(s)}, \sigma_{ij}^{(s)})$, $y_{ij} = (u_{ij}^{(o)}, \sigma_{ij}^{(o)})$.

Step 2: 主客双方第1次协作, 根据主客方给出的评价信息矩阵确定所有评价信息的差异优势度.

Step 3: 将差异优势度作为评价信息的诱导变量, 构建二维诱导数据对矩阵, 并根据差异优势度间的联系对二维诱导数据对矩阵信息进行聚类, 确定密度加权向量.

Step 4: 利用二维诱导密度加权平均算子对主客方评价信息分别进行集结, 再通过主客双方的第2次协作进行综合集结, 得到最终的评价结果.

根据上述步骤设计的评价流程如图1所示.

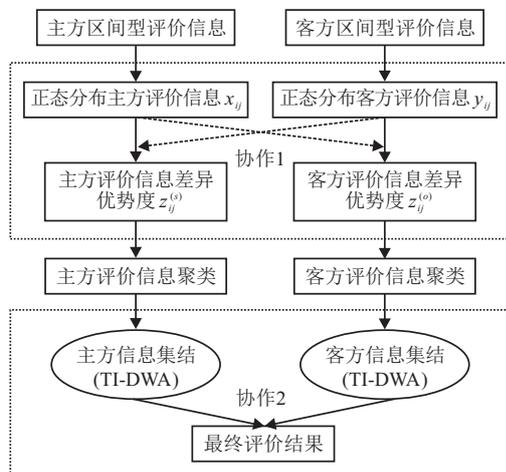


图1 信息具有正态分布特征的主客方协作式评价流程

2 主客方评价信息差异优势度

本文尝试采用差异优势度来衡量单个评价信息的质量高低, 以同一评价客方下单个评价信息与所有评价信息间的平均差异为依据确定差异优势度. 考虑到主客方协作式群体评价方法的评价群体由主客双方共同构成, 故在确定评价信息的平均差异时应同时考虑该信息在两个群体间的一致程度, 以避免评价信息仅在某一群体间差异较大(较小)而导致信息质量判断不合理的情形. 下面给出平均差异的确定方法.

设 H_{ik} 为评价客方 o_i 下主方或客方某一正态分布形式的评价信息 (x_{ij} 或 y_{ij}), \bar{d}_{ik} 为该评价信息的平均差异, 则

$$\bar{d}_{ik} = \frac{1}{m+n} \left(\sum_{j=1}^m |x_{ij} - H_{ik}| + \sum_{j=1}^n |y_{ij} - H_{ik}| \right),$$

$$i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

当 H_{ik} 为主方评价信息时 ($k = 1, 2, \dots, m$), 由定理5可计算每一主方评价信息的平均差异优于同一评价客方下所有主方评价信息平均差异的概率均值, 以此作为主方评价信息的差异优势度, 用 $z_{ij}^{(s)}$ 来表示, 其计算式为

$$z_{ij}^{(s)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m P(\bar{d}_{ik} < \bar{d}_{ij}^{(s)}),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

其中 $\bar{d}_{ij}^{(s)}$ 为 H_{ik} 对应的评价客方下各主方评价信息的平均差异.

当 H_{ik} 为客方评价信息时 ($k = 1, 2, \dots, n$), 同理可得客方评价信息差异优势度 $z_{ij}^{(o)}$, 其计算式为

$$z_{ij}^{(o)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P(\bar{d}_{ik} < \bar{d}_{ij}^{(o)}),$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

其中 $\bar{d}_{ij}^{(o)}$ 为 H_{ik} 对应的评价客方下各客方评价信息的平均差异.

由式(1)~(3)可计算主客方所有评价信息的差异优势度, 从而得到主方评价信息差异优势度矩阵 $Z^{(s)}$ 和客方评价信息差异优势度矩阵 $Z^{(o)}$, 即

$$Z^{(s)} = [z_{ij}^{(s)}]_{n \times m} = \begin{bmatrix} z_{11}^{(s)} & z_{12}^{(s)} & \dots & z_{1m}^{(s)} \\ z_{21}^{(s)} & z_{22}^{(s)} & \dots & z_{2m}^{(s)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^{(s)} & z_{n2}^{(s)} & \dots & z_{nm}^{(s)} \end{bmatrix},$$

$$Z^{(o)} = [z_{ij}^{(o)}]_{n \times n} = \begin{bmatrix} z_{11}^{(o)} & z_{12}^{(o)} & \cdots & z_{1n}^{(o)} \\ z_{21}^{(o)} & z_{22}^{(o)} & \cdots & z_{2n}^{(o)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}^{(o)} & z_{n2}^{(o)} & \cdots & z_{nn}^{(o)} \end{bmatrix}.$$

可以看出,每一个评价信息对应一个差异优势度,差异优势度越大,表明该评价者作出的此次评价相比于其他评价者更为优异,评价值更为合理客观.若为主方评价者,则表明其评价依据的信息更为全面,对被评价者了解得更为充分;若为客方评价者,则代表其能够更诚实地给出评价.

3 基于二维诱导密度加权平均算子的信息集结流程

评价者在进行评价时由于诸多复杂因素的影响,所作出的评价是有差异的,且相互之间差异的大小一般是不均匀的.较为集中的评价数据,在一定程度上表明这些评价者所作出的评价一致性较高,而与大多数评价值差异较大的评价数据其可信度相对较低.因此,有学者提出了密度算子的概念^[25],其他学者在此基础上进行了深入的研究,并取得了丰硕成果.文献[26-27]和文献[10]分别提出了一维密度加权中间(DM)算子和二维密度加权算子;文献[28]给出了诱导密度算子的定义;文献[13]通过进一步的研究,提出了区间诱导密度加权合成算子(IIDWA)来处理区间型信息.

基于此,本文对文献[28]中的诱导密度算子进行拓展,提出二维诱导密度加权平均算子.

3.1 以诱导变量为依据的信息聚类方法

诱导变量是元素某方面特征的度量值,依据其所反映元素特征的不同,可分为两类:1)反映元素逻辑应用特征,如元素的真实准确性、模糊程度、对某项目目标的满足程度等;2)反映元素统计特征,如性别、名称、职业等.本文仅研究前者.由于诱导变量是对元素特征的反映,代表了一种规则,依据诱导变量对元素聚类具有理论和现实意义.另外,非点值语言评价信息的聚类相对复杂和困难,故可用诱导变量来反映评价信息某方面的特征,从而将聚类对象转化为点值,简化聚类过程.

定义3 若元素 c 的诱导变量为 η ,则称 $\langle \eta, c \rangle$ 为元素 c 的诱导数据对.

定义4 设二维诱导数据对矩阵 $A = (a_1, a_2, \dots, a_j)$.其中: $a_j(j = 1, 2, \dots, m)$ 为一维诱导数据对组列向量, $a_j = (\langle \eta_1, c_1 \rangle, \langle \eta_2, c_2 \rangle, \dots, \langle \eta_n, c_n \rangle)^T$, $c_i(i = 1, 2, \dots, n)$ 为某一元素, η_i 为元素 c_i 对应的诱导变量.

二维诱导数据对矩阵的聚类,是对反映元素特征的诱导变量,按照其间隔疏密程度或相互间的关联关系,对一维诱导数据对组列向量进行分组的过程.

将矩阵 A 中的列向量以诱导变量为依据按某方式聚类后的结果 $A_1, A_2, \dots, A_l(1 < l < m)$ 称为一个列聚类组.设列聚类组中第 N 组 $A_N(N = 1, 2, \dots, l)$ 中诱导数据对列向量的个数为 $k_N, k_N \in (1, m)$, $\sum_{N=1}^l k_N = m$.

将列聚类组中的 l 组集合按诱导数据对列向量的个数多少降序排列,为表述方便,将序化后的列聚类组仍记为 A_1, A_2, \dots, A_l .

3.2 二维诱导密度加权平均算子

定义5 对二维诱导数据对矩阵 $A = (a_1, a_2, \dots, a_j)$,设 $TI-DWA_{WAA} : R^n - R$,即

$$TI-DWA_{WAA, \xi_N, \beta_k^{(N)}}(a_1, a_2, \dots, a_j) = \sum_{N=1}^l \left[\xi_N \sum_{k=1}^{k_N} (\beta_k^{(N)} c_k^{(N)}) \right].$$

其中: $c_k^{(N)}$ 为序化后的列聚类组中第 N 组聚类 A_N 第 k 个列向量所有诱导数据对元素 c_i 组成的列向量; $\beta_k^{(N)}$ 为 A_N 中第 k 个列向量的重要性权重, $\beta_k^{(N)} \in (0, 1)$, $\sum_{k=1}^{k_N} \beta_k^{(N)} = 1$; ξ_N 为每组信息对应的密度加权

向量, $\xi_N \in (0, 1)$, $\sum_{N=1}^l \xi_N = 1$.则 $TI-DWA_{WAA}$ 称为二维诱导密度加权算术平均算子.

定义6 对二维诱导数据对矩阵 $A = (a_1, a_2, \dots, a_j)$,设 $TI-DWA_{WGA} : R^n - R$,即

$$TI-DWA_{WGA, \xi_N, \beta_k^{(N)}}(a_1, a_2, \dots, a_j) = \sum_{N=1}^l \left[\sum_{k=1}^{k_N} (\beta_k^{(N)} c_k^{(N)}) \right] k^{\xi_N},$$

则 $TI-DWA_{WGA}$ 称为二维诱导密度加权几何平均算子.

$TI-DWA_{WAA}$ 和 $TI-DWA_{WGA}$ 算子分别是“和性”与“积性”的,统称为二维诱导密度加权平均算子(TI-DWA).该算子是一种合成算子,是对原始评价信息的二次集结.既能体现密度算子对信息分布疏密程度的考虑,又可体现各分算子的特点,使评价结果更加稳健.

在现有文献中,密度算子中的密度加权向量 ξ_N 多采用群组特征归一化来确定,以每组信息的“规模大小”或“质量高低”作为其群组特征值.本文尝试采用二者相结合的方式,由信息的“质量”和信息的“规模”共同确定群组特征值.

定义7 设 $\beta^{(N)} = (\beta_1^{(N)}, \beta_2^{(N)}, \dots, \beta_{k_N}^{(N)})$ 为序

化后的列聚类组中第 N 组 A_N 所包含的列向量对应的重要性权重,且 $\beta_k^{(N)} \in (0, 1)$, $\sum_{k=1}^{k_N} \beta_k^{(N)} = 1$, 则 A_N 的群组特征值为

$$\delta_N = \frac{k_N}{m} \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{k_N} \beta_k^{(N)} \eta_i^{(k)}. \quad (4)$$

其中: $\eta_i^{(k)}$ 为 A_N 中第 k 个列向量第 i 个诱导数据对的诱导变量, k_N/m 为 A_N 组的信息“规模”。

由下列归一化公式^[19], 可求得每组信息的密度加权向量:

$$\xi_N = \frac{(e^{\lambda \delta_N} + 1) \ln(e^{\lambda \delta_N} + 1)}{\sum_{N=1}^l (e^{\lambda \delta_N} + 1) \ln(e^{\lambda \delta_N} + 1)}. \quad (5)$$

其中: $\delta_N (N = 1, 2, \dots, l)$ 为每组信息的群组特征值, $\lambda \in (-\infty, +\infty)$ 为密度影响因子, $\xi_N \in (0, 1)$ 且 $\sum_{N=1}^l \xi_N = 1$. λ 的大小可由评价者通过协商合理确定, 具体规则为: 当诱导变量越大越能反映元素某一方面特征时, $\lambda > 0$; 反之, 诱导变量越小越能反映元素某一方面特征时, $\lambda < 0$. λ 的绝对值越大, 说明评价者越看重密度对评价结果的影响。

本文将每个正态分布形式的评价信息作为一个元素, 差异优势度具有反映评价信息“质量”高低的特性, 故可作为评价信息的诱导变量. 主客双方所有评价信息与其差异优势度一一对应, 可构成两个二维诱导数据对矩阵. 通过差异优势度对这两个二维诱导数据对矩阵进行聚类并计算每组聚类的密度加权向量, 再利用二维诱导密度加权平均算子分别集结主方和客方的评价信息, 将集结后的结果经过线性加权即可得到所有评价客方的最终评价价值。

最后, 选择一个被评价者作为参考对象, 利用定理5中的公式计算各被评价者的评价价值优于该参考对象评价价值的概率大小, 即可对被评价者进行排序。

4 应用算例

某企业即将进行人事安排调整, 需要对同一部门的5名员工进行工作绩效考评, 以便于对员工的晋升进行决策. 企业安排了10位专家对5名员工进行综合评分, 同时, 考虑到相同部门的员工相互间较为了解, 因此彼此间也进行互评, 但是由于每个专家和员工个人的知识背景以及偏好的不同(如有的看重业绩, 有的看重品德等), 评分之间必然存在着差异. 为了更好地体现评价的合理性, 这里评分都以区间数的形式给出, 区间范围为 [0,10]. 专家给出的原始评价信息矩阵 X 与员工之间给出的原始评价信息矩阵 Y

如下所示(限于篇幅, 计算过程进行简化处理):

$$X = \begin{bmatrix} [4, 7] & [3, 6] & [2, 5] & [4, 7] & [5, 8] \\ [3, 6] & [4, 8] & [1, 5] & [5, 9] & [2, 5] \\ [4, 8] & [2, 5] & [3, 6] & [3, 9] & [5, 9] \\ [2, 5] & [2, 6] & [4, 9] & [3, 6] & [2, 6] \\ [4, 7] & [3, 7] & [0, 4] & [4, 8] & [6, 8] \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} [5, 8] & [4, 9] & [3, 7] & [2, 5] & [2, 5] \\ [6, 8] & [4, 6] & [5, 8] & [2, 6] & [5, 9] \\ [2, 6] & [2, 8] & [2, 5] & [4, 9] & [3, 8] \\ [2, 8] & [1, 5] & [2, 5] & [0, 4] & [4, 7] \\ [5, 10] & [1, 5] & [3, 8] & [2, 5] & [5, 8] \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} [4, 7] & [3, 6] & [2, 5] & [4, 7] & [6, 10] \\ [3, 6] & [2, 6] & [2, 6] & [5, 9] & [2, 5] \\ [1, 5] & [2, 5] & [5, 8] & [3, 6] & [4, 9] \\ [5, 10] & [1, 5] & [3, 8] & [5, 10] & [2, 5] \\ [3, 6] & [4, 8] & [2, 5] & [4, 8] & [4, 6] \end{bmatrix}.$$

信息具有正态分布特征的主客方协作式群体评价方法过程如下:

1) 按照定义2将原始评价信息矩阵转化为正态分布形式, 得到正态分布主方评价信息矩阵和正态分布客方评价信息矩阵.

2) 通过式(1)~(3)可计算所有评价信息的差异优势度, 得到主方评价信息差异优势度矩阵 $Z^{(s)}$ 和客方评价信息差异优势度矩阵 $Z^{(o)}$, 即

$$Z^{(s)} = \begin{bmatrix} 0.78 & 0.68 & 0.28 & 0.78 & 0.39 \\ 0.80 & 0.63 & 0.17 & 0.30 & 0.49 \\ 0.59 & 0.36 & 0.67 & 0.58 & 0.15 \\ 0.60 & 0.67 & 0.18 & 0.70 & 0.70 \\ 0.80 & 0.77 & 0.06 & 0.74 & 0.37 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} 0.39 & 0.40 & 0.75 & 0.28 & 0.28 \\ 0.29 & 0.79 & 0.49 & 0.73 & 0.30 \\ 0.54 & 0.67 & 0.36 & 0.42 & 0.66 \\ 0.62 & 0.38 & 0.60 & 0.07 & 0.49 \\ 0.21 & 0.26 & 0.79 & 0.43 & 0.57 \end{bmatrix},$$

$$Z^{(o)} = \begin{bmatrix} 0.70 & 0.62 & 0.37 & 0.70 & 0.10 \\ 0.66 & 0.59 & 0.59 & 0.26 & 0.39 \\ 0.23 & 0.48 & 0.53 & 0.74 & 0.52 \\ 0.22 & 0.63 & 0.69 & 0.22 & 0.75 \\ 0.51 & 0.58 & 0.22 & 0.58 & 0.62 \end{bmatrix}.$$

3) 主客方所有评价信息与其差异优势度一一对应, 构成两个二维诱导数据对矩阵, 利用最大树聚类法^[29]并根据差异优势度之间的联系, 对主客方二维诱导数据对矩阵进行聚类, 得到两个列聚类组, 并将其按照每组列向量的个数多少降序排列. 主方聚类

$$A^{(s)} = \{(a_1, a_2, a_4, a_8)(a_5, a_6, a_{10})(a_7, a_9)(a_3)\},$$

客方聚类

$$A^{(o)} = \{(a_2, a_3, a_5)(a_1, a_4)\}.$$

4) 根据式(4), 假设所有评价者的评价信息同等重要(重要性权重均匀分配), 可计算出列聚类组中每组信息的群组特征值

$$\delta^{(s)} = (0.26, 0.13, 0.09, 0.03),$$

$$\delta^{(o)} = (0.31, 0.19).$$

5) 根据式(5), 评价者经过商议给定的密度影响因子 $\lambda = 2$, 分别求出主客方评价信息的密度加权向量

$$\xi^{(s)} = (0.34, 0.25, 0.22, 0.19),$$

$$\xi^{(o)} = (0.57, 0.43).$$

6) 运用 TI-DWA 算子分别集结主客方评价信息: 主方集结结果为

$$\{(4.88, 0.19)(5.05, 0.20)(5.11, 0.23)$$

$$(4.35, 0.24)(4.70, 0.21)\};$$

客方集结结果为

$$\{(5.40, 0.31)(4.65, 0.34)(4.75, 0.35)$$

$$(5.50, 0.40)(5.01, 0.34)\}.$$

7) 不失一般性, 通过简单线性加权 ($\omega_s = \omega_o = 0.5$) 对主客方集结后的结果进行综合集结, 得到最终的评价值为

$$O = (5.14, 0.18)(4.85, 0.20)(4.93,$$

$$0.21)(4.92, 0.23)(4.85, 0.20).$$

8) 将 o_1 作为参考对象(亦可选取其余被评价者, 最终排序结果一致), 利用定理5计算 $o_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 的评价值优于 o_1 评价值的概率分别为 0.50、0.14、0.22、0.23、0.15. 由此可得综合排序结果为

$$o_1 \succ o_4 \succ o_3 \succ o_5 \succ o_2.$$

5 结论

本文提出的信息具有正态分布特征的主客方协作式群体评价方法具有以下特点:

1) 本文采用“主客方协作”的评价形式, 与现实生活中“民主参与”的思想相契合, 且本文从正态分布的角度处理区间型评价信息, 更加符合评价者在给出评价区间时的逻辑思维习惯, 为部分区间决策问题提供了新的思路.

2) 对非点值评价信息进行聚类并确定密度加权向量相对复杂和困难, 故本文提出了构建二维诱导数据对矩阵的方法, 通过诱导变量对原始评价信息进行

聚类分组. 针对正态分布形式的区间型评价信息, 本文以反映单个评价信息“质量”高低的差异优势度作为诱导变量对评价信息进行分组以确定密度加权向量.

3) 基于现有诱导密度算子, 本文将其拓展到二维, 提出了二维诱导密度加权平均算子, 从而使诱导密度算子的应用不再局限于处理一维数据组信息, 能够更好地运用于群体评价方法的研究中.

参考文献(References)

- [1] 郭亚军. 综合评价理论、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 153-155.
(Guo Y J. The theory, method and application of comprehensive evaluation[M]. Beijing: Science Press, 2008: 153-155.)
- [2] 张发明. 基于交互密度算子的交互式群体评价信息集结方法及其应用[J]. 中国管理科学, 2014, 22(12): 142-148.
(Zhang F M. A method of interactive group evaluation information aggregation based on interactive density operator and its application[J]. Chinese J of Management Science, 2014, 22(12): 142-148.)
- [3] 陈骥, 苏为华, 张崇辉. 基于属性分布信息的大规模群体评价方法及应用[J]. 中国管理科学, 2013, 21(3): 146-152.
(Chen J, Su W H, Zhang C H. The method of scale-group evaluation based on distribution information of attribute-value and its application[J]. Chinese J of Management Science, 2013, 21(3): 146-152.)
- [4] 成波, 刘三阳. 基于变权向量的群体评价信息集结方法[J]. 控制与决策, 2012, 27(8): 1246-1250.
(Cheng B, Liu S Y. Method of group evaluation information aggregation based on variable weights vector[J]. Control and Decision, 2012, 27(8): 1246-1250.)
- [5] 赵海燕, 曹健, 张友良. 一种群体评价一致性合成方法[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(7): 52-57.
(Zhao H Y, Cao J, Zhang Y L. An aggregating method of group evaluation based on consensus degree[J]. Systems Engineering — Theory and Practice, 2000, 20(7): 52-57.)
- [6] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay J L. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(1): 73-87.
- [7] Henningsen D D, Henningsen M L M. A preliminary examination of perceptions of social influence in group decision making in the workplace[J]. Int J of Business Communication, 2014, 52(2): 188-204.
- [8] Guo Y J, He Z Y, Dong F F. Self-determination comprehensive evaluation approach based on dual superiority[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(12): 2668-2671.
- [9] 董庆兴, 郭亚军, 何志勇. 基于竞合视角的自主式综合评价方法[J]. 系统管理学报, 2012, 21(2): 180-185.

- (Dong Q X, Guo Y J, He Z Y. Comprehensive evaluation method of self-determination based on the co-opetition[J]. J of Systems and Management, 2012, 21(2): 180-185.)
- [10] 张发明, 郭亚军, 易平涛. 一种主客方协作式群体评价方法及其应用[J]. 中国管理科学, 2010, 18(4): 145-151.
(Zhang F M, Guo Y J, Yi P T. A group evaluation method and application based on collaboration of subject and object[J]. Chinese J of management Science, 2010, 18(4): 145-151.)
- [11] 董庆兴, 郭亚军, 马凤妹. 基于差异驱动的主客体协作式综合评价方法[J]. 中国管理科学, 2012, 20(1): 171-176.
(Dong Q X, Guo Y J, Ma F M. Collaborative comprehensive evaluation approach based on differentiation principle[J]. Chinese J of Management Science, 2012, 20(1): 171-176.)
- [12] 董庆兴, 郭亚军, 马凤妹. 基于主客体协作的群组评价方法[J]. 运筹与管理, 2012, 21(4): 166-172.
(Dong Q X, Guo Y J, Ma F M. Group comprehensive evaluation approach based on the collaboration of evaluated objects and evaluators[J]. Operations Research and Management Science, 2012, 21(4): 166-172.)
- [13] 张发明, 李小霜. 区间信息下的主客方协作式群体评价方法及其应用[J]. 中国管理科学, 2016, (6): 143-150.
(Zhang F M, Li X S. A group evaluation method and application based on collaboration of subject and object under interval information[J]. Chinese J of Management Science, 2016, (6): 143-150.)
- [14] Qian Y, Liang J, Dang C. Interval ordered information systems[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(8): 1994-2009.
- [15] Sayadi M K, Heydari M, Shahanaghi K. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(5): 2257-2262.
- [16] Jahanshahloo G R, Lotfi F H, Izadikhah M. An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 175(2): 1375-1384.
- [17] 刘健, 刘思峰. 属性值为区间数的多属性决策对象排序研究[J]. 中国管理科学, 2010, 18(3): 90-94.
(Liu J, Liu S F. Research on the ranking of multiple decision object for attribute value within interval numbers[J]. Chinese J of Management Science, 2010, 18(3): 90-94.)
- [18] 刘琳, 陈云翔, 葛志浩. 基于正态分布区间数的概率测度及多属性决策[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(4): 652-654.
(Liu L, Chen Y X, Ge Z H. Probability measure of interval-number based on normal distribution and multi-attribute decision making[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(4): 652-654.)
- [19] 汪新凡, 肖满生. 基于正态分布区间数的信息不完全的群决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(10): 1494-1498.
(Wang X F, Xiao M S. Approach of group decisionmaking based on normal distribution interval numbers with incomplete information.[J]. Control and Decision, 2010, 25(10): 1494-1498.)
- [20] 徐改丽, 吕跃进. 基于正态分布区间数的多属性决策方法[J]. 系统工程, 2011, 29(9): 120-123.
(Xu G L, Lv Y J. Approach of multi-attribute decision-making based on normal distribution interval number[J]. Systems Engineering, 2011, 29(9): 120-123.)
- [21] 姜广田, 樊治平, 刘洋, 等. 一种具有正态随机变量的多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1187-1191.
(Jiang G T, Fan Z P, Liu Y, et al. Method for multipleattribute decision making with normal random variables[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1187-1191.)
- [22] 王坚强, 任剑. 基于WC-OWA算子的随机多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 1429-1432.
(Wang J Q, Ren J. Stochastic multi-criteria decision-making method based on WC-OWA operator[J]. Control and Decision, 2007, 22(12): 1429-1432.)
- [23] 周文坤. 基于偏差的不确定型属性决策的综合集成方法[J]. 运筹与管理, 2006, 15(5): 54-58.
(Zhou W K. Integrated method of uncertain multi-attribute decision-making based on total difference deviations[J]. Operations Research and Management Science, 2006, 15(5): 54-58.)
- [24] 吴赣昌. 概率论与数理统计[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2006: 57-59.
(Wu G C. Probability and mathematical statistics[M]. Beijing: China Renmin University Press, 2006: 57-59.)
- [25] Almeida-Dias J, Figueira J R, Roy B. Electre, Tri-C: A multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions[J]. European J of Operational Research, 2010, 204(3): 565-580.
- [26] Xu Z S, Da Q L. The uncertain OWA operator[J]. Int J of Intelligent Systems, 2002, 17(6): 569-575.
- [27] 易平涛, 郭亚军, 张丹宁. 密度加权平均中间算子及其在多属性决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 515-519.
(Yi P T, Guo Y J, Zhang D N. Density weighted averaging middle operator and application in multi-attribute decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(5): 515-519.)
- [28] 易平涛, 李伟伟, 郭亚军, 等. 诱导密度算子及其性质分析[J]. 系统管理学报, 2011, 20(5): 527-532.
(Yi P T, Li W W, Guo Y J, et al. Induced density operator and its roperties[J]. J of Systems andp Management, 2011, 20(5): 527-532.)
- [29] 吴今培, 孙德山. 现代数据分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 59-64.
(Wu J P, Sun D S. Modern data analysis[M]. Beijing: Chinaã Machineã Press, 2006: 59-64.)