

# 基于双参照点的双边匹配决策方法

罗 骁<sup>1†</sup>, 李为民<sup>1</sup>, 王璇子<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 研究生院, 西安 710051; 2. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049)

**摘要:** 针对匹配主体有限理性的双边匹配问题, 提出一种基于双参照点的决策方法。首先, 依据前景理论和社会比较理论, 利用主体给出的临界值设定个人参照点和社会参照点, 计算序值相对于双参照点的获得和损失, 进而得到主体的综合益损值; 然后, 考虑到主体面临获得和损失时不同的风险态度, 依据前景理论将主体的综合益损值进一步转化成刻画主体满意程度的感知价值, 并在此基础上, 建立以最大化双边主体满意度为目标的优化模型, 求解模型得到最优匹配方案; 最后, 通过算例说明该方法的应用。与已有的方法相比, 所提出方法兼顾了个人维度和社会维度对主体心理行为的影响, 能够更为全面和灵活地反映出主体的实际感知价值和有限理性特点。

**关键词:** 双边匹配; 有限理性; 心理行为; 社会比较理论; 前景理论; 参照点

中图分类号: F270

文献标志码: A

## Decision method for two-sided matching based on double reference points

LUO Xiao<sup>1†</sup>, LI Wei-min<sup>1</sup>, WANG Xuan-zhi<sup>2</sup>

(1. Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** To solve the two-sided matching problem with bounded rationality, we propose a decision-making method based on double reference points. Firstly, according to the theory of prospect and social comparison, we use the critical value given by each agent to set up personal reference point and social reference point, calculate the gain and loss of the ordinal value relative to the double reference points, and get the comprehensive benefit of each agent. Then, considering the different risk attitude of each agent to gain and loss based on the prospect theory, the comprehensive benefit of the agent is further transformed into the perceived value that depicts the satisfaction of the agent. On this basis, an optimization model aiming at maximizing the satisfaction of two-side agents is established, and the optimal matching solution can be obtained by solving this model. Finally, an example is given to illustrate the application of the method. Compared with the existing methods, the proposed method takes into account the influence of the individual dimension and the social dimension on the psychological behavior of the agent, and can reflect the actual perceived value and the bounded rationality characteristics of the agent more comprehensively and flexibly.

**Keywords:** two-side matching; bounded rationality; psychological behavior; social comparison theory; prospect theory; reference point

## 0 引言

双边匹配问题是针对两个不相交的有限集合中的匹配主体, 如何根据双方主体提供的偏好信息获得合适的匹配结果<sup>[1-2]</sup>。该问题最早源于Gale等对大学录取和稳定婚姻的研究, 他们对稳定匹配的概念、延迟认可算法等进行了开创性的探索<sup>[1]</sup>。Roth在文献[2]中对双边匹配的概念进行了明确界定, 在随后的研究中, 采用博弈论、仿真分析等方法对双边市场机制进行了系统的分析和设计<sup>[3-6]</sup>。由于双边匹配在现实中有着非常广泛的应用背景, 逐渐吸引了众多学者的关注。几十年以来, 他们对多种应用场景和不

同环境条件下的双边匹配问题(如医院与医学院实习生的匹配问题<sup>[3]</sup>、个人与组织岗位的匹配问题<sup>[7]</sup>、风险投资中的匹配问题<sup>[8]</sup>等)进行了深入研究, 提出了多种可以用来解决双边匹配问题的方法(如延迟认可算法<sup>[1]</sup>、智能优化方法<sup>[9]</sup>、数学规划方法<sup>[10]</sup>、多属性决策方法<sup>[8]</sup>、博弈论方法<sup>[11]</sup>等), 从不同的视角对匹配方案的性质(如匹配方案的稳定性<sup>[1,12]</sup>、匹配方案的满意性<sup>[13]</sup>、匹配方案的公平性<sup>[14]</sup>等)进行了研究。

这些关于双边匹配问题的研究中, 匹配主体通常被当作是完全理性的, 而在现实的员工与岗位匹配、学生入学匹配、买卖双方交易匹配等问题中, 大多数

收稿日期: 2017-12-01; 修回日期: 2018-04-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61273275).

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: xiao\_hngz@163.com.

情况下主体是有限理性的<sup>[15]</sup>, 主体对匹配结果的满意程度与其心理感知紧密联系. 因此, 近年来一些学者开始关注双边匹配问题中主体有限理性和心理行为. 如乐琦等<sup>[15-16]</sup>基于交互式多准则决策思想, 建立了两种考虑主体心理感知的匹配决策方法, 分别用以解决完全序值信息和不完全序值信息条件下的双边匹配问题. 陈希等<sup>[17]</sup>将前景理论引入双边匹配模型, 提出一种考虑主体心理期望的多属性双边匹配方法. 李铭洋等<sup>[18]</sup>基于失望理论, 提出一种能够反映主体心理行为的稳定双边匹配方法. 吴凤平等<sup>[19]</sup>针对互联网金融背景下风险投资双边选择问题, 提出一种基于前景理论的风险投资双边匹配模型. Fan等<sup>[13]</sup>基于失望理论, 构建一种考虑主体欣喜和失望心理的双边匹配决策模型. 赵道致等<sup>[20]</sup>针对云制造资源匹配问题, 结合前景理论和多属性评价方法提出一种考虑主体心理预期的稳定匹配机制.

已有研究为解决考虑主体有限理性的双边匹配问题提供了借鉴和指导. 但需要指出的是, 这些研究仅从个人维度来构建主体的感知价值模型, 未考虑社会维度对主体心理感知的影响. 现实中的双边匹配决策问题几乎全部处于社会背景中, 社会比较理论认为, 主体与他人的比较结果和自身的损益状态一样, 对主体心理感知具有重要意义. 文献[21]也进一步指出, 风险决策中存在双参照点效应, 个人损益和社会比较共同影响决策者的心理感受. 因此, 将个人维度和社会维度的损益同时引入双边匹配决策模型, 能够更为全面地描述主体心理行为, 对获得匹配双方满意的匹配结果具有积极意义, 是一个值得研究的课题. 基于此, 本文针对完全序值信息条件下主体有限理性的双边匹配问题, 提出一种基于双参照点的匹配决策方法.

## 1 问题描述

双边匹配问题中有双方主体, 设双方主体集合分别为  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  和  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , 其中  $m \geq 2, n \geq 2, m \leq n$ .  $u_i (i = 1, 2, \dots, m)$  代表第  $i$  个  $U$  方主体,  $v_j (j = 1, 2, \dots, n)$  代表第  $j$  个  $V$  方主体. 为便于分析, 记  $M = \{1, 2, \dots, m\}, N = \{1, 2, \dots, n\}$ .

设  $T = [t_{ij}]_{m \times n}$  和  $F = [f_{ij}]_{m \times n}$  分别为  $U$  方主体和  $V$  方主体给出的关于对方主体的完全序值信息. 其中  $t_{ij} (t_{ij} \in N)$  代表  $u_i$  将  $v_j$  排在第  $t_{ij}$  位;  $f_{ij} (f_{ij} \in M)$  代表  $v_j$  将  $u_i$  排在第  $f_{ij}$  位. 设  $p_i (p_i \in N)$  和  $q_j (q_j \in M)$  分别为主体  $u_i$  和主体  $v_j$  提供的临界值, 临界值用于反映  $u_i$  和  $v_j$  在个人维度上的心理行为. 设主体

$u_i$  和  $v_j$  的比较对象集合分别为  $U^i = \{u_k^{(l)}\}, k \in M, k \neq i$  和  $V^j = \{v_h^{(l')}\}, h \in N, h \neq j$ . 其中:  $u_k^{(l)}$  表示主体  $u_i$  的第  $l$  个比较对象  $u_k, l = 1, 2, \dots, l_i, l_i$  是主体  $u_i$  的比较对象数量总和;  $v_h^{(l')}$  表示主体  $v_j$  的第  $l'$  个比较对象  $v_h, l' = 1, 2, \dots, l_j, l_j$  是主体  $v_j$  的比较对象数量总和; 比较对象用于反映主体  $u_i$  和  $v_j$  在社会维度上的心理行为. 例如, 设  $U$  方主体集合  $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ ,  $V$  方主体集合  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ,  $U$  方主体  $u_1$  的比较对象集合可以为  $U^1 = \{u_2, u_4\}$ ,  $V$  方主体  $v_3$  的比较对象可以为  $V^3 = \{v_2, v_4, v_5\}$ .

双边匹配的定义可描述如下.

**定义1** 一一映射  $\delta: U \cup V \rightarrow U \cup V$  为双边匹配, 当且仅当  $\forall u_i \in U, \forall v_j \in V$  满足如下条件<sup>[2,15]</sup>:

- 1)  $\delta(u_i) \in V$ ;
- 2)  $\delta(v_j) \in U \cup v_j$ ;
- 3) 若  $\delta(u_i) = v_j$ , 则  $\delta(v_j) = u_i$ .

其中  $\delta(u_i) = v_j$  表示  $u_i$  与  $v_j$  在  $\delta$  中匹配, 称  $(u_i, v_j)$  为  $\delta$ -匹配对. 如果  $(u_i, v_j)$  为  $\delta$ -匹配对, 则  $(v_j, u_i)$  也为  $\delta$ -匹配对.  $\delta(v_j) = v_j$  表示  $v_j$  在  $\delta$  中未与  $U$  方主体形成匹配, 记  $(v_j, v_j)$  为  $\delta$ -匹配对. 设  $\delta_E = \{(u_i, v_{E(i)}) | i = 1, 2, \dots, m\}, \delta_O = \{(v_j, v_j) | j = \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{E(1), E(2), \dots, E(m)\}\}$ , 其中  $v_{E(i)} = \delta(u_i), E(i) \in N$ , 且  $\forall i, i' \in N, i \neq i'$ , 有  $E(i) \neq E(i')$ . 双边匹配  $\delta$  可进一步表示为  $\delta = \delta_E \cup \delta_O$ .

文献[21]指出, 决策过程中存在双参照点效应, 主体的心理感知会同时受到个人损益和社会比较的影响. 受此启发, 可描述考虑主体有限理性的双边匹配问题如图1所示.

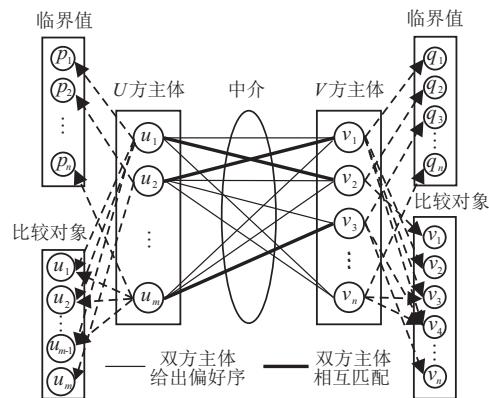


图1 考虑主体有限理性的双边匹配问题

图1中连接  $u_i$  与  $v_j$  的细线表示主体  $u_i$  与主体  $v_j$  存在偏好关系, 连接  $u_i$  与  $v_j$  的粗线表示主体  $u_i$  与主体  $v_j$  匹配, 中介表示为双方主体提供匹配平台和机会的个人、组织和机构. 图1中, 临界值和比较对象分别用于反映主体在个人维度和社会维度的心理行为. 例如, 对  $U$  方主体  $u_2$  而言, 从个人维度看, 当  $u_2$  与排在其临界值  $p_2$  前面的  $V$  方主体形成匹配时,  $u_2$  的

心理感受为个人获得,反之则为个人损失.而从社会维度看,  $u_2$  会将自身情况和  $u_1$  及  $u_m$  的状态作比较,有别于和个人临界值的直接比较,  $u_2$  与其他  $U$  方主体状态的比较决定了其是社会获得或是社会损失.

对于考虑的双边匹配问题,因为  $m \leq n$ ,所以对任意一个  $U$  方主体  $u_i$ ,都存在一个  $V$  方主体  $v_j$  与之形成  $\delta$ -匹配对,且  $V$  方有  $n - m$  个主体未匹配.进一步分析,如果  $u_1$  可在  $V$  方  $n$  个主体中选择一主体  $v_j$  形成匹配对,则  $u_2$  只能与剩下的  $n - 1$  个  $V$  方主体中的一个形成匹配对;以此类推,最后  $U_m$  只能与  $m - 1$  个  $V$  方主体中的一个形成匹配对;所以,双边匹配共有  $n(n - 1) \cdots (n - m + 1)$  种可能的匹配结果.双边匹配决策的目的即是根据一定的准则在这些可能的匹配中找到一个最合适的双边匹配  $\delta^*$ ,使得匹配双方的需求尽可能得到满足.

本文要解决的问题是:依据完全序值矩阵  $T = [t_{ij}]_{m \times n}$ 、 $F = [f_{ij}]_{m \times n}$ ,临界值  $p_i$ 、 $q_j$ ,比较对象集合  $U^i = \{u_k^{(l)}\}$ 、 $V^j = \{v_h^{(l')}\}$ ,如何通过一个有效的决策方法,在考虑个人维度和社会维度对主体心理行为影响的情况下,对  $n(n - 1) \cdots (n - m + 1)$  个可能的双边匹配进行选择,从中找到一个最“优”的匹配方案.

## 2 基于双参照点的双边匹配方法

针对上述问题,下面阐述本文提出的基于双参照点的双边匹配决策方法.

### 2.1 感知价值的计算

首先,选取匹配双方主体的参照点.以前景理论为代表的决策理论认为,主体自身的损益状态对决策中的主体心理感知有重要影响,因此,将主体的现状定义为个人参照点,它决定了主体心理感知是个人获得还是个人损失,这种影响具有直接性、绝对性等特点.在考虑的双边匹配问题中,临界值由主体经过考虑后自己给出,能够较好地体现其现实状态,并能有效地继承前景理论的相关性质<sup>[21-22]</sup>.因此,本文将主体自身的临界值  $p_i$  和  $q_j$  作为个人参照点,用以描述主体在个人维度的获得与损失,当一方主体与排在其个人参照点之前的另一方主体形成匹配对时,表现为个人获得,且匹配对象的排序越靠前,获得越大.当一方主体与排在其个人参照点之后的另一方主体形成匹配对时,表现为个人损失,且匹配对象的排序越靠后损失越大.社会比较理论认为,与他人的比较结果同样会对决策中的主体心理感知产生重要作用.因此,将比较对象的状态定义为社会参照点,它决定了主体心理感知是社会获得还是社会损失,这种影响具有间接性、相对性等特点.对于考虑主体有限理性的双边匹配问题,个人参照点与社会参照点会同时作用于主体的心理行为,且主体对这两种参照点的心理感

受和行为倾向具有相似性,个人维度和社会维度的获得都能使匹配主体感到满意,而损失则都能使主体觉得不满意.因此,本文将主体比较对象集合中的所有比较对象对应临界值的平均值作为社会参照点.即对于  $U$  方主体  $u_i$ ,其社会参照点为  $\bar{p}_k = \frac{1}{l_i} \sum_{l=1}^{l_i} p_k^{(l)}$ ,  $l = 1, 2, \dots, l_i$ .其中:  $p_k^{(l)}$  是主体  $u_i$  的比较对象  $u_k^{(l)}$  对应的临界值,  $l_i$  是主体  $u_i$  的比较对象数量总和.对于  $V$  方主体  $v_j$ ,其社会参照点为  $\bar{q}_h = \frac{1}{l_j} \sum_{l'=1}^{l_j} q_h^{(l')}$ ,  $l' = 1, 2, \dots, l_j$ .其中:  $q_h^{(l')}$  是主体  $v_j$  的比较对象  $v_h^{(l')}$  对应的临界值,  $l_j$  是主体  $v_j$  的比较对象数量总和.

其次,在选取双参照点的基础上,通过比较主体提供的序值与双参照点的大小得到其相对于双参照点的获得与损失.对于  $U$  方主体  $u_i$ ,其序值  $t_{ij}$  相对于双参照点的益损值定义如下:

$$y(t_{ij}) = \frac{p_i - t_{ij}}{n - 1}, \quad (1)$$

$$g(t_{ij}) = \frac{\bar{p}_k - t_{ij}}{n - 1}, \quad (2)$$

$$s(t_{ij}) = \gamma_1 \frac{p_i - t_{ij}}{n - 1} + (1 - \gamma_1) \frac{\bar{p}_k - t_{ij}}{n - 1}. \quad (3)$$

其中:  $y(t_{ij})$  为  $u_i$  的个人现状益损值,是主体  $u_i$  序值  $t_{ij}$  相对于个人参照点的益损值,反映了  $u_i$  在个人维度上获得或损失,当  $p_i > t_{ij}$  时,  $y(t_{ij})$  表示  $t_{ij}$  相对于  $p_i$  获得的收益,当  $p_i < t_{ij}$  时,  $y(t_{ij})$  表示  $t_{ij}$  相对于  $p_i$  产生的损失;  $g(t_{ij})$  为  $u_i$  的社会比较益损值,是主体  $u_i$  序值  $t_{ij}$  相对于社会参照点的益损值,反映了  $u_i$  在社会维度的获得或损失,当  $\bar{p}_k > t_{ij}$  时,  $g(t_{ij})$  表示  $t_{ij}$  相对于  $\bar{p}_k$  获得的收益,当  $\bar{p}_k < t_{ij}$  时,  $g(t_{ij})$  表示  $t_{ij}$  相对于  $\bar{p}_k$  产生的损失;  $s(t_{ij})$  是综合益损值,它反映了综合考虑个人和社会维度后主体  $u_i$  的获得或损失.式(3)中  $\gamma_1 \in [0, 1]$  称为  $u_i$  的综合益损值决策机制系数,  $\gamma_1 > 0.5$  表示主要依据个人现状益损值来衡量  $u_i$  的获得或损失;  $\gamma_1 < 0.5$  表示主要依据社会比较益损值来衡量  $u_i$  的获得或损失;  $\gamma_1 = 0.5$  表示采取均衡折衷的方式计算  $u_i$  的获得或损失.在决策中,  $\gamma_1$  的取值可根据匹配主体和中介的实际需要进行设定.进一步地,可建立  $U$  方主体的综合益损值矩阵  $S = [s(t_{ij})]_{m \times n}$ .

同理,对于  $V$  方主体  $v_j$ ,其序值  $f_{ij}$  相对于双参照点的益损值定义如下:

$$y(f_{ij}) = \frac{q_j - f_{ij}}{m - 1}, \quad (4)$$

$$g(f_{ij}) = \frac{\bar{q}_h - f_{ij}}{m - 1}, \quad (5)$$

$$s(f_{ij}) = \gamma_2 \frac{q_j - f_{ij}}{m - 1} + (1 - \gamma_2) \frac{\bar{q}_h - f_{ij}}{m - 1}. \quad (6)$$

其中:  $y(f_{ij})$  是  $v_j$  的个人现状益损值,反映了  $v_j$  个人维度的获得或损失;  $g(f_{ij})$  是  $v_j$  的社会比较益损值,

反映了 $v_j$ 社会维度的获得或损失;  $s(f_{ij})$ 是 $v_j$ 综合益损值, 它反映了综合考虑个人和社会维度后主体 $v_j$ 的获得或损失. 式(6)中 $\gamma_2 \in [0, 1]$ 为 $v_j$ 的综合益损值决策机制系数, 与 $\gamma_1$ 同理, 在实际决策中,  $\gamma_2$ 的取值可根据匹配主体和中介的需要进行设定.

在现实中, 人们往往以不同的风险态度面对获得与损失, 即以风险规避的态度来应对获得, 以风险追求的态度来应对损失, 并且与等量的获得相比, 损失更加让人敏感<sup>[23]</sup>. 因此, 在综合益损值的基础上, 本文依据前景理论进一步计算主体的感知价值. 对于 $U$ 方主体 $u_i$ , 其对 $V$ 方主体 $v_j$ 的感知价值定义如下:

$$e_U(s(t_{ij})) = \begin{cases} (s(t_{ij}))^{\alpha_1}, & s(t_{ij}) \geq 0; \\ -\lambda_1(-s(t_{ij}))^{\beta_1}, & s(t_{ij}) < 0. \end{cases} \quad (7)$$

进一步, 可建立感知价值矩阵 $E_U = [e_U(s(t_{ij}))]$ , 式中参数通常取 $0 < \alpha_1 < 1, 0 < \beta_1 < 1, \lambda_1 > 1$ <sup>[23-24]</sup>.  $\alpha_1$ 和 $\beta_1$ 是风险态度系数, 表示函数 $e_U(s(t_{ij}))$ 获得与损失区域的凹凸程度,  $\alpha_1$ 和 $\beta_1$ 值越大, 表示 $U$ 方主体越倾向于冒险; 参数 $\lambda_1$ 是损失规避系数, 体现了 $U$ 方主体对损失比获得更敏感的心理行为,  $\lambda_1$ 越大, 匹配主体损失规避的态度越强烈.

同理, 对于 $V$ 方主体 $v_j$ , 其对 $U$ 方主体 $u_i$ 的感知价值定义如下:

$$e_V(s(f_{ij})) = \begin{cases} (s(f_{ij}))^{\alpha_2}, & s(f_{ij}) \geq 0; \\ -\lambda_2(-s(f_{ij}))^{\beta_2}, & s(f_{ij}) < 0. \end{cases} \quad (8)$$

类似地, 式(18)中参数 $\alpha_2$ 和 $\beta_2$ 为 $V$ 方主体的风险态度系数,  $\lambda_2$ 为损失规避系数, 取值范围通常为 $0 < \alpha_2 < 1, 0 < \beta_2 < 1, \lambda_2 > 1$ <sup>[23-24]</sup>.

## 2.2 优化模型的构建

为了获得最“优”的匹配方案, 需要建立目标优化模型. 设 $x_{ij}$ 为一0-1变量, 其中 $x_{ij} = 1$ 表示 $U$ 方主体 $u_i$ 与 $V$ 方主体 $v_j$ 在 $\delta$ 中匹配, 即 $\delta(u_i) = v_j$ ;  $x_{ij} = 0$ 表示 $U$ 方主体 $u_i$ 与 $V$ 方主体 $v_j$ 未在 $\delta$ 中获得匹配, 即 $\delta(u_i) \neq v_j$ . 基于匹配双方的感知价值矩阵 $E_U = [e_U(s(t_{ij}))]$ 和 $E_V = [e_V(s(f_{ij}))]$ , 可建立如下解最“优”匹配结果的双目标优化模型:

$$\begin{aligned} \max Z_U &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e_U(s(t_{ij}))x_{ij}; \\ \max Z_V &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e_V(s(f_{ij}))x_{ij}. \\ \text{s.t. } &\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in 1, 2, \dots, m; \\ &\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, j \in 1, 2, \dots, n; \\ &x_{ij} = \{0, 1\}, i \in 1, 2, \dots, m, j \in 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (9)$$

在模型(9)中, 目标函数的含义分别是尽可能让 $U$ 方主体 $u_i$ 与 $V$ 方主体 $v_j$ 的感知价值之和最大, 即在匹配决策中尽量使匹配双方获得最大满足. 第1个约束条件表示每个 $U$ 方主体 $u_i$ 有且仅有一个 $V$ 方主体 $v_j$ 与之匹配. 第2个约束条件表示每个 $V$ 方主体 $v_j$ 最多只能与一个 $U$ 方主体 $u_i$ 形成匹配.

## 2.3 优化模型的求解

为了求解上述优化模型, 可先通过线性加权法将其转化为单目标优化模型. 设 $w_1$ 和 $w_2$ 分别为目标 $Z_U$ 和 $Z_V$ 的权重, 该权重可由中介依据匹配双方的重要程度给出, 其中 $0 \leq w_1, w_2 \leq 1, w_1 + w_2 = 1$ . 模型(9)可转化为如下模型:

$$\begin{aligned} \max Z &= w_1 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e_U(s(t_{ij}))x_{ij} + \\ &\quad w_2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n e_V(s(f_{ij}))x_{ij}. \\ \text{s.t. } &\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in 1, 2, \dots, m; \\ &\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, j \in 1, 2, \dots, n; \\ &x_{ij} = \{0, 1\}, i \in 1, 2, \dots, m, j \in 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (10)$$

转化后的模型可利用匈牙利法进行求解, 当匹配主体规模较大时也可通过Lingo11.0、Excel等软件, 或遗传算法、模拟退火算法、粒子群算法等智能算法求解.

**定理1** 模型(10)存在最优解.

**证明** 因为模型(10)是具有 $mn$ 个变量的0-1整数规划, 至多能有 $2^{mn}$ 个可行解. 不难看出

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i; \\ 0, & j \neq i; \end{cases} \quad i \in 1, 2, \dots, m, j \in 1, 2, \dots, n$$

就是一个可行解, 所以模型(10)的可行域非空, 那么目标函数在可行域上取得的最大值就是模型的最优解, 即模型(10)存在最优解.  $\square$

综上, 基于双参照点的双边匹配决策方法的步骤可归纳如下.

**Step1:** 通过式(1)~(3)和(4)~(6), 将匹配双方偏好序值分别转化为综合益损值, 进而得到匹配双方的综合益损矩阵.

**Step2:** 通过式(7)和(8), 分别将匹配双方综合益损值转化成主体的感知价值, 进而得到匹配双方的感知价值矩阵.

**Step3:** 通过模型(9), 建立双目标规划模型, 利用线性加权法将双目标规划模型转化为单目标规划模型(10).

**Step4:** 求解优化模型(10), 获得匹配结果.

### 3 算例分析

近年来,国际社会对可持续发展日趋关注,绿色创新,作为解决环境问题及实现经济-社会-环境和谐发展的重要方式,已经成为各国竞争的焦点。而绿色创新较一般创新,不仅复杂度和新颖度更高,还存在双重外部性,即除了一般创新的知识溢出效应外,还存在因减轻产品生产或使用过程中对环境的不良影响而产生的外部性成本,导致企业往往绿色创新意愿不足、缺乏动力。此时政府的助力以及高校的合作在提升企业绿色创新动力、加强企业绿色创新能力上具有重要意义。因此,某省政府与知名高校、企业签订了战略合作协议,建立多个科教结合产业创新基地,拟以产学研合作创新推动绿色发展,加速高校和研究机构绿色创新成果产业化。在项目申请前期,该省科技厅组织高校与企业合作申报。现有6个高校课题组(记为 $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6)$ )和8家企业(记为 $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8)$ )。为了最大程度集聚及合理配置创新资源,保证企业和高校课题组能够准确对接需求,形成合力并保持良好合作关系。省科技厅采取双向选择的方式对高校和企业进行配对。首先,高校课题组对于8家企业资金、技术、管理等方面所能提供的支持及政府关注程度进行综合考量后,给出如下序值矩阵:

$$T = [t_{ij}]_{6 \times 8} = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 8 & 4 \\ 6 & 4 & 8 & 1 & 2 & 7 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 8 & 7 & 6 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 6 & 8 & 1 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 8 & 1 & 6 & 4 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 4 & 8 & 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

同时,给出其临界值 $p_i(i=1, 2, \dots, 6)$ 和比较对象集合 $U^i = \{u_k^{(l)}\}$ ,如表1所示。

表1 高校课题组的临界值和比较对象

高校课题组	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$
临界值	5	3	3	5	3	3
比较对象	$u_2, u_4$	$u_1, u_6$	$u_5$	$u_1, u_2$	$u_2, u_3, u_4$	$u_1, u_5$

8家企业则根据相关课题可能产生的经济效益、回报周期、社会影响和高校排名等因素给出关于高校课题组的序值矩阵

$$F = [f_{ij}]_{6 \times 8} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 2 & 2 & 6 & 5 \\ 6 & 4 & 3 & 6 & 6 & 1 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 5 & 5 & 3 & 6 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

同时,给出其临界值 $q_j(j=1, 2, \dots, 8)$ 和比较对象集合 $V^j = \{v_h^{(l')}\}$ ,如表2所示。

表2 企业的临界值和比较对象

企业	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$
临界值	2	4	2	5	2	3	3	4
比较对象	$v_3, v_8$	$v_3, v_4, v_5, v_7$	$v_2, v_3, v_7$	$v_6$	$v_1, v_2, v_3, v_4, v_2, v_7$			

为了得到高校课题组和企业之间合适的匹配方案,充分考虑其匹配需求和心理感受,下面利用本文方法对该问题进行求解。

Step 1: 基于序值矩阵 $T = [t_{ij}]_{6 \times 8}$ 和 $F = [f_{ij}]_{6 \times 8}$ ,临界值 $p_i$ 和 $q_j$ ,通过式(1)~(3)和式(4)~(6),将匹配双方的偏好序值转化为综合益损值,其中 $\gamma_1 = 0.5, \gamma_2 = 0.5$ ,进而得到高校和企业双方的综合益损矩阵如下:

$$S_U = [s(t_{ij})] =$$

$$\begin{bmatrix} -0.4 & 0 & -0.2 & 0.8 & 0.6 & 0.4 & -0.6 & 0.2 \\ -0.6 & -0.2 & -1 & 0.4 & 0.2 & -0.8 & -0.4 & 0 \\ 0 & -0.4 & -1 & -0.8 & -0.6 & 0.4 & -0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.6 & -0.2 & -0.6 & 0.8 & 0.4 & 0.2 & -0.4 \\ 0.2 & 0 & -1 & 0.4 & -0.6 & -0.2 & -0.8 & -0.4 \\ 0 & -0.4 & 0.4 & -0.2 & -1 & -0.8 & 0.2 & -0.6 \end{bmatrix},$$

$$S_V = [s(f_{ij})] =$$

$$\begin{bmatrix} -0.286 & -0.143 & -0.571 & 0.143 \\ 0.143 & 0.429 & 0 & 0.286 \\ -0.571 & 0 & -0.143 & -0.143 \\ 0 & 0.286 & 0.143 & 0.429 \\ -0.429 & 0.143 & -0.429 & 0 \\ -0.143 & -0.286 & -0.286 & 0.571 \\ 0.143 & 0 & -0.286 & 0 \\ 0 & 0.143 & -0.429 & -0.143 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} -0.571 & 0.286 & -0.143 & -0.286 \\ -0.429 & -0.143 & 0 & 0.429 \\ -0.143 & -0.429 & 0.143 & 0.143 \\ -0.286 & -0.286 & 0.286 & 0.286 \end{bmatrix}.$$

Step 2: 文献[23]研究表明,风险态度系数为0.88、损失规避系数为2.25时比较符合大多数决策者的实际决策行为偏好。因此,本文设 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 的取值为0.88,  $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的取值为2.25。依据式(7)和(8),分别将高校和企业双方主体的综合益损值转化成感知价值,进而得到感知价值矩阵如下:

$$E_U = [e_U(s(t_{ij}))] =$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -0.55 & 0.822 \\ -1.44 & -0.55 & -2.25 & 0.446 \\ 0 & -1 & -2.25 & -1.85 \\ 0 & 0.638 & -0.55 & -0.55 \\ 0.243 & 0 & -2.25 & 0.446 \\ 0 & -1 & 0.446 & -0.55 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{array}{ccccc} 0.638 & 0.446 & -1.44 & 0.243 \\ 0.243 & -1.85 & -1 & 0 \\ -1.44 & 0.446 & -0.85 & 0.243 \\ \leftarrow 0.822 & 0.446 & 0.243 & -1 \\ -1.44 & -0.55 & -1.85 & -1 \\ -2.25 & -1.85 & 0.243 & -1.44 \end{array} \right], \\
 E_V = [e_V(s(f_{ij}))] = & \\
 \left[ \begin{array}{ccccc} -0.75 & -0.41 & -1.38 & 0.18 \\ 0.18 & 0.474 & 0 & 0.332 \\ -1.38 & 0 & -0.41 & -0.41 \\ \rightarrow 0 & 0.332 & 0.18 & 0.474 \\ -1.07 & 0.18 & -1.07 & 0 \\ -0.41 & -0.75 & -0.75 & 0.611 \\ 0.18 & 0 & -0.75 & 0 \\ 0 & -0.18 & -1.07 & -0.41 \\ \leftarrow -1.38 & 0.332 & -0.41 & -0.75 \\ -1.07 & -0.41 & 0 & 0.474 \\ -0.41 & -1.07 & 0.18 & 0.18 \\ -0.75 & -0.75 & 0.332 & 0.332 \end{array} \right].
 \end{aligned}$$

Step 3: 通过模型(9),建立双目标规划模型.不失一般性,设 $w_1 = w_2 = 0.5$ ,利用线性加权法将双目标规划模型进一步转化为单目标规划模型(10).

Step 4: 通过Excel和Lingo11.0软件编程求解模型(10),获得最“优”匹配结果为 $\delta^* = \delta_E^* \cup \delta_O^*$ ,其中

表3 匹配结果比较

匹配环境	参照点	理论依据	匹配结果	
			$\delta_E^*$	$\delta_O^*$
同时考虑个人维度和社会维度对主体心理行为的影响	个人参照点、社会参照点	前景理论、社会比较理论	$(u_1, v_5), (u_2, v_4), (u_3, v_6), (u_4, v_2), (u_5, v_1), (u_6, v_7)$	$(v_1, v_1), (v_3, v_3)$
仅考虑个人维度对主体心理行为的影响	个人参照点	前景理论	$(u_1, v_8), (u_2, v_5), (u_3, v_6), (u_4, v_2), (u_5, v_4), (u_6, v_7)$	$(v_1, v_1), (v_3, v_3)$

## 4 结 论

本文将前景理论和社会比较理论同时引入双边匹配模型,提出一种考虑双参照点效应的匹配决策方法.通过主体给出的临界值设置个人参照点和社会参照点,利用双参照点计算主体的综合益损值和感知价值,以匹配主体感知价值最大为目标,构建了双目标优化模型,通过模型求解得到最优双边匹配结果.

与已有的方法相比,本文提出的方法兼顾了个人维度和社会维度对主体心理行为的影响,能够较为全面和灵活地反映出主体的实际感知价值和有限理性特点.本文方法有较好的理论支撑,具有概念清晰、简单实用等特点,不仅可以在不考虑社会维度对主体心理行为影响的情况下,得到与现有考虑主体心理行为匹配决策方法一致的结果,也可在考虑双参照点效应情况下得到折衷解,适用面更广.由于现实中双边匹

$\delta_E^* = \{(u_1, v_5), (u_2, v_4), (u_3, v_6), (u_4, v_2), (u_5, v_1), (u_6, v_7)\}$ ,  $\delta_O^* = \{(v_1, v_1), (v_3, v_3)\}$ .即 $u_1$ 与 $v_5$ 匹配, $u_2$ 与 $v_4$ 匹配, $u_3$ 和 $v_6$ 匹配, $u_4$ 与 $v_2$ 匹配, $u_5$ 与 $v_1$ 匹配, $u_6$ 与 $v_7$ 匹配, $v_1$ 与 $v_3$ 未获得匹配.

文献[15]基于TODIM思想,提出一种考虑匹配主体心理行为的匹配决策方法,该方法没有考虑社会维度对主体心理的影响.利用文献[15]所提方法求解,得到匹配结果为 $\delta_E^* = \{(u_1, v_8), (u_2, v_5), (u_3, v_6), (u_4, v_2), (u_5, v_4), (u_6, v_7)\}$ ,  $\delta_O^* = \{(v_1, v_1), (v_3, v_3)\}$ ,与本文方法仅考虑个人维度对主体心理行为影响时( $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1$ )计算得到的结果一致,说明本文方法同样适用于该匹配环境.

如表3所示,两种匹配环境下获得的匹配结果不同,即若同时考虑个人维度和社会维度对主体心理行为的影响, $u_1$ 与 $v_5$ 匹配, $u_2$ 与 $v_4$ 匹配, $u_5$ 与 $v_1$ 匹配.若仅考虑个人维度对主体心理行为的影响,则 $u_1$ 与 $v_8$ 匹配, $u_2$ 与 $v_5$ 匹配, $u_5$ 与 $v_4$ 匹配.这就说明了考虑社会维度影响对匹配结果有着重要的作用.在该匹配问题中,无论是高校还是企业都具有社会属性,匹配双方会同时受到双参照点效应的影响.因此,本文方法对匹配双方心理行为的描述更加全面,得到的匹配结果相应地更为合理.

配问题大多处于社会背景下,本文方法有着良好的应用前景,对解决现实生活中广泛存在的双边匹配问题具有重要的理论指导意义,有助于组织和个人在实际双边匹配中进行判断和决策.

虽然,匹配决策中个人参照点和社会参照点会共同影响匹配主体的感知价值,且主体对二者的心理感受和行为倾向具有相似性,但目前有关双参照点效应的研究还处于起步阶段,随着该领域研究的推进,希望能够丰富和完善本文所提出模型,在模型中反映出双参照点效应的互相影响机制.此外,本文只用一个绿色创新项目合作申报中高校课题组与企业匹配的实例说明方法的有效性,但所提出方法同样适用于其他双边匹配问题.将本文方法应用在一些其他背景的双边匹配决策问题中是下一步工作方向.

## 参考文献(References)

- [1] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1): 9-15.
- [2] Roth A E. Common and conflicting interests in two-sided matching markets[J]. European Economic Review, 1985, 27(1): 75-96.
- [3] Roth A E. New physicians: A natural experiment in market organization[J]. Science, 1990, 250(4987): 1524-1528.
- [4] Roth A E. On the allocation of residents to rural hospital: A general property of two-sided matching markets[J]. Econometrica, 1986, 54(2): 425-427.
- [5] Roth A E. A natural experiment in the organization of entry-level labor markets: Regional markets for new physicians and surgeons in the united kingdom[J]. American Economic Review, 1991, 81(3): 415-440.
- [6] Roth A E. The economist as engineer: Game theory, experimentation, and computation as tools for design economics[J]. Econometrica, 2002, 70(4): 1341-1378.
- [7] Deng K H, Chiu H N, Yeh R H, et al. A fuzzy multi-criteria decision making approach for solving a bi-objective personnel assignment problem[J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 56(1): 1-10.
- [8] 梁海明, 姜艳萍. 二手房组合交易匹配决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(2): 358-367.  
(Liang H M, Jiang Y P. Decision-making method on second-hand house combination matching[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(2): 358-367.)
- [9] Wong W K, Zeng X H, Au W M R, et al. A fashion mix-and-match expert system for fashion retailers using fuzzy screening approach[J]. Expert Systems With Applications, 2009, 36(2): 1750-1764.
- [10] Liu X, Ma H. A two-sided matching decision model based on uncertain preference sequences[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015(1): 1-10.
- [11] Echenique F, Pereyra J S. Strategic complementarities and unraveling in matching markets[J]. Theoretical Economics, 2016, 11(1): 1-39.
- [12] Erdil A, Ergin H. Two-sided matching with indifferences[J]. J of Economic Theory, 2017, 171(1): 268-292.
- [13] Fan Z P, Li M Y, Zhang X. Satisfied two-sided matching: A method considering elation and disappointment of agent[J]. Soft Computing, 2017, 22(21): 7227-7241.
- [14] 刘勇, 熊晓旋, 全冰婷. 基于灰色关联分析的双边公平匹配决策模型及应用 [J]. 管理学报, 2017, 14(1): 86-92.  
(Liu Y, Xiong X X, Quan B T. Two-sided fair matching decision-making method and application based on grey incidence analysis[J]. Chinese J of Management, 2017, 14(1): 86-92.)
- [15] 乐琦. 考虑主体心理行为的双边匹配决策方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(1): 120-125.  
(Yue Q. Decision method for two-sided matching considering agents' psychological behavior[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(1): 120-125.)
- [16] Yue Q, Zhang L, Wang Z X. Matching decision considering agents' psychological behavior with incomplete ordinal number information[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2014, 28(4): 90-99.
- [17] 陈希, 韩菁, 张晓. 考虑心理期望与感知的多属性匹配决策方法[J]. 控制与决策, 2014, 29(11): 2027-2033.  
(Chen X, Nan J, Zhang X. Method for multiple attribute matching decision making considering matching body's psychological aspiration and perception[J]. Control and Decision, 2014, 29(11): 2027-2033.)
- [18] 李铭洋, 樊治平. 考虑双方主体心理行为的稳定双边匹配方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(10): 2591-2599.  
(Li M Y, Fan Z P. Method for stable two-sided matching considering psychological behavior of agents on both sides[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2014, 34(10): 2591-2599.)
- [19] 吴凤平, 朱玮, 程铁军. 互联网金融背景下风险投资双边匹配选择问题研究[J]. 科技进步与对策, 2016, 33(4): 25-30.  
(Wu F P, Zhu W, Cheng T J. Study on the venture capital two-sided matching decision-making in internet finance[J]. Science & Technology Progress and Policy, 2016, 33(4): 25-30.)
- [20] 赵道致, 李锐. 考虑主体心理预期的云制造资源双边匹配机制[J]. 控制与决策, 2017, 32(5): 871-878.  
(Zhao D Z, Li R. Two-sided matching mechanism with agents' expectation for cloud manufacturing resource[J]. Control and Decision, 2017, 32(5): 871-878.)
- [21] 谢晓非, 陆静怡. 风险决策中的双参照点效应[J]. 心理科学进展, 2014, 22(4): 571-579.  
(Xie X F, Lu J Y. Double reference points in risky decision making[J]. Advances in Psychological Science, 2014, 22(4): 571-579.)
- [22] Wang L, Wang Y M, Martínez L. A group decision method based on prospect theory for emergency situations[J]. Information Sciences, 2017, 41(8): 119-135.
- [23] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-291.
- [24] He X D, Zhou X Y. Portfolio choice under cumulative prospect theory: An analytical treatment[J]. Management Science, 2011, 57(2): 315-331.

## 作者简介

罗骁(1990-), 男, 博士生, 从事决策支持、双边匹配的研究, E-mail: xiao\_hngz@163.com;  
李为民(1964-), 男, 教授, 博士, 从事决策支持、作战运筹分析的研究, E-mail: weimin\_sx@163.com;  
王璇子(1990-), 女, 博士生, 从事管理决策的研究, E-mail: 834628194@qq.com.

(责任编辑: 孙艺红)