

随机多源干扰系统的复合DOBC和容错控制

魏新江, 孙式香, 张慧凤[†]

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264000)

摘要: 针对一类带有多源干扰和常值故障的随机系统, 研究其抗干扰和故障诊断问题。多源干扰包括由外源系统生成的部分信息已知的干扰和白噪声干扰两类。第1类干扰包含状态和干扰耦合, 不仅可以代表一类部分信息已知的干扰, 还可以代表一类随机干扰, 且耦合增加了系统的复杂性, 导致必然等价原则的无效。为了解决这个问题, 提出复合极点配置和线性矩阵不等式(LMI)方法相结合的策略。首先, 设计随机干扰观测器来估计第1类干扰; 其次, 设计随机故障诊断观测器来估计系统故障。基于此, 结合容错控制和随机控制, 提出基于观测器的复合容错控制策略, 在满足一定条件下, 该策略可以保证复合系统满足依均方渐近有界。最后, 通过仿真验证所提出策略的正确性与有效性。

关键词: 随机系统; 多源干扰; 随机干扰; 复合容错控制器; 基于干扰观测器的控制; 干扰观测器; 故障诊断观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fault-tolerant control based on disturbance observer for stochastic systems with multiple disturbances

WEI Xin-jiang, SUN Shi-xiang, ZHANG Hui-feng[†]

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264000, China)

Abstract: The problem about anti-disturbance and fault-diagnosis is considered for a class of stochastic systems with multiple disturbances and fault. The multiple disturbances include the disturbance with partially-known information generated by exogenous systems and the white noise. The disturbance generated by exogenous systems can not only represent the disturbance with partially-known information, but also describe a stochastic disturbance. The coupling leads to the invalidity of certainty equivalence principle. To solve the difficulty, the composite pole placement and LMI methods are proposed. Firstly, a stochastic disturbance observer is constructed to estimate the disturbance with partially-known information. Then, a stochastic fault diagnosis observer is constructed to estimate the fault, based on which, a composite fault-tolerant control scheme is proposed by combining fault-tolerant control and stochastic control. It can be guaranteed that all the signals in the composite system are asymptotically bounded in mean square under certain conditions. Finally, a simulation example is given to illustrate the correctness and effectiveness of the proposed method.

Keywords: stochastic system; multiple disturbances; stochastic disturbance; composite fault-tolerant control; DOBC; disturbance observer; fault diagnosis observer

0 引言

在过去的20年里, 为了提高控制系统的可靠性, 系统的容错控制(FTC)问题已经得到了广泛关注。由于干扰和故障同时存在, 使得容错控制问题更加复杂。近年来, 针对带有干扰和故障的系统, 学者们提出了干扰观测器控制(DOBC)与容错控制相结合的策略^[1-2]。文献[1]针对一类非线性时滞系统, 提出了新

的非线性观测器, 同时估计系统状态和干扰, 在此基础上对干扰进行衰减。文献[2]针对复合故障诊断技术进行了综述, 讨论了复合故障的研究现状, 指出了现存复合故障诊断方法的适用范围及优缺点。

另一方面, 随机系统广泛存在于实际工程中, 在过去的几十年里, 带有干扰和故障的随机系统已受到广泛关注^[3-4]。针对随机分布系统, 文献[3]提出了广

收稿日期: 2017-08-24; 修回日期: 2018-01-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374108).

责任编辑: 董久祥.

作者简介: 魏新江(1977-), 男, 教授, 博士, 从事随机控制、鲁棒控制、非线性控制等研究; 张慧凤(1975-), 女, 博士, 从事随机控制、鲁棒控制及非线性控制等研究。

[†]通讯作者. E-mail: alice899@163.com.

义 H_∞ 优化方法来估计故障。文献[4]针对带有高斯噪声的多输入多输出随机系统,研究了故障诊断和调节问题。上述所提文章中的干扰是高斯噪声或者满足范数有界的条件,但针对带有随机干扰和故障的随机系统的研究还相对较少。本文针对一类带有多源干扰和故障的随机系统,提出复合容错控制和随机DOBC控制相结合的方法。将目前DOBC与容错控制相结合的工作拓展到一类随机系统中。由外源系统产生的干扰不仅可以代表部分信息已知的干扰,还可以代表一类随机干扰。

1 问题描述

考虑如下带有多源干扰和故障的随机系统:

$$\begin{aligned} dx(t) = & Ax(t)dt + B[u(t) + F(t) + D(t)]dt + \\ & B_1dW_1(t) + B_2x(t)dW_2(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$, $u \in R^m$ ($m < n$) 分别是系统状态和控制输入; $F(t)$ 是满足当 $t > 0$ 时的常值故障; $W_1(t) \in R$, $W_2(t) \in R$ 是定义在完备概率空间 $(\Omega; \mathcal{F}; P)$ 上的独立标准 Wiener 过程; A, B, B_1, B_2 是相应维数的已知矩阵,且 B 是满秩矩阵。由外源系统产生的干扰 $D(t) \in R^m$ 满足如下假设。

假设1 干扰 $D(t)$ 可由如下外源系统产生:

$$\begin{cases} D(t) = V\omega(t), \\ d\omega(t) = W\omega(t)dt + Hx(t)dW_3(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $W_3(t) \in R$ 是与 $W_1(t)$ 和 $W_2(t)$ 相互独立的 Wiener 过程; V, W, H 是相应维数的已知矩阵。

注1 在实际工程中,模型(2)经常用来描述一大类干扰,其包含了干扰与乘性 1 噪声的耦合,代表了一类更为一般的部分信息已知的干扰,并且耦合的部分增加了系统的复杂性。

假设2 (A, B) 是能控的, (W, BV) 是能观的。

引理1^[5] 考虑非齐次线性方程组 $Gx = b$, 其中 $G \in C^{m \times n}$, $b \in C^m$ 给定,而 x 为待定向量。若 $\text{rank}(G:b) = \text{rank}(G)$, 则方程组有解,或者称方程组相容。

下面给出随机系统稳定性的引理。

考虑如下随机系统:

$$dx(t) = f(x(t); t)dt + g(x(t); t)dB(t), \quad t \geq t_0 \geq 0. \quad (3)$$

其中: $B(t)$ 是 m 维独立标准 Wiener 过程; Borel 可测函数 $f : R^n \times R_+ \rightarrow R^n$ 和 $g : R^n \times R_+ \rightarrow R^{n \times m}$ 局部有界,关于 $x \in R^n$ 是局部 Lipschitz 连续,并且对所有 $t \geq 0$, 有 $f(0; t) = 0, g(0; t) = 0$ 。

引理2^[6] 假设存在 $V \in C^{2,1}(R^n \times R_+, \kappa) \subset K_\nu \subset K_\infty$ 和正数 p, β, λ , 对于所有的 $(x, t) \in R^n \times R_+$, 若满足

$$\kappa(|x|^p) \leq V(x, t), \quad LV(x, t) \leq -\lambda V(x, t) + \beta, \quad (4)$$

使得

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} E|x(t; t_0, x_0)|^p \leq \kappa^{-1}\left(\frac{\beta}{\lambda}\right), \quad (5)$$

则称系统(3)是依 p 阶矩渐近有界的。

2 主要结果

假设所有的系统状态是可获得的,并且假设1和假设2成立。

2.1 随机干扰观测器(SDO)

基于文献[7-8],设计如下随机干扰观测器:

$$\begin{cases} \hat{D}(t) = V\hat{\omega}(t), \\ \hat{\omega}(t) = v(t) - L_1x(t), \\ dv(t) = (W + L_1BV)[v(t) - L_1x(t)]dt + \\ L_1[Ax(t) + Bu(t) + B\hat{F}(t)]dt. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\hat{D}(t)$ 为外部干扰 $D(t)$ 的估计值, $v(t)$ 为干扰观测器的中间辅助变量, L_1 为要设计的干扰观测器增益矩阵, $\hat{F}(t)$ 为下面要设计的故障诊断观测器中的 $F(t)$ 的估计值。

定义 $e_\omega(t) = \omega(t) - \hat{\omega}(t)$, 由式(2)和(7)可得干扰估计误差系统

$$\begin{aligned} de_\omega(t) = & (W + L_1BV)e_\omega(t)dt + L_1Be_F(t)dt + \\ & L_1B_1dW_1(t) + L_1B_2x(t)dW_2(t) + Hx(t)dW_3(t), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $e_F(t) = F(t) - \hat{F}(t)$ 。

因为 (W, BV) 是能观的,所以可以根据极点配置理论来调整 L_1 以满足随机干扰观测器的性能。

2.2 故障诊断观测器(FDO)

设计如下故障诊断观测器:

$$\begin{cases} \hat{F}(t) = r(t) - L_2x(t), \\ dr(t) = L_2B[r(t) - L_2x(t)]dt + \\ L_2[Ax(t) + Bu(t) + B\hat{D}(t)]dt. \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\hat{F}(t)$ 为故障 $F(t)$ 的估计值, $r(t)$ 为故障诊断观测器的中间辅助变量, L_2 为要设计的观测器增益矩阵。可得故障估计误差系统

$$\begin{aligned} de_F(t) = & L_2BV e_\omega(t)dt + L_2Be_F(t)dt + \\ & L_2B_1dW_1(t) + L_2B_2x(t)dW_2(t). \end{aligned} \quad (9)$$

为了满足故障诊断观测器的性能,可以调整 L_2 使得 L_2B 是赫尔维兹矩阵.

2.3 复合容错控制器(CFTC)

设计如下复合容错控制器:

$$u(t) = Kx(t) - \hat{D}(t) - \hat{F}(t), \quad (10)$$

其中 K 是要设计的控制增益矩阵. 将式(11)代入(1), 得到如下闭环系统:

$$\begin{aligned} dx(t) = & \\ & (A + BK)x(t)dt + Be_F(t)dt + \\ & BVe_\omega(t)dt + B_1dW_1(t) + B_2x(t)dW_2(t). \end{aligned} \quad (11)$$

联立式(8), (10)和(12), 得到如下复合系统:

$$\begin{aligned} d(\bar{x}(t)) = & \\ & \bar{A}\bar{x}(t)dt + \bar{B}_1\bar{x}(t)dW_1(t) + \\ & \bar{B}_2\bar{x}(t)dW_2(t) + \bar{H}\bar{x}(t)dW_3(t). \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A + BK & BV & B \\ 0 & W + L_1BV & L_1B \\ 0 & L_2BV & L_2B \end{bmatrix}, \\ \bar{x}(t) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ e_\omega(t) \\ e_F(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_1 &= \begin{bmatrix} B_1 \\ L_1B_1 \\ L_2B_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} B_2 & 0 & 0 \\ L_1B_2 & 0 & 0 \\ L_2B_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

本节设计了复合容错控制器, 目的是使得复合系统(13)的状态 $\bar{x}(t)$ 满足依均方渐近有界. 根据引理2, 得到如下定理.

定理1 考虑带有干扰(2)和故障 $F(t)$ 的随机系统(1), 在满足假设1和假设2的条件下, 如果存在矩阵 $Q_1 > 0, Q_2 > 0, Q_3 > 0$ 和 R 满足

$$\Omega = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14}^T & 0 \\ * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Q_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q_3 & 0 \\ * & * & * & * & -Q_1 \rightarrow \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{c} Q_1H^T & 0 & A_{15} & BQ_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \leftarrow & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & -Q_3 & 0 & 0 \\ * & * & A_2 & A_4 \\ * & * & * & A_3 \end{array} \right] < 0. \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{11} &= AQ_1 + Q_1^TA^T + BR + R^TB^T, \\ A_{12} &= Q_1B_2^T, \quad A_{13} = Q_1B_2^TL_1^T, \\ A_{14} &= Q_1B_2^TL_2, \quad A_{15} = BVQ_2, \\ A_2 &= WQ_2 + Q_2^TW^T + L_1BVQ_2 + Q_2^TV^TB^TL_1^T, \\ A_3 &= L_2BQ_3 + Q_3^TB^TL_2^T, \\ A_4 &= L_1BQ_3 + Q_2^TV^TB^TL_2^T. \end{aligned}$$

则通过设计带有观测增益 L_1 的SDO(7)和带有观测增益 L_2 的FDO(9)以及带有控制增益 $K = RQ_1^{-1}$ 的DOBC控制器(11), 可使得复合系统(13)依均方渐近有界.

证明 对于复合系统(13), 选取如下Lyapunov函数:

$$V(\bar{x}(t), t) = \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t). \quad (15)$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & Q_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & Q_3^{-1} \end{bmatrix} > 0. \quad (16)$$

基于式(15)和(16), 得到

$$\begin{aligned} LV(\bar{x}(t), t) = & \\ & \bar{x}^T(t)(P\bar{A} + \bar{A}^TP + \bar{B}_2^TP\bar{B}_2 + \\ & \bar{H}^TP\bar{H})\bar{x}(t) + \text{Tr}(\bar{B}_1^TP\bar{B}_1) = \\ & \bar{x}^T(t)\Omega_1\bar{x}(t) + \gamma(t). \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= P\bar{A} + \bar{A}^TP + \bar{B}_2^TP\bar{B}_2 + \bar{H}^TP\bar{H}, \\ \gamma(t) &= \text{Tr}(\bar{B}_1^TP\bar{B}_1). \end{aligned} \quad (18)$$

对于式(18), 存在一个常数 $\beta \geq 0$, 使得 $0 \leq \gamma(t) \leq \beta$. 因为 \bar{B}_1^T 和 P 是有界矩阵, 所以

$$\begin{aligned} LV(\bar{x}(t)) = & \bar{x}^T(t)\Omega_1\bar{x}(t) + \gamma(t) \leq \\ & \bar{x}^T(t)\Omega_1\bar{x}(t) + \beta. \end{aligned} \quad (19)$$

下面, 可通过3个步骤来证明 $\Omega < 0 \Leftrightarrow \Omega_1 < 0$.

1) 证明 $\Omega_1 < 0 \Leftrightarrow \Omega_2 < 0$.

根据式(14),(19)和Schur补公式, $\Omega_1 < 0$ 等价于 $\Omega_2 < 0$, 其中

$$\Omega_2 =$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & P_1 B & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \Pi_{15} & 0 & H^T P_2 & 0 \\ * & \Pi_2 & \Pi_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -P_3 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -P_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -P_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -P_3 \end{bmatrix}; \quad (20)$$

$$\Pi_{11} = P_1 A + A^T P_1^T + P_1 B K + K^T B^T P_1^T,$$

$$\Pi_{12} = P_1 B V, \quad \Pi_{13} = B_2^T P_1,$$

$$\Pi_{14} = B_2^T L_1^T P_2, \quad \Pi_{15} = B_2^T L_2^T P_3,$$

$$\Pi_2 = P_2 W + W^T P_2^T + P_2 L_1 B V + V^T B^T L_1^T P_2^T,$$

$$\Pi_3 = P_3 L_2 B + B^T L_2^T P_3^T,$$

$$\Pi_4 = P_2 L_1 B + V^T B^T L_2^T P_3^T.$$

2) 证明 $\Omega_2 < 0 \Leftrightarrow \Omega_3 < 0$. 将 $\Omega_2 < 0$ 分别左乘和右乘 $\text{diag}\{Q_1, Q_2, Q_3, Q_1, Q_2, Q_3, Q_1, Q_2, Q_3\}$ 后, 变换行和列后等价于 $\Omega_3 < 0$, 其中

$$\Omega_3 = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \Sigma_{14}^T & 0 \\ * & -Q_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -Q_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q_3 & 0 \\ * & * & * & * & -Q_1 \rightarrow \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ Q_1 H^T & 0 & \Sigma_{15} & B Q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \leftarrow 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & -Q_3 & 0 & 0 \\ * & * & \Sigma_2 & \Sigma_4 \\ * & * & * & \Sigma_3 \end{bmatrix}; \quad (21)$$

$$\Sigma_{11} = A Q_1 + Q_1^T A^T + B K Q_1 + Q_1^T K^T B^T,$$

$$\Sigma_{12} = Q_1 B_2^T, \quad \Sigma_{13} = Q_1 B_2^T L_1^T,$$

$$\Sigma_{14} = Q_1 B_2^T L_2, \quad \Sigma_{15} = B V Q_2,$$

$$\Sigma_2 = W Q_2 + Q_2^T W^T + L_1 B V Q_2 + Q_2^T V^T B^T L_1^T,$$

$$\Sigma_3 = L_2 B Q_3 + Q_3^T B^T L_2^T,$$

$$\Sigma_4 = L_1 B Q_3 + Q_2^T V^T B^T L_2^T.$$

3) 证明 $\Omega_3 < 0 \Leftrightarrow \Omega < 0$.

令式(21)中的 $K = R Q_1^{-1}$, 得到 $\Omega_3 < 0 \Leftrightarrow \Omega < 0$.

根据步骤1)~步骤3), 显然 $\Omega < 0 \Leftrightarrow \Omega_3 < 0 \Leftrightarrow \Omega_2 < 0 \Leftrightarrow \Omega_1 < 0$. 因此, 存在一个常数 $\alpha > 0$, 使得

$$\Omega < 0 \Leftrightarrow \Omega_1 < 0 \Rightarrow \Omega_1 + \alpha < 0. \quad (22)$$

根据式(16),(20)和(22), 选择 $\kappa = \lambda_{\min}(p)|\bar{x}|^p$ 和正数 $p = 2, \sigma = \alpha/\lambda_{\max}(p)$, 使得

$$\kappa(|\bar{x}|^p) = \lambda_{\min}(p)|\bar{x}|^2 \leq \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t) = V(\bar{x}(t)),$$

$$\mathcal{L}V(\bar{x}(t)) \leq -\sigma V(\bar{x}(t)) + \beta. \quad (23)$$

根据引理2, 复合系统(13)是依均方渐近有界的. \square

3 仿真算例

针对形如式(1)的随机系统, 考虑如下系统参数:

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ -4 & -1.5 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.02 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.01 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}.$$

由外源系统(2)产生的干扰 $D(t)$ 描述如下:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = [5 \ 0], \quad H = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 & 0.0011 \\ 0.01 & 1 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

系统初始状态设为 $x(0) = [1; 2; 0]^T$, 常值故障 $F = 5$. 在式(8)中将极点配置到 $[-6, -4.2]$, 得到干扰观测增益矩阵

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1.0198 & -0.0204 & -1.0198 \\ 0.0040 & -0.0001 & -0.0040 \end{bmatrix}.$$

在式(10)中, 选取 $L_2 B = J_2$, 其中 $J_2 = -8$, 得到故障诊断观测增益矩阵

$$L_2 = [3.9992 \ -0.0800 \ -3.9992].$$

根据定理1, 得到

$$Q_1 = 1.0e-003 \times \begin{bmatrix} 0.6120 & -0.0108 & -0.6096 \\ -0.0108 & 0.0004 & 0.0110 \\ -0.6096 & 0.0110 & 0.6077 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = 1.0e-007 \times \begin{bmatrix} 0.4682 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.4682 \end{bmatrix},$$

$$Q_3 = 9.1802 \times 10^{-7},$$

$$R = [0.5022 \ -0.0102 \ -0.5024],$$

$$K = 1.0e+003 \times [-3.1752 \ -0.9428 \ -3.9949].$$

仿真结果如图1~图4所示。

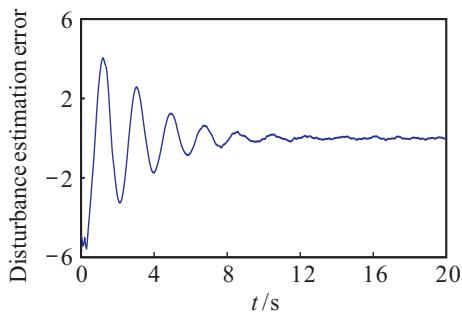


图1 干扰估计误差

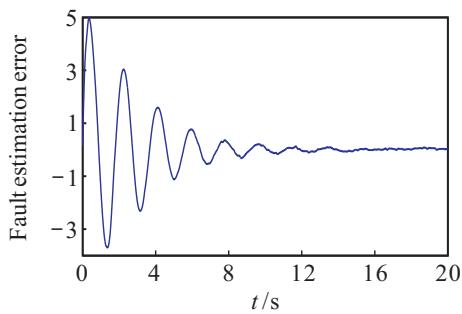


图2 故障估计误差

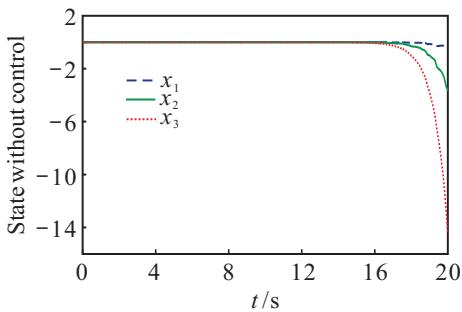


图3 无控下的状态

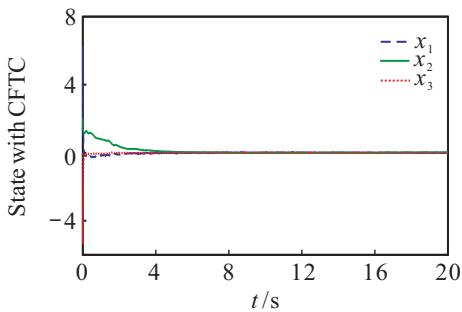


图4 CFTC下的状态

图1为干扰误差曲线,说明设计的随机干扰观测器是有效的;图2为故障误差曲线, $\hat{F}(t)$ 能够在较短的时间内较好地估计故障 $F(t)$;图3是无控时的状态响应曲线,是不稳定的;由图4可以看出,系统状态在控制器 $u(t)$ 的作用下是依均方渐近有界的。仿真结果验证了本文所提出的CFTC控制策略的有效性。

4 结论

针对一类带有多源干扰和故障的随机系统,本文提出了CFTC控制策略,使得复合系统满足依均方渐近有界。考虑到本文研究的故障为常值故障,下一步研究的工作是针对带有多源干扰和时变故障的随机系统,提出新的复合容错控制策略。

参考文献(References)

- [1] Gao Z W, Ding S X. State and disturbance estimator for time-delay systems with application to fault estimation and signal compensation[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2007, 55(12): 5541-5551.
- [2] 张可, 周东华, 柴毅. 复合故障诊断技术综述[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1142-1157.
(Zhang K, Zhou D H, Chai Y. Summary of compound fault diagnosis[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(9): 1142-1157.)
- [3] Guo L, Zhang Y M, Wang H, et al. Observer-based optimal fault detection and diagnosis using conditional probability distributions[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2006, 54(10): 3713-3719.
- [4] Jiang B, Chowdhury F N. Fault estimation and accommodation for linear MIMO discrete time systems[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(3): 493-499.
- [5] Cheng Y P. The theory of matrices[M]. 2nd ed. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2000: 333-335.
- [6] Mao X R, Yuan C G. Stochastic differential equations with Markovian switching[M]. London: Imperial College Press, 2006: 157-158.
- [7] Chen W H. Disturbance observer based control for nonlinear systems[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2004, 9(4): 706-710.
- [8] Wei X J, Wu Z J, Karimi H R. Disturbance observer-based anti-disturbance control for a class of stochastic systems[J]. Automatica, 2016, 63(1): 21-25.

(责任编辑: 孙艺红)