第 33 卷 第 12 期
2018 年 12 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.33 No.12
Dec. 2018

文章编号: 1001-0920(2018)12-2258-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2017.1150

基于克莱姆法则的无偏区间灰数预测模型及其应用

李树良[†], 曾 波, 孟 伟

(重庆工商大学 商务策划学院，重庆 400067)

摘 要: 以提高区间灰数预测模型的精度为目的,构建标准化区间灰数“白部序列”及“灰部序列”的无偏灰色预测模型,应用克莱姆法则研究该模型的参数估计方法,并推导出该模型的时间响应式及最终还原式. 最后,将该模型应用于城市外来工数量的模拟及预测,并将结果与既有方法进行比较. 结果显示,新构建的灰色模型性能优于传统的区间灰数预测模型. 该研究成果对丰富和完善区间灰数预测模型方法体系具有积极意义.

关键词: 灰色系统；预测模型；区间灰数；无偏建模；参数估计；克莱姆法则

中图分类号: N941.5；C921 **文献标志码:** A

Unbiased grey prediction model of interval grey numbers and its application by using Cramer rule

LI Shu-liang[†], *ZENG Bo*, *MENG Wei*

(College of Business Planning，Chongqing Technology and Business University，Chongqing 400067，China)

Abstract: Based on the white sequence and grey sequence of an interval grey number sequence of standardization, two new unbiased grey prediction models are built respectively in order to improve the accuracy of the interval grey number prediction model. The method of parameter estimation of the model is studied, and its time response expression and the final restored expression are deduced by using Cramer rule. Finally, the proposed model is applied to forecast the number of urban migrant workers, and compared with the existing method. The results show that the performance of the proposed grey model is superior to the traditional prediction model of interval grey number. The result has a positive significance on enriching and perfecting the system of the interval grey number prediction model methods.

Keywords: grey system；prediction model；interval grey number；unbiased modeling；parameters estimation；Cramer rule

0 引 言

20世纪80年代,邓聚龙教授提出的灰色理论给处理“小数据、不确定性”决策、预测问题提供了新的定量研究方法. 在灰色理论中,灰数是最基本的表示单元或“细胞”[1]. 目前,由于区间灰数代数运算体系尚不完善,导致区间灰数运算结果灰度增加,从而难以有效构建面向区间灰数的灰色预测模型. 因此,灰色预测模型长期以来主要以“实数”为研究对象.

为了解决以上问题,Fang等[2]提出了标准区间灰数和第一、第二标准区间灰数的概念,并在此基础上构建了基于一个变量、一阶方程的区间灰数预测模型(Grey model),即GM(1, 1). Guo等[3]结合动力系统自忆性原理克服了传统灰色预测模型对初值比较敏感的弱点,构建了基于合成灰数灰度的区间灰数自忆性耦合预测模型. Tong等[4]学者对面向区间灰数与离散灰数的双重灰色异构时序数据预测建模方法进行了研究. Meng等[5]基于区间灰数标准化处理的研究思路,将区间灰数分解成基于实数形式的“白部”和“灰部”,并以DGM(1, 1)模型(Discrete grey model)为基础,推导并构建了基于区间灰数标准化的区间灰数预测模型. Zeng等[6-7]提出了灰色预测模型的无偏性及有效性等基本概念,并建立了基于核和面积的离散灰数预测模型. Ye等[8]、Dang等[9]分别通过灰度不减公理、优化灰导数和背景值研究得到了无偏非齐次灰色预测模型的建模方法. Wan等[10]、An等[11]、Li等[12]、Li等[13]运用新维无偏灰色模型、无偏

收稿日期: 2017-08-30；**修回日期:** 2017-11-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71771033)；教育部人文社科研究西部和边疆地区项目(18XJC630003)；重庆市教委科学技术研究计划项目(KJQN201800805)；重庆市社科规划委托项目(2016WT37).

责任编委: 刘民.

作者简介: 李树良(1980−), 男, 副教授, 硕士, 从事数量经济学、灰色系统理论的研究；曾波(1975−), 男, 教授, 博士后, 从事灰色系统理论、预测建模方法等研究.

[†]通讯作者. E-mail: lsl@ctbu.edu.cn

灰色Verhulst模型、无偏灰色马尔科夫模型分别对洞室围岩位移、铁路货运量、煤矿事故死亡人数进行预测,拓展了无偏灰数预测的应用领域.

灰色理论学者从不同角度基于不同方法对区间灰数及无偏灰色预测模型进行了大量研究,研究的共性是将区间灰数序列转换成等信息量的实数序列,并借助成熟的灰色实数预测模型实现对区间灰数“白化序列”的预测;在此基础上通过区间灰数白化转换的“逆过程”实现对区间灰数上界和下界的模拟与预测. 为了提高区间灰数预测模型的模拟精度,本文构建一个面向标准化区间灰数“白部序列”及“灰部序列”的无偏灰色预测模型,研究该模型的参数估计方法,推导该模型的时间响应式及最终还原式,进而构建区间灰数的无偏灰色预测模型. 最后将该模型应用于城市外来工数量的模拟与预测,并与既有方法进行比较. 结果显示,本文提出的新模型性能远优于既有的标准化区间灰数预测模型,从而验证了新模型的有效性.

1　标准化区间灰数的无偏建模

定义1　设区间灰数$\otimes_k\in[a_k,b_k](b_k\geqslant a_k,k=1,2,\cdots n,)$,则称

$$\otimes_k=a_k+c_k\mu(c_k=b_k-a_k,\mu\in[0,1])\tag{1}$$

为区间灰数$\otimes_k$的标准形式,通过标准形式表达的区间灰数称为标准区间灰数[5]. 其中: a_k为标准化区间灰数$\otimes_k$的“白部”, c_k为“灰部”, μ为区间灰数标准化系数.

定义2　设区间灰数序列$X(\otimes)=(\otimes_1,\otimes_2,\cdots,\otimes_n),\otimes_k\in[a_k,b_k],k=1,2,\cdots,n.$ 将$X(\otimes)$中的所有区间灰数表示成形如式(1)的标准形式,则标准形式中所有“白部”所构成的序列称为$X(\otimes)$的白部序列,所有“灰部”构成的序列称为$X(\otimes)$的灰部序列[5],即

$$X(\otimes)=(\otimes_1,\otimes_2,\cdots,\otimes_n)\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}A_\otimes=(a_1,a_2,\cdots,a_n),\\ C_\otimes=(c_1,c_2,\cdots,c_n),\end{cases}\tag{2}$$

其中$\otimes_k\in[a_k,b_k]=a_k+c_k\mu,k=1,2,\cdots,n.$

白部和灰部是标准化区间灰数的基本属性, 通过建立数学模型模拟区间灰数白部序列和灰部序列的发展趋势与动态特征, 即可实现对区间灰数序列未来演化规律的模拟及预测. 因此, 要实现对区间灰数序列的科学预测, 其关键是如何合理有效地构建区间灰数白部序列和灰部序列的预测模型. 为此, 本文采用无偏灰色预测建模方法研究区间灰数白部序列和灰部序列的预测问题.

定义3　设$A_\otimes=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$为区间灰数序列$X(\otimes)$的白化序列,其中$a_k\geqslant 0,k=1,2,\cdots n.$ $A_\otimes^{(1)}$为$A_\otimes$的1-AGO (Accumulating generation operator)一阶累加算子序列, 即

$$A_\otimes^{(1)}=(a_1^{(1)},a_2^{(1)},\cdots,a_n^{(1)}).$$

其中: $a_k^{(1)}=\sum_{i=1}^{k}a_i,k=1,2,\cdots n.$ $Z_\otimes^{(1)}$为$A_\otimes^{(1)}$的紧邻均值生成序列, 即

$$Z_\otimes^{(1)}=(z_2^{(1)},z_3^{(1)},\cdots,z_n^{(1)}).$$

其中: $z_k^{(1)}=0.5[a_k^{(1)}+a_{k-1}^{(1)}],k=2,3,\cdots,n.$ 则称

$$a_k+\beta_1z_k^{(1)}=\beta_2k+\beta_3$$

为$X(\otimes)$白部序列$A_\otimes$的无偏灰色模型(Unbiased grey model), 简称UGM_A(1,1)模型.

1.1　基于克莱姆法则的UGM_A(1,1)模型参数估计

由定义3可知

$$\begin{aligned}&a_k+\beta_1z_k^{(1)}=\beta_2k+\beta_3,\\&a_k^{(1)}-a_{k-1}^{(1)}+0.5\beta_1[a_k^{(1)}+a_{k-1}^{(1)}]=\beta_2k+\beta_3,\\&(1+0.5\beta_1)a_k^{(1)}=(1-0.5\beta_1)a_{k-1}^{(1)}+\beta_2k+\beta_3.\end{aligned}$$

整理得

$$a_k^{(1)}=\frac{1-0.5\beta_1}{1+0.5\beta_1}a_{k-1}^{(1)}+\frac{\beta_2}{1+0.5\beta_1}k+\frac{\beta_3}{1+0.5\beta_1}.\tag{3}$$

令

$$\delta_1=\frac{1-0.5\beta_1}{1+0.5\beta_1},\ \delta_2=\frac{\beta_2}{1+0.5\beta_1},\ \delta_3=\frac{\beta_3}{1+0.5\beta_1},$$

则式(3)可简化为

$$a_k^{(1)}=\delta_1a_{k-1}^{(1)}+\delta_2k+\delta_3.\tag{4}$$

设$\hat a_k^{(1)}$为$a_k^{(1)}$的模拟值,为使$a_k^{(1)}$的模拟误差最小,需满足

$$\begin{aligned}S=&\min\sum_{k=2}^{n}\left[a_k^{(1)}-\hat a_k^{(1)}\right]^2=\\&\min\sum_{k=2}^{n}\left[a_k^{(1)}-\delta_1a_{k-1}^{(1)}-\delta_2k-\delta_3\right]^2.\end{aligned}$$

根据最小二乘法,使S最小的δ_1、δ_2、δ_3应满足

$$\frac{\partial S}{\partial\delta_1}=-2\sum_{k=2}^{n}[a_k^{(1)}-\delta_1a_{k-1}^{(1)}-\delta_2k-\delta_3]a_{k-1}^{(1)}=0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial\delta_2}=-2\sum_{k=2}^{n}[a_k^{(1)}-\delta_1a_{k-1}^{(1)}-\delta_2k-\delta_3]k=0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial\delta_3}=-2\sum_{k=2}^{n}[a_k^{(1)}-\delta_1a_{k-1}^{(1)}-\delta_2k-\delta_3]=0.$$

整理得

$$\delta_1\sum_{k=2}^{n}[a_{k-1}^{(1)}]^2+\delta_2\sum_{k=2}^{n}[ka_{k-1}^{(1)}]+$$

$$\delta_3\sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}=\sum_{k=2}^{n}[a_k^{(1)}a_{k-1}^{(1)}],$$

$$\delta_1\sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)}+\delta_2\sum_{k=2}^{n}k^2+\delta_3\sum_{k=2}^{n}k=\sum_{k=2}^{n}ka_k^{(1)},$$

$$\delta_1\sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}+\delta_2\sum_{k=2}^{n}k+\delta_3(n-1)=\sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)}. \quad (5)$$

在方程组(5)中,有δ_1、δ_2、δ_3为未知数,根据克莱姆法则(Cramer rule),

$$D=\begin{vmatrix}\sum_{k=2}^{n}[a_{k-1}^{(1)}]^2 & \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}\\ \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k^2 & \sum_{k=2}^{n}k\\ \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k & n-1\end{vmatrix},$$

$$D_1=\begin{vmatrix}\sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)}a_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}\\ \sum_{k=2}^{n}ka_k^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k^2 & \sum_{k=2}^{n}k\\ \sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k & n-1\end{vmatrix},$$

$$D_2=\begin{vmatrix}\sum_{k=2}^{n}[a_{k-1}^{(1)}]^2 & \sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)}a_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}\\ \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}ka_k^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k\\ \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)} & n-1\end{vmatrix},$$

$$D_3=\begin{vmatrix}\sum_{k=2}^{n}[a_{k-1}^{(1)}]^2 & \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}a_k^{(1)}a_{k-1}^{(1)}\\ \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k^2 & \sum_{k=2}^{n}ka_{k-1}^{(1)}\\ \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)} & \sum_{k=2}^{n}k & \sum_{k=2}^{n}a_{k-1}^{(1)}\end{vmatrix}.$$

若$D\neq 0$,则非齐次方程组(5)的解为

$$\delta_1=\frac{D_1}{D},\ \delta_2=\frac{D_2}{D},\ \delta_3=\frac{D_3}{D}.$$

将δ_1、δ_2、δ_3代入,有

$$\delta_1=\frac{1-0.5\beta_1}{1+0.5\beta_1},\ \delta_2=\frac{\beta_2}{1+0.5\beta_1},\ \delta_3=\frac{\beta_3,}{1+0.5\beta_1},$$

可推导参数β_1、β_2、β_3为

$$\beta_1=\frac{2-2\delta_1}{1+\delta_1},\ \beta_2=\frac{2\delta_2}{1+\delta_1},\ \beta_3=\frac{2\delta_3}{1+\delta_1}.$$

UGM_A(1,1)模型能实现齐次/非齐次指数序列及线性函数的无偏模拟,证明过程与该模型的参数估计方法类似,此处不再赘述.

1.2 UGM_A(1,1)模型最终还原式的推导

由式(4)可知,当$k=2$时

$$\hat{a}_2^{(1)}=\delta_1\hat{a}_1^{(1)}+2\delta_2+\delta_3; \quad (6)$$

当$k=3$时

$$\hat{a}_3^{(1)}=\delta_1\hat{a}_2^{(1)}+3\delta_2+\delta_3. \quad (7)$$

将式(6)代入(7),得

$$\hat{a}_3^{(1)}=\delta_1^2\hat{a}_1^{(1)}+\delta_1(2\delta_2+\delta_3)+(3\delta_2+\delta_3). \quad (8)$$

当$k=4$时

$$\hat{a}_4^{(1)}=\delta_1^3\hat{a}_1^{(1)}+\delta_1^2(2\delta_2+\delta_3)+\delta_1(3\delta_2+\delta_3)+(4\delta_2+\delta_3); \quad (9)$$

$$\vdots$$

当$k=m$时

$$\hat{a}_m^{(1)}=\delta_1^{m-1}\hat{a}_1^{(1)}+\delta_1^{m-2}(2\delta_2+\delta_3)+\delta_1^{m-3}(3\delta_2+\delta_3)+\cdots+\delta_1^1((m-1)\delta_2+\delta_3)+\delta_1^0(m\delta_2+\delta_3). \quad (10)$$

式(10)可进一步简写为

$$\hat{a}_m^{(1)}=\hat{a}_1^{(1)}\delta_1^{m-1}+\sum_{i=0}^{m-2}[(m-i)\delta_2+\delta_3]\delta_1^i. \quad (11)$$

式(11)称为UGM_A(1,1)模型的时间响应式. 显然,由定义3可知

$$\hat{a}_m=\hat{a}_m^{(1)}-\hat{a}_{m-1}^{(1)}=\hat{a}_1^{(1)}\delta_1^{m-1}+\sum_{i=0}^{m-2}[(m-i)\delta_2+\delta_3]\delta_1^i-\hat{a}_1^{(1)}\delta_1^{m-2}-\sum_{i=0}^{m-3}[(m-i-1)\delta_2+\delta_3]\delta_1^i.$$

推导得

$$\hat{a}_m=\vartheta\delta_1^{m-2}+\sum_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i,\ m=3,4,\cdots n, \quad (12)$$

其中

$$\vartheta=\hat{a}_1^{(1)}(\delta_1-1)+2\delta_2+\delta_3.$$

式(12)称为UGM_A(1,1)模型的最终还原式,ϑ称为UGM_A(1,1)模型的初始值. 类似地,可以构建$X(\otimes)$灰部序列$C_\otimes$的无偏灰色预测模型(Unbiased grey model),简称UGM_C(1,1)模型,如下所示:

$$\hat{c}_m=\sigma\alpha_1^{m-2}+\sum_{v=0}^{m-3}\alpha_2\alpha_1^v,\ m=3,4,\cdots n. \quad (13)$$

其中:σ为UGM_C(1,1)模型初始值,$\sigma=\hat{c}_1^{(1)}(\alpha_1-1)+2\alpha_2+\alpha_3$;参数$\alpha_1$、$\alpha_2$、$\alpha_3$的推导过程与UGM_A(1,1)模型类似,此处不再赘述.

1.3 区间灰数预测模型的构建

由定义1可知

$$\otimes_m \in [a_m, b_m] = a_m + c_m\mu.$$

根据区间灰数"白部"的UGM_A(1, 1)模型及"灰部"的UGM_C(1, 1)模型,可作如下推导:

$$\begin{cases} \hat{a}_m = \vartheta\delta_1^{m-2} + \sum\limits_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i, \\ \hat{c}_m = \sigma\alpha_1^{m-2} + \sum\limits_{v=0}^{m-3}\alpha_2\alpha_1^v, \\ \hat{c}_m = \hat{b}_m - \hat{a}_m. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \hat{a}_m = \vartheta\delta_1^{m-2} + \sum\limits_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i, \\ \hat{b}_m = \sigma\alpha_1^{m-2} + \sum\limits_{v=0}^{m-3}\alpha_2\alpha_1^v + \vartheta\delta_1^{m-2} + \sum\limits_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i. \end{cases} \tag{14}$$

即

$$\otimes_m \in [a_m, b_m] = \Big[\vartheta\delta_1^{m-2} + \sum_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i, \sigma\alpha_1^{m-2} + \sum_{v=0}^{m-3}\alpha_2\alpha_1^v + \vartheta\delta_1^{m-2} + \sum_{i=0}^{m-3}\delta_2\delta_1^i\Big],\ m = 3, 4, \cdots, n.$$

式(14)称为标准区间灰数的无偏预测模型,简称UGM_AC(1, 1)模型.

2 模型应用

城市外来工数量受到许多因素的影响,如城市发展水平、产业结构、消费水平、地理位置、气候环境甚至生活习惯等,具有不确定性、随机性、非线性等特点,有着明显的"灰因"特征. 本部分将应用所提出的无偏区间灰数预测模型UGM_AC(1, 1)对城市外来工数量进行模拟与预测,并将模拟结果与既有的标准化区间灰数预测模型[5]的模拟结果进行比较,在此基础上对城市外来工数量进行预测. 已知某市2003~2009年外来工数量,如表1所示.

表1　某市2003～2009年外来工数量[5]　　万人

年份	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
外来工数量	[49, 58]	[58, 70]	[75, 88]	[89, 103]	[114, 132]	[135, 155]	[161, 183]

根据表1,可得该市2003~2009年外来工数量的区间灰数序列,即

$$X(\otimes) = (\otimes_1, \otimes_2, \otimes_3, \otimes_4, \otimes_5, \otimes_6\otimes_7) = ([49, 58], [58, 70], [75, 88], [89, 103], [114, 132], [135, 155], [161, 183]).$$

下面构建$X(\otimes)$的模拟及预测模型,具体步骤如下.

Step 1: 区间灰数的标准化.

由定义1和式(2),可得:

白部序列

$$A_\otimes = (49, 58, 75, 89, 114, 135, 161);$$

灰部序列

$$C_\otimes = (9, 12, 13, 14, 18, 20, 22).$$

Step 2: 序列$A_\otimes$及$C_\otimes$的模型构建.

构建白部序列$A_\otimes$及灰部序列$C_\otimes$的无偏灰色预测模型,同时为了比较模型的模拟误差,按照文献[5]对区间灰数序列$X(\otimes)$进行模拟,模拟值及模拟误差如表2所示.

表2　城市外来工数量的模拟值及模拟误差[5]

序号	下界(a_m)	UGM_A(1,1)		文献[5]		上界(b_m)	UGM_C(1,1)		文献[5]	
		模拟值	模拟误差/%	模拟值	模拟误差/%		模拟值	模拟误差/%	模拟值	模拟误差/%
2	58	57.9	0.1724	61.1	5.3448	70	69.4	0.8571	72.7	3.8571
3	75	73.8	1.6000	74.4	0.8000	88	87.0	1.1364	87.6	0.4545
4	89	91.8	3.1461	90.6	1.7978	103	106.9	3.7864	105.7	2.6214
5	114	112.1	1.6667	110.3	3.2456	132	129.4	1.9697	127.5	3.4091
6	135	135.1	0.0741	134.3	0.5185	155	154.7	0.1935	153.9	0.7097
7	161	161.2	0.1242	163.5	1.5528	183	183.5	0.2732	185.8	1.5301
平均误差/%			1.1306		2.2099	平均误差		1.3694		2.0970

Step 3: 城市外来工数量的区间灰数预测模型.

由Step 1和Step 2可知,白部序列和灰部序列UGM_AC(1, 1)模型的模拟误差均介于1%～5%之间,根据精度等级检验参照表[5],模拟精度接近1级,可用于预测. 整理后的城市外来工数量的区间灰数预测模型如下:

$$\hat{\otimes}_m \in [\hat{a}_m, \hat{b}_m] \Rightarrow$$

$$\begin{cases}\hat{a}_m=\vartheta(-0.123\,9)^{m-2}+\\ \qquad \sum\limits_{i=0}^{m-3}7.691\,9\times(-0.123\,9)^i,\\ \hat{b}_m=\sigma(-0.103\,8)^{m-2}+\\ \qquad \sum\limits_{v=0}^{m-3}0.447\,2\times(-0.103\,8)^v+\hat{a}_m,\\ \qquad m=3,4,\ldots,n.\end{cases} \tag{15}$$

Step 4: 城市外来工数量预测.

根据式(15),当$m\in\{8,9,10,11,12\}$时,可预测未来5年该城市外来工数量,预测结果如表3所示.

表3 某市未来5年外来工数量[5] 万人

m	8	9	10	11	12
外来工数量	[190.7, 215.9]	[224.0, 252.4]	[261.8, 293.8]	[304.6, 340.5]	[353.1, 393.5]

Step 5: 预测方法与结果比较.

从区间灰数的预测方法来看: 文献[5]主要是通过对区间灰数进行标准化处理,将区间灰数分解成基于实数形式的“灰部序列”和“白部序列”,分别建立两个序列的离散灰色DGM(1, 1)模型,从而推导、还原得到区间灰数的离散预测模型,最后用于外来工数量预测;而本文构建的面向标准化区间灰数“白部序列”及“灰部序列”的无偏灰色预测模型UGM_AC(1, 1),运用克莱姆法则研究该模型的参数估计方法并推导出它的时间响应式及最终还原式,进而构建区间灰数的无偏灰色预测模型用于外来工数量预测. 从模拟及预测结果的对比情况看,UGM_AC(1, 1)模型要优于传统的DGM(1, 1)模型. 根据精度等级检验参照表[1],传统的DGM(1, 1)模型模拟精度属于2级,而UGM_AC(1, 1)模型模拟精度接近1级;从平均模拟误差看,UGM_AC(1, 1)模型的预测平均误差下界为1.130 6 %、上界为1.369 4 %,均低于DGM(1, 1)模型预测的下界(2.209 9 %)、上界(2.097 0 %)的平均误差. 这足以说明无偏灰色预测模型UGM_AC(1, 1)优于传统的离散灰色模型DGM(1, 1).

3 结 论

由于区间灰数运算体系不够完善,灰数间的代数运算将会增加区间灰数的灰度,导致目前尚无法直接构建基于“区间灰数”的灰色预测模型. 目前已有的区间灰数预测模型本质上都是建立在区间灰数白化序列基础上的单变量灰色预测模型,通过区间灰数序列与实数序列的“无损转换”来实现对区间灰数的近似模拟及预测. 为此,本文研究了标准化区间灰数“白部序列”及“灰部序列”的无偏灰色预测建模方法,构建了区间灰数的无偏灰色预测模型. 最后,将该模型应用于城市外来工的模拟与预测,所得结果验证了该模型性能优于传统的区间灰数预测模型. 如何通过优化无偏灰色预测模型初始值、背景值、累加阶数等措施来进一步对区间灰数预测模型进行深入研究,将是下一步主要研究的方向.

参考文献(References)

[1] Liu S F, Forrest J, Yang Y J. A brief introduction to grey systems theory[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2012, 2(2): 89-104.

[2] Fang Z G, Liu S F, Lu F, et al. Study on improvement of token and arithmetic of interval grey number and its GM (1, 1) model[J]. Engineering Science, 2005, 7(2): 57-61.

[3] Guo X J, Liu S F, Fang Z G. Self-memory prediction model of interval grey number based on grey degree of compound grey number[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(6): 1124-1129.

[4] Tong M Y, Zhou X H, Huang H. Research on prediction modeling method of double heterogeneous date sequence based on interval grey number and discrete grey number[J]. Statistics & Information Tribune, 2014, 29(10): 3-8.

[5] Meng W, Liu S F, Zeng B. Standardization of interval grey number and research on its prediction modeling and application[J]. Control and Decision, 2012, 27(5): 773-776.

[6] Zeng B, Li C, Chen G, et al. Equivalency and unbiasedness of grey prediction models[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2015, 26(2): 110-118.

[7] Zeng B, Liu S F, Meng W. Prediction model of discrete grey number based on kernels and areas[J]. Control and Decision, 2011, 26(9): 1421-1424.

[8] Ye J, Dang Y G, Ding S. Grey prediction model of interval grey numbers based on axiom of generalized non-decrease grey degree[J]. Control and Decision, 2016, 31(10): 1831-1836.

[9] Dang Y G, Liu Z, Ye J. Direct modeling method of unbiased non-homogeneous grey prediction model[J]. Control and Decision, 2017, 32(5): 823-828.

[10] Wan C, Li J F. Displacement prediction of cavern surrounding rock based on the buffer operator revised metabolism unbiased grey model[J]. Modern Tunnelling Technology, 2017, 54(2): 81-86.

[11] An Y E, Bao X Y, Wang Q C. Railway freight volume forecasting based on unbiased grey verhulst model[J]. J of Railway Science and Engineering, 2016, 13(1): 181-186.

[12] Li H X, Che D D, Li Y. Prediction of coal mine deaths based on unbiased grey Markov model[J]. Safety in Coal Mines, 2016, 47(1): 224-226.

[13] Li J, Song T B, Wang Y R. Prediction of death toll in coal mine accidents based on improved unbiased grey Markov model[J]. Coal Technology, 2017, 8: 318-320.

（责任编辑：李君玲）