

考虑参数不确定性的移动机器人轨迹跟踪控制

顾万里^{1,2}, 胡云峰^{1,2†}, 宫 洵³, 蔡 硕², 陈 虹^{1,2}

(1. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130025; 2. 吉林大学
通信工程学院, 长春 130025; 3. 密歇根大学 航空航天工程系, 安娜堡 48105)

摘 要: 针对移动机器人系统中轮胎半径和轮胎间距存在的参数不确定性问题, 提出自适应轨迹跟踪控制方法. 首先, 推导适合进行自适应控制器设计的系统误差模型, 将原有控制问题转化为不确定参数的自适应更新率和虚拟控制输入的设计问题; 然后, 针对系统中的不确定性参数, 设计自适应更新率对其进行在线估计, 并设计虚拟的控制输入, 得到移动机器人驱动电机的左右轮转速; 其次在 Lyapunov 稳定性框架下证明闭环跟踪误差系统的渐近稳定性和估计误差系统的稳定性; 最后通过仿真和实验表明, 所提出方法能够通过在线学习估计出参数真实值, 使得实际运行轨迹收敛到参考轨迹, 同时表明所提出方法能够抑制系统参数不确定性对控制系统的影响.

关键词: 移动机器人; 参数不确定性; 自适应; 轨迹跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Trajectory tracking control of mobile robot with parameter uncertainties

GU Wan-li^{1,2}, HU Yun-feng^{1,2†}, GONG Xun³, CAI Shuo², CHEN Hong^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130025, China;
2. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China; 3. Department of
Aerospace Engineering, Michigan University, Ann Arbor 48105, USA)

Abstract: In order to improve the motion control accuracy of mobile robots, this paper proposes an adaptive tracking control method for mobile robots, considering the uncertainty of tire radius and tire pitch. Firstly, a kinematic based system error model for adaptive controller design is derived, and the original control problem is transformed into the design of adaptive updating rate and virtual control input. Then, in order to do with the uncertainty of tire radius and tire pitch in the system, an adaptive method is used to estimate it online, and a virtual control input is designed. By combining the virtual control input with the adaptive estimation algorithm, the left and right wheel speed of the driving motor is obtained. At the same time, it is proved that the closed-loop system is asymptotic stable and the estimation error is bounded in the Lyapunov framework. Finally, the simulation and experimental results show that, the proposed method can estimate the true values of these parameters by online learning, which makes the actual trajectory converge to the reference trajectory, and shows that the proposed method can suppress the influence of the system parameters variation on the control performance.

Keywords: mobile robots; parameter uncertainties; adaptive; trajectory tracking control

0 引 言

随着科学技术的发展,移动机器人在农业^[1]及工业^[2]等领域已得到广泛应用,这也促进了对运动控制问题的广泛研究.

移动机器人系统是一类典型的非完整系统,其跟踪控制器设计一直是难点^[3-5]. 已有的研究成果主要是假设系统的参数已知,采用基于模型的非线性控

制方法设计跟踪控制器,如反步法^[6-7]、反馈线性化方法^[8]、滑模控制方法^[9]等. 在实际应用过程中,由于移动机器人本体受负载变化以及轮胎磨损的影响,轮胎半径会发生变化. 另外,在不同平台间,轮胎间距也不同,且测量往往存在测量误差. 因此,为了提高移动机器人的运动控制精度,研究人员针对移动机器人的参数不确定性,提出了基于不确定参数在

收稿日期: 2017-07-25; 修回日期: 2017-09-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61703177); 吉林省科技厅项目 (20170520067JH); 吉林省教育厅项目 (JKH20170801KJ).

责任编委: 高会军.

作者简介: 顾万里 (1988—), 男, 博士生, 从事移动机器人控制与电机控制的研究; 陈虹 (1963—), 女, 教授, 博士生导师, 从事模型预测控制、非线性控制及汽车控制等研究.

†通讯作者. E-mail: huyf@jlu.edu.cn.

线辨识的自适应控制器设计方法. 目前的方法主要基于系统的动力学模型展开研究. 文献[10]采用自适应模糊滑模控制方法设计了轨迹跟踪控制律. 文献[11]采用Backstepping积分方法,通过逐步递推选择适当的Lyapunov函数,设计了基于状态反馈的自适应控制器. 文献[12]结合运动学控制器和自适应模糊控制器设计了轨迹跟踪控制律. 文献[13]基于神经网络技术,设计了鲁棒自适应Backstepping控制器. 该类方法将轮胎半径等不确定参数引入到移动机器人执行器的动力学模型中,进而利用执行器动力学模型设计估计器在线辨识不确定参数,该方法的优点是能够避开运动学模型中的非完整约束,比较容易实现. 但是,现有的移动机器人开发平台(如先锋机器人、新松机器人)中控制输入为驱动电机的转速,因此,只能基于运动学模型设计跟踪控制器和在线辨识不确定参数. 文献[14]基于运动学模型设计了考虑参数不确定性的自适应控制器,该方法无法保证自适应参数的有界性,且无法证明系统跟踪偏差的渐近收敛性. 由于受到运动学模型中非完整约束的限制,基于运动学模型的自适应控制器的设计与分析有较大难度,该方面的研究文献较少. 综上,研究基于运动学模型的移动机器人自适应跟踪控制器设计方法具有明确的工程意义和重要的学术价值.

本文基于移动机器人运动学模型,考虑轮胎半径等参数不确定性,设计自适应轨迹跟踪控制器,并采用Lyapunov方法证明跟踪误差系统的渐近稳定性. 仿真和实验表明,所提出方法能够通过在线学习,估计出参数真实值,使得实际运行轨迹收敛到参考轨迹,同时表明所提出方法能够抑制系统参数不确定性对控制系统的影响.

1 问题描述与面向控制的模型推导

1.1 问题描述

本文以Unicycle型移动机器人为研究对象,主要由两个独立驱动轮和一个万向随动轮组成. 假设驱动中心与质心重合,定义其在大地坐标系下的坐标为 (x, y) ,驱动轮直径为 r ,间距为 $2b$. θ 为机器人的位姿角, ω 为以垂直轴 Z 为转动中心轴的转动角速度, v 为机器人运动过程中的瞬时线速度. 轮式移动机器人运动学方程可以描述^[4,15]为

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \theta, \\ \dot{y} &= v \sin \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega.\end{aligned}\quad (1)$$

对于移动机器人系统,通常将 v, ω 作为虚拟的控

制输入进行控制器设计. 上述移动机器人运动学方程需要进行矩阵变换,将虚拟的控制输入转换为移动机器人系统的真实控制输入,即左右轮驱动电机转速,其对应关系可表示为

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{b}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{b}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (2)$$

利用轮式移动机器人的运动学方程(1)和矩阵变换(2)可以进行控制系统的设计,但是,在实际应用过程中,当轮式移动机器人的负载或轮胎胎压发生变化时,会使轮胎产生不同程度的变形,导致轮胎半径 r 发生变化,即矩阵变换中轮胎半径 r 存在不确定性. 另外,矩阵变换中轮胎间距 b 也存在不确定性,例如在多台机器人编队控制中,不同机器人的轮胎间距会存在差异等. 综上所述,本文针对轮式移动机器人系统轮胎半径和轮胎间距离存在不确定性的问题,通过对不确定性参数进行在线辨识,设计了自适应轨迹跟踪控制器,使得移动机器人能够跟踪参考轨迹,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_r - x| + |y_r - y| + |\theta_r - \theta| = 0, \quad (3)$$

其中 x_r, y_r, θ_r 为参考轨迹,且满足

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= v_r \cos \theta_r, \\ \dot{y}_r &= v_r \sin \theta_r, \\ \dot{\theta}_r &= \omega_r,\end{aligned}\quad (4)$$

v_r, ω_r 为参考线速度和角速度.

1.2 面向控制的模型推导

上一节给出了本文控制问题的具体描述,下面针对移动机器人的欠驱动特性,通过模型变换推导适合基于运动学模型进行自适应控制器设计的误差模型. 为了方便进行控制器设计,将惯性坐标系下定义的跟踪误差转换到车身坐标系,转换关系为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由此得到误差方程为

$$\begin{aligned}\dot{x}_e &= \omega y_e - v + v_r \cos \theta_e, \\ \dot{y}_e &= -\omega x_e + v_r \sin \theta_e, \\ \dot{\theta}_e &= w_r - w.\end{aligned}\quad (6)$$

移动机器人具有欠驱动特性,对于文献中广泛采用的误差方程(6),当 (x_e, θ_e) 收敛到0时, y_e 将不可控. 因此,基于误差模型(6)进行控制器设计过程中,必须通过 x_e 或 θ_e 证明 y_e 能够收敛到0,这增加了自适应控制器设计的难度. 为了克服该不足,定义新的误

差变量^[16-17]为

$$\phi_e = \theta_e + \arcsin\left(\frac{k(t)y_e}{\sqrt{1+x_e^2+y_e^2}}\right). \quad (7)$$

其中: $k(t) = \lambda_1 v_r$, λ_1 为大于零的常数, 满足 $\lambda_1 |v_r|_{\max} \leq 1$, $|v_r|_{\max}$ 为 $|v_r|$ 的最大值. 由此可以保证 $k(t) \leq 1$.

由等式变换(7), 首先求解出 $\sin \theta_e$ 和 $\cos \theta_e$ 的表达式, 进一步将 $\cos \theta_e$ 代入方程(6)的第1式, 将 $\sin \theta_e$ 代入第2式进行推导, 并在此基础上, 对式(7)两边求导, 整理可得变换后的模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega y_e + v + f_1 \\ -\omega x_e - \frac{k(t)v_r y_e}{l_1} + f_2 \\ \omega \left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right) + f_3 - v \frac{k(t)x_e y_e}{l_1^2 l_2} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} l_1 &= \sqrt{1+x_e^2+y_e^2}, \\ l_2 &= \sqrt{1+x_e^2+(1-k^2(t))y_e^2}, \\ f_1 &= -\frac{v_r \cos \phi_e l_2}{l_1} - \frac{v_r k(t)y_e \sin \phi_e}{l_1}, \\ f_2 &= -\frac{v_r (\cos \phi_e - 1)l_2}{l_1} - \frac{v_r k(t)y_e \sin \phi_e}{l_1}, \\ f_3 &= -\omega_r + \frac{\dot{k}(t)y_e + k(t)f_2 - k(t)(x_e f_1 + y_e f_2)/l_1^2}{l_2}. \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可知, 由于在误差系统 y_e 中引入了 $-\frac{k(t)v_r y_e}{l_1}$, 可以保证当 (x_e, θ_e) 收敛到0时, y_e 是可稳的. 同时, 由式(7)可知, 当 y_e, ϕ_e 收敛到0时, 有 θ_e 收敛到0. 进而, 将式(6)的控制器设计与分析问题转化为式(8)的控制器设计与分析问题. 如果矩阵变换(2)中参数 r, b 可以精确测量或计算, 则可以直接利用矩阵变换(2)和虚拟控制输入获得系统真实的控制输入 u_r, u_l . 但是, 由于参数 r, b 存在不确定性, 需要对其进行在线估计以确定矩阵变换.

令 $1/r = \alpha, b/r = \beta$, 定义 $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha, \tilde{\beta} = \hat{\beta} - \beta$ 表示参数的估计偏差, $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ 表示 α, β 的估计值, 有

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ \hat{\alpha} & -\hat{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_f \\ \omega_f \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中 v_f, ω_f 表示当矩阵变换中 α, β 用 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ 表示时对应的虚拟控制输入.

进一步, 对式(10)进行变换可以得到

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{\tilde{\beta}}{\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_f \\ \omega_f \end{bmatrix}. \quad (11)$$

将式(11)代入(8), 整理得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \\ \dot{\phi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\omega_f + \frac{\tilde{\beta}}{\beta}\omega_f\right)y_e + \left(v_f + \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}v_f\right) + f_1 \\ -\left(\omega_f + \frac{\tilde{\beta}}{\beta}\omega_f\right)x_e - \frac{k(t)v_r y_e}{l_1} + f_2 \\ \left(\omega_f + \frac{\tilde{\beta}}{\beta}\omega_f\right)\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right) + f_3 - \left(v_f + \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}v_f\right)\frac{k(t)x_e y_e}{l_1^2 l_2} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

综上, 通过上述等式变换和变量替换, 系统(1)、(2)含有不确定参数的轨迹跟踪控制器设计问题可以转化为系统(12)中 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ 自适应更新率和虚拟控制输入 v_f, ω_f 的设计问题, 以及闭环系统的稳定性分析问题.

2 移动机器人自适应跟踪控制器设计

本节主要设计不确定参数的自适应更新率和虚拟控制输入, 以保证闭环系统的稳定, 进而得到真正的控制输入.

首先, 设计不确定参数的自适应更新率. 为了保证估计参数的有界性, 给出以下映射:

$$\text{Proj}_{\hat{P}}(\cdot) = \begin{cases} 0, & \hat{P} = P_{\max}, \cdot > 0; \\ 0, & \hat{P} = P_{\min}, \cdot < 0; \\ \cdot, & \text{Otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

其中 $P_{\max}, P_{\min}$ 分别为参数估计值 $\hat{P}$ 的最大值和最小值.

给定如下自适应更新率:

$$\dot{\hat{P}} = \text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma\tau), \quad P_{\min} \leq \hat{P}(0) \leq P_{\max}, \quad (14)$$

其中: Γ 为自适应增益; 参数 P 既可以表示 α , 也可以表示 β . 得到

$$\begin{aligned} \hat{P} &\in \Omega_{\hat{P}} \triangleq \{\hat{P} : P_{\min} \leq \hat{P} \leq P_{\max}\}, \\ \tilde{P}^T(\Gamma^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma\tau) - \tau) &\leq 0, \quad \forall \tau. \end{aligned} \quad (15)$$

根据定义(13)容易证明式(15)的第1式成立. 下面证明另一个不等式也成立.

1) 如果 $\hat{P}_i = P_{i\max}$ 和 $\cdot_i = \Gamma_{ii}\tau_i > 0$ 成立, 则得到 $\tilde{P}_i \geq 0$, 且 $\tilde{P}_i(\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i) = -\tilde{P}_i\tau_i \leq 0$;

2) 如果 $\hat{P}_i = P_{i\min}$ 和 $\cdot_i = \Gamma_{ii}\tau_i < 0$ 成立, 则得到 $\tilde{P}_i \leq 0$, 且 $\tilde{P}_i(\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i) = -\tilde{P}_i\tau_i \leq 0$;

3) 否则, 则得到 $\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i = 0$ 且 $\tilde{P}_i(\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i) = -\tilde{P}_i\tau_i = 0$.

根据以上分析,可以得到

$$\begin{aligned}\tilde{P}_i(\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_{\hat{P}}(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i) &= -\tilde{P}_i\tau_i \leq 0, \\ i &= 0, 1, 2, 3.\end{aligned}$$

对以上不等式进行线性组合,得到

$$\begin{aligned}\tilde{P}_T(\Gamma^{-1}\text{Proj}_P(\Gamma\tau)) &= \\ \sum_{i=0}^{i=3} \tilde{P}_i(\Gamma_{ii}^{-1}\text{Proj}_P(\Gamma_{ii}\tau_i) - \tau_i) &\leq 0,\end{aligned}$$

因此上述结论成立.

由式(15)可见,估计参数是有界的,且式(15)将有助于后文的稳定性分析.

针对式(10),设计不确定参数的自适应更新率为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\alpha}} &= \text{Proj}_{\hat{\alpha}}(\Gamma_{\alpha}\tau_{\alpha}), \\ \dot{\hat{\beta}} &= \text{Proj}_{\hat{\beta}}(\Gamma_{\beta}\tau_{\beta}).\end{aligned}\quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned}\tau_{\alpha} &= -v_f\left(\frac{x_e}{l_1} - \frac{k(t)x_ey_e\phi_e}{l_1^2l_2l_3}\right), \\ \tau_{\beta} &= -\frac{\omega_f\phi_e}{l_3}\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right).\end{aligned}\quad (17)$$

为了保证矩阵 $\begin{bmatrix} \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ \hat{\alpha} & -\hat{\beta} \end{bmatrix}$ 可逆,设置参数估计值下界大于0. 下面设计虚拟的控制输入,并证明闭环系统及不确定参数估计误差系统的稳定性. 定义如下形式的Lyapunov函数:

$$\begin{aligned}V &= \\ (1+x_e^2+y_e^2)^{1/2} &+ (1+\phi_e^2)^{1/2} - 2+ \\ \frac{1}{2}\Gamma_{\alpha}^{-1}\frac{\tilde{\alpha}^2}{\alpha} &+ \frac{1}{2}\Gamma_{\beta}^{-1}\frac{\tilde{\beta}^2}{\beta}.\end{aligned}\quad (18)$$

其中: $\Gamma_{\alpha} > 0, \Gamma_{\beta} > 0$. 对式(18)求导,得到

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \\ -\frac{k(t)v_ry_e^2}{l_1^2} &+ \frac{x_e}{l_1}(v_f+f_1) + \frac{y_ef_2}{l_2} + \\ \frac{\phi_e}{l_3}\left[\omega_f\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right) + f_3 - v_f\frac{k(t)x_ey_e}{l_1^2l_2}\right] &+ \\ \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha}v_f\left(\frac{x_e}{l_1} - \frac{k(t)x_ey_e\phi_e}{l_1^2l_2l_3}\right) &+ \frac{\tilde{\beta}\omega_f\phi_e}{\beta l_3}\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right) + \\ \Gamma_{\alpha}^{-1}\frac{\tilde{\alpha}\dot{\alpha}}{\alpha} &+ \Gamma_{\beta}^{-1}\frac{\tilde{\beta}\dot{\beta}}{\beta},\end{aligned}\quad (19)$$

其中 $l_3 = \sqrt{1+\phi_e^2}$.

对于式(19)中的 $\frac{y_ef_2}{l_1}$, 存在常数 $\delta_1 \in (0, 1)$ 和 $\delta_2 \in (0, 1)$, 使得

$$\frac{y_ef_2}{l_1} \leq \frac{\delta_1 v_r^2 y_e^2}{l_1^2} + \delta_2 \frac{\phi_e^2}{l_3^2}. \quad (20)$$

下面证明式(20)成立. 有

$$\begin{aligned}f_2 &= \\ -\frac{v_r(\cos\phi_e-1)\Gamma_2}{\Gamma_1} &- \frac{v_r k(t)y_e \sin\phi_e}{\Gamma_1} = -v_r A,\end{aligned}$$

其中

$$A = \frac{(\cos\phi_e-1)\Gamma_2}{\Gamma_1} + \frac{k(t)y_e \sin\phi_e}{\Gamma_1}.$$

由于

$$-\frac{y_e v_r A}{\Gamma_1} \leq \frac{\delta_1 v_r^2 y_e^2}{\Gamma_1} + \delta^{-1} l_1 A^2,$$

其中 $\delta_1 \in (0, 1)$. 只需证明存在常数 κ , 使得下式成立:

$$A^2 \leq \frac{\kappa \phi_e^2}{1 + \phi_e^2}.$$

定义函数

$$\begin{aligned}f_A(x) &= A_x^2 = [a_1(\cos x - 1) + a_2 \sin x]^2, \\ f_{\kappa}(x) &= \frac{\kappa \phi_e^2}{1 + \phi_e^2}.\end{aligned}$$

其中: $a_1 = \Gamma_2/\Gamma_1, a_2 = k(t)y_e/\Gamma_1, 0 < |a_i| < 1, i = 1, 2$. 为了证明不等式(34), 首先证明对于 $x \in [0, \infty)$, 存在常数 κ 使以下不等式成立:

$$\sqrt{f_A(x)} \leq |\sqrt{f_{\kappa}(x)}|.$$

定义函数

$$\begin{aligned}f_4(x) &= |a_1(\cos x - 1) + a_2 \sin x|, \\ f_5(x) &= \frac{\sqrt{\kappa}x}{\sqrt{1+x^2}},\end{aligned}$$

其中 $f_4(x)$ 为周期函数, 且在点 $\varphi = \arcsin\left(\frac{|a_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}\right)$ 取得最大值. 由于 $f_4(0) = 0, f_5(0) = 0$, 且 $f_4(x)$ 在 $x \in [0, \phi]$ 上单调递增, 只需证明对于 $x \in [0, \phi]$, 满足

$$\frac{\partial f_5(x)}{\partial x} > \frac{\partial f_4(x)}{\partial x}.$$

由于

$$\frac{\partial f_4(x)}{\partial x} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \sin(\varphi - x),$$

容易选择 κ 使得在 $x \in [0, \phi]$ 上满足

$$\frac{\partial f_5(x)}{\partial x} > \frac{\partial f_4(x)}{\partial x},$$

例如可以选择 κ 为 $(1+a_2^2)^3$. 令 $\delta_2 = \delta_1^{-1}\kappa$, 则不等式(20)成立. 同理可以证明, 对于 $x \in (-\infty, 0)$, 不等式(20)同样成立.

将不等式(20)代入(19), 整理得

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq \\ -(\lambda_1 - \delta_1)\frac{v_r^2 y_e^2}{l_1^2} &+ \delta_2 \frac{\phi_e^2}{l_3^2} + \frac{x_e}{l_1}(v_f + f_1) + \\ \frac{\phi_e}{l_3}\left[\omega_f\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}\right) + f_3 - v_f\frac{k(t)x_ey_e}{l_1^2l_2}\right] &+ \end{aligned}$$

$$\frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} v \left(\frac{x_e}{l_1} - \frac{k(t)x_e y_e \phi_e}{l_1^2 l_2 l_3} \right) + \frac{\tilde{\beta} \omega_f \phi_e}{\beta l_3} \left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1} \right) + \Gamma_\alpha^{-1} \frac{\tilde{\alpha} \dot{\alpha}}{\alpha} + \Gamma_\beta^{-1} \frac{\tilde{\beta} \dot{\beta}}{\beta}. \quad (21)$$

为了证明系统的稳定性,根据以上自适应更新率的形式,对不等式(21)右端的后4项进行变换,可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} v \left(\frac{x_e}{l_1} - \frac{k(t)x_e y_e \phi_e}{l_1^2 l_2 l_3} \right) + \frac{\tilde{\beta} \omega_f \phi_e}{\beta l_3} \left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1} \right) + \Gamma_\alpha^{-1} \frac{\tilde{\alpha} \dot{\alpha}}{\alpha} + \Gamma_\beta^{-1} \frac{\tilde{\beta} \dot{\beta}}{\beta} = \\ & \Gamma_\alpha^{-1} \frac{\tilde{\alpha}}{\alpha} \left(\dot{\alpha} + \Gamma_\alpha v_f \left(\frac{x_e}{l_1} - \frac{k(t)x_e y_e \phi_e}{l_1^2 l_2 l_3} \right) \right) + \\ & \Gamma_\beta^{-1} \frac{\tilde{\beta}}{\beta} \left(\dot{\beta} + \Gamma_\beta \frac{\omega_f \phi_e}{l_3} \left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1} \right) \right) = \\ & \frac{\tilde{\alpha}(\Gamma_\alpha^{-1} \text{Proj}_{\hat{\alpha}}(\Gamma_\alpha \tau_\alpha) - \tau_\alpha)}{\alpha} + \\ & \frac{\tilde{\beta}(\Gamma_\beta^{-1} \text{Proj}_{\hat{\beta}}(\Gamma_\beta \tau_\beta) - \tau_\beta)}{\beta} \leq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)变为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & (\lambda_1 - \delta_1) \frac{v_r^2 y_e^2}{l_1^2} + \delta_2 \frac{\phi_e^2}{l_3^2} + \frac{x_e}{l_1} (v_f + f_1) + \\ & \frac{\phi_e}{l_3} \left[\omega_f \left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1} \right) + f_3 - v_f \frac{k(t)x_e y_e}{l_1^2 l_2} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

设计虚拟控制输入

$$\begin{aligned} v_f &= -k_1 \frac{x_e}{l_1} - f_1, \\ \omega_f &= \frac{1}{\left(1 - \frac{k(t)x_e}{l_1} \right)} \left(-k_2 \frac{\phi_e}{l_3} - f_3 + v \frac{k(t)x_e y_e}{l_1^2 l_2} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)代入(23),整理可得

$$\dot{V} \leq -k_1 \frac{x_e^2}{l_1^2} - (\lambda_1 - \delta_1) \frac{v_r y_e^2}{l_1^2} - (k_2 - \delta_2) \frac{\phi_e^2}{l_3^2}. \quad (25)$$

当选择 $k_1, k_2, \delta_1, \delta_2$ 的数值满足 $k_1 > 0, \lambda_1 > \delta_1, k_2 > \lambda_2$ 时,有

$$\dot{V} \leq 0. \quad (26)$$

由式(26)可知,闭环误差系统和不确定参数的估计误差系统是稳定的.同时,不等式(26)只在误差 x_e, y_e, ϕ_e 为0时等号成立,因此闭环误差 x_e, y_e, ϕ_e 具有渐近稳定性,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_e| + |y_e| + |\phi_e| \rightarrow 0. \quad (27)$$

根据 ϕ_e 的定义可知,当 $|y_e|$ 和 $|\phi_e|$ 收敛于0时, $|\theta_e|$ 收敛于0,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\theta_e| \rightarrow 0. \quad (28)$$

由此证明了闭环误差 x_e, y_e, ϕ_e 的渐近收敛性以及估计参数 α, β 的稳定性.综上,结合式(10)和(24),可以得到真实的控制输入为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_r \\ u_l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ \hat{\alpha} & -\hat{\beta} \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} k_1 \frac{x_e}{l_1} - f_1 \\ \frac{1}{1 - \frac{k(t)x_e}{l_1}} \left(-k_2 \frac{\phi_e}{l_3} - f_3 - \left(-k_1 \frac{x_e}{l_1} - f_1 \right) \frac{k(t)x_e y_e}{l_1^2 l_2} \right) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (29)$$

注1 由以上证明过程可以发现,由于在误差模型(8)中引入了 $-\frac{k(t)v_r y_e}{l_1}$ 这一项,在稳定性分析过程中,可以直接证明 y_e 的渐近收敛性.

3 仿真及实验验证

为了验证本文算法的有效性,分别设计了Matlab数值仿真实验和实物实验对所提出算法的控制效果进行验证.首先通过仿真实验给出在系统参数 r 和 b 发生一定变化时,未考虑参数不确定性问题的控制效果;然后验证加入自适应算法前后的对比控制效果;最后基于Pioneer 3-dx机器人实验平台进行实物验证实验.受实验条件的限制,无法改变该机器人的系统参数 r 和 b ,另外,也没有具有不同系统参数 r 和 b 的多种型号机器人,所以本文实物实验部分对控制器(29)中参数 r 和 b 的初始值进行了修改,以此验证本文算法的有效性.

仿真及实验平台模型参数分别为 $r = 0.096 \text{ m}$, $b = 0.165 \text{ m}$.

3.1 数值仿真实验

3.1.1 本文工作意义

首先对比文献[3]给出的较为经典的控制器,在系统参数发生一定变化时跟踪原参考轨迹的控制效果.轨迹表达式如下:

$$\begin{cases} x = 0.3t, \\ y = 3 \sin \left(\frac{\pi}{10} \cdot t \right), \\ \theta = \arctan \left(\pi \cos \left(\frac{\pi}{10} \cdot t \right) \right). \end{cases} \quad (30)$$

对于仿真模型中轮胎半径和车轮间距参数变化范围说明:

1) 轮胎半径参数变化说明.对于车轮半径,在实际运行过程中,其变形程度与负载量、车轮内气体压强和环境温度均有关系.本文参照文献[18]中的测

算方法,当汽车处在轻载及低压状态下,车轮半径同标称值相比较,变化范围可以达到8%,因此将轮胎半径的变化范围设定为10%,以验证所提出的控制方法的有效性.

2) 车轮间距参数变化说明. 对于不同移动机器人平台,其车轮间距存在着差异,本文提出的自适应方法能够对不同移动机器人平台的轮胎间距参数进行在线估计,进而实现精确的轨迹跟踪控制. 该方法能够减小同一控制方法应用于不同移动机器人平台时,控制参数重新标定和设定的工作量.

利用文献[3]的控制方法在不同轮胎半径和轮胎间距参数下的控制效果如图1所示,控制器参数分别为 $k_x = 3, k_y = 3, k_\theta = 5$. 图1中:I线代表系统参数没有变化时的控制效果,即系统参数为 $r = 0.096 \text{ m}, b = 0.165 \text{ m}$; II线和 III线代表系统参数发生变化时的控制效果,点划线对应的系统参数为 $r = 0.1056 \text{ m}, b = 0.1485 \text{ m}$,虚线对应的系统参数为 $r = 0.0864 \text{ m}, b = 0.1815 \text{ m}$.

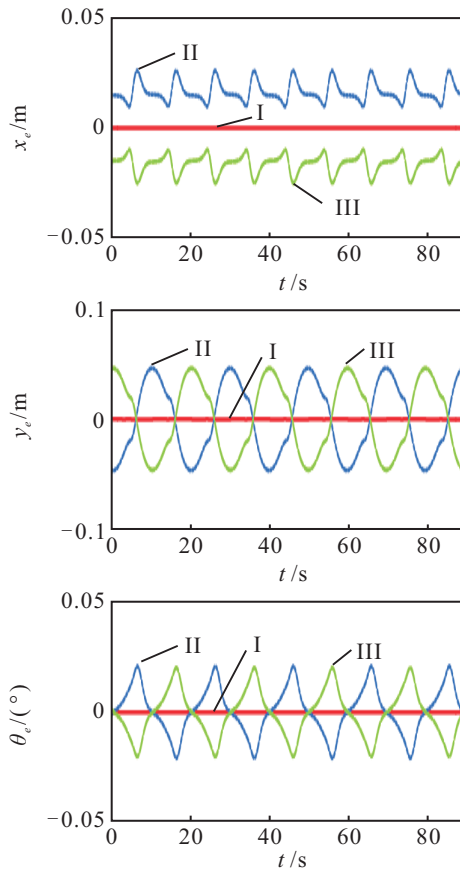


图1 相同控制参数下控制效果对比

由图1可见,当系统参数发生变化时,系统位置偏差 $l_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ 为8 cm,方向误差 $|\theta_e|$ 为0.013 rad. 由此可以看出,当参数发生变化时,控制系统存在较大的跟踪偏差,因此需要设计自适应算法对不确定参数进行在线辨识并进行补偿.

3.1.2 自适应算法有效性验证

为了表明自适应算法的有效性,针对式(30)给出的参考轨迹,对本文控制器和文献[3]不包含自适应算法的控制器进行对比仿真. 本文方法控制器参数为 $k_1 = 3, k_2 = 5$,自适应增益为 $\Gamma_\alpha = 30, \Gamma_\beta = 21$. 文献[3]控制器参数为 $k_x = 3, k_y = 3, k_\theta = 5$. 仿真效果如图2和图3所示.

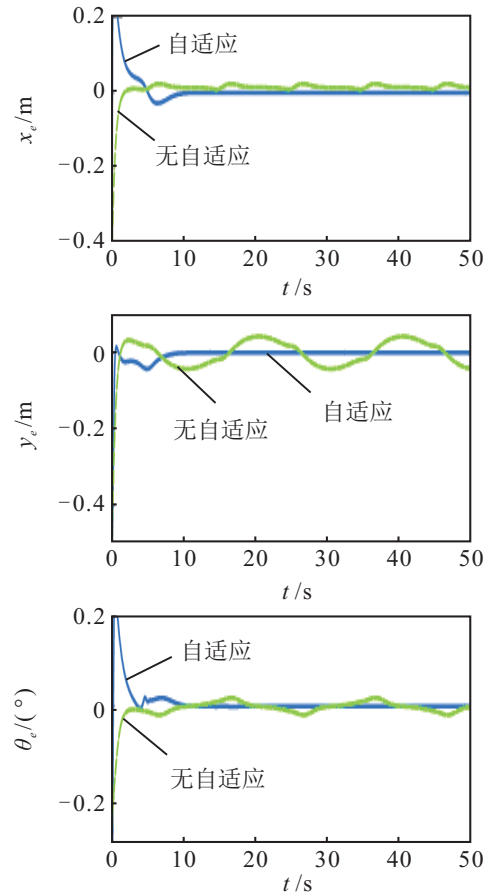


图2 正弦轨迹跟踪偏差

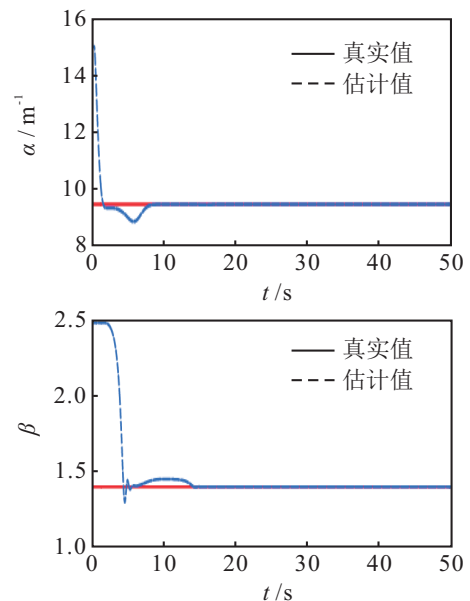


图3 正弦轨迹跟踪偏差

文献[3]方法在系统参数发生一定变化后,存在较大的控制偏差,但是本文算法由于能够在线辨识系统参数的真实值,最终使得系统位置偏差 $l_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ 和方向误差 $|\theta_e|$ 都收敛到0.

3.2 实物实验验证

为了验证所提出算法的有效性,在Pioneer 3-dx实验平台上对该算法进行实验验证. Pioneer 3-dx机器人以客户端-服务器模式运行,客户端用于运行基于C++编写的用户应用程序,服务器端用于执行移动机器人底层控制,包括速度控制和采集传感器信息. 该移动机器人通过惯导组合定位系统(陀螺仪和编码器)进行定位,对于惯导系统的累积偏差,采用激光雷达进行实时校正. 移动机器人主要参数如表1所示.

表1 Pioneer 3-dx 机器人参数表

符号	意义	大小	单位
r	轮胎半径	0.09	m
l	轴距	0.38	m
$v_{\max}$	最大速度	1.2	m/s
$a_{\max}$	最大加速度	0.3	m/s ²

由于该平台控制输入为左右轮的线速度,无法对其轮胎半径 r 进行辨识,本文只对轮胎间距参数 b 进行辨识. 实验过程中,控制器(29)中参数 b 的初始值设为0.1,控制器参数为 $k_1 = 3, k_2 = 5$,自适应增益为 $\Gamma_\beta = 9$.

参考轨迹为

$$\begin{cases} x = 1.6 \cos(0.2t), \\ y = 1.6 \sin(0.2t), \\ \theta = 0.2t. \end{cases} \quad (31)$$

对于式(31)所示的参考轨迹,本文设计方法的控制效果如图4和图5所示. 由图4和图5可以看出,本文方法能够在线辨识其系统参数,系统位置偏差 $l_e = \sqrt{x_e^2 + y_e^2}$ 为3 cm,方向误差 $|\theta_e|$ 为0.006 rad.

通过数值仿真可以看出,在系统参数 r 和 b 发生变化时,控制效果会变差. 所以,为了提高系统的控制效果,在设计控制器过程中,必须考虑其参数不确定性问题. 同时,通过仿真验证了所提出算法能够在线辨识参数 r 和 b 的真实值,以此获得很好的控制效果. 另外,在实验过程中,也获得了相似的效果,由此验证了本文算法能够抑制参数不确定性对控制效果的影响.

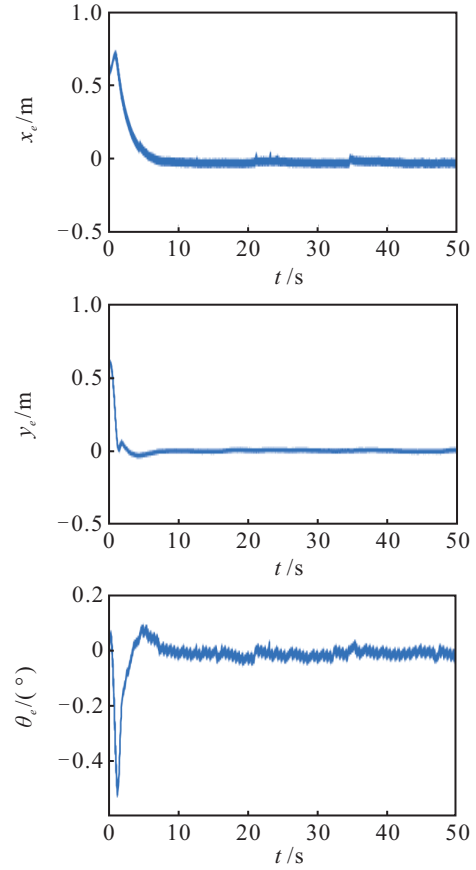


图4 圆轨迹跟踪偏差

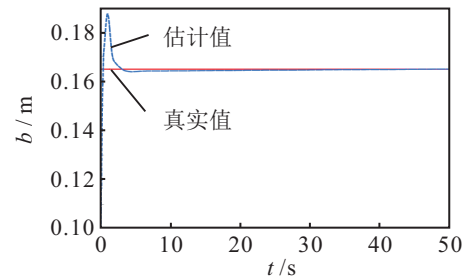


图5 轮胎间距参数

4 结论

本文针对移动机器人运动学方程中轮胎半径和轮胎间距存在测量误差和不确定性问题,提出了基于运动学模型的移动机器人自适应轨迹跟踪控制方法. 推导了适合进行自适应控制器设计的运动学误差模型,设计了自适应更新率对系统中轮胎半径和轮胎间距存在的不确定性进行在线估计,并设计了虚拟的控制输入,进而通过矩阵变换得到移动机器人真实的控制输入,即驱动电机的左右轮转速. 仿真和实验表明,在轮胎半径和轮胎间距参数未知的情况下,该方法能够通过在线学习估计出参数真实值,使得位置偏差收敛到参考轨迹. 由对比实验可以看出,所提出的方法在参数存在不确定性的情况下,能够对未知参数进行在线估计和更新,进而能够抑制系统参数变化对控制系统的影响.

参考文献(References)

- [1] Sutoh M, Otsuki M, Wakabayashi S, et al. The right path: Comprehensive path planning for lunar exploration rovers[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2015, 22(1): 22-33.
- [2] Cen Y, Song C, Xie N, et al. Path planning method for mobile robot based on ant colony optimization algorithm[C]. The 3rd IEEE Conf on Industrial Electronics and Applications. Singapore: IEEE, 2008: 298-301.
- [3] 鄢立夏, 马保离. 轮式移动机器人的位置量测输出反馈轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(6): 763-771.
(Yan L X, Ma B L. Output feedback trajectory tracking control of wheeled mobile robots with position measurements[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(6): 763-771.)
- [4] 庞海龙, 马保离. 不确定轮式移动机器人的任意轨迹跟踪[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 285-292.
(Pang H L, Ma B L. Adaptive unified controller of arbitrary trajectory tracking for wheeled mobile robots with unknown parameters[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3): 285-292.)
- [5] 陈罡, 高婷婷, 贾庆伟, 等. 带有未知参数和有界干扰的移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 491-496.
(Chen G, Gao T T, Jia Q W, et al. Trajectory tracking control for nonholonomic mobile robots with unknown parameters and bounded disturbance[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(4): 491-496.)
- [6] Jiang Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping[J]. Automatica, 1997, 33(7): 1393-1399.
- [7] Zhang Q, Shippen J, Jones B. Robust backstepping and neural network control of a low-quality nonholonomic mobile robot[J]. Int J of Machine Tools and Manufacture, 1999, 39(7): 1117-1134.
- [8] d'Andréa-Novel B, Campion G, Bastion G. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization[J]. Int J of Robotics Research, 1995, 14(6): 543-559.
- [9] Yang J M, Kim J H. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1999, 15(3): 578-587.
- [10] 陈浩. 基于自适应模糊滑模控制器的非完整轮式移动机器人轨迹跟踪控制[D]. 西安: 长安大学信息工程学院, 2013.
(Chen H. Adaptive fuzzy sliding mode controller for trajectory tracking control of a nonholonomic mobile robot[D]. Xi'an: School of Information Engineering, Chang'an University, 2013.)
- [11] 孙棣华, 崔明月, 李永福. 具有参数不确定性的轮式移动机器人自适应backstepping控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1198-1204.
(Sun D H, Cui M Y, Li Y F. Adaptive backstepping control of wheeled mobile robots with parameter uncertainties[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(9): 1198-1204.)
- [12] Das T, Kar I N. Design and implementation of an adaptive fuzzy logic-based controller for wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 501-510.
- [13] Mohareri O, Dhaouad R, Rad A B. Indirect adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot via neural networks[J]. Neurocomputing, 2012, 88: 54-66.
- [14] Fukao T, Nakagawa H, Adachi N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609-615.
- [15] 马海涛, 王永. 输入饱和约束下的非完整移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 中国科学技术大学学报, 2009, 39(5): 499-503.
(Ma H T, Wang Y. Trajectory tracking control of nonholonomic mobile robot with input saturation constraints[J]. J of University of Science and Technology of China, 2009, 39(5): 499-503.)
- [16] Huang J, Wen C, Wang W, et al. Adaptive stabilization and tracking control of a nonholonomic mobile robot with input saturation and disturbance[J]. Systems and Control Letters, 2013, 62(3): 234-241.
- [17] Huang J, Wen C, Wang W, et al. Adaptive output feedback tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. Automatica, 2014, 50(3): 821-831.
- [18] 姚钟尧, 丁剑平, 林惠音. 轮胎气压-负荷-下沉量之间的关系[J]. 特种橡胶制品, 1999, 20(5): 52-55.
(Yao Z Y, Ding J P, Lin H Y. Relationship of tire pressure-load-sinkage[J]. Special Purpose Rubber Products, 1999, 20(5): 52-55.)

(责任编辑: 郑晓蕾)