

# 机票定价与舱位控制两阶段决策方法

高金敏<sup>1,2</sup>, 乐美龙<sup>3†</sup>, 曲林迟<sup>2</sup>

(1. 上海工程技术大学 管理学院, 上海 201620; 2. 上海海事大学 经济管理学院, 上海 201306;  
3. 南京航空航天大学 民航学院, 南京 211106)

**摘要:** 针对航空收益管理中定价与舱位控制联合决策问题, 提出一种两阶段决策方法. 以最大化总收益为目标, 建立和分析相应的联合决策模型, 包括非嵌套模型(确定性模型和随机模型)和嵌套模型. 通过对模型的求解和仿真得到: 在价格方面, 随机模型定价最高, 其次是嵌套模型, 确定性模型定价最低; 在对低票价等级的订座限制方面, 随机模型限制最严, 其次是确定性模型, 嵌套模型限制最宽松; 最终总收益方面, 嵌套模型的总收益最高, 而随机模型与确定性模型总收益的高低视情况而定. 为应对求解大规模嵌套模型算例时的复杂性, 分别将非嵌套模型计算所得的定价结果作为嵌套模型的输入价格, 求得对应的座位分配结果. 对所得到的两阶段策略进行仿真得到, 随机模型与嵌套模型相结合所得到的两阶段策略表现更好, 能够使总收益接近最优水平.

**关键词:** 机票定价; 舱位控制; 联合决策; 非嵌套模型; 嵌套模型; 两阶段策略

中图分类号: U8

文献标志码: A

## Two-stage decision approach of air pricing and seat inventory control

GAO Jin-min<sup>1,2</sup>, LE Mei-long<sup>3†</sup>, QU Lin-chi<sup>2</sup>

(1. School of Management, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China; 2. School of Economics & Management, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China; 3. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** For the joint decision making problem of pricing and seat inventory control in airline revenue management, a two-stage decision approach is proposed. Firstly, corresponding joint models are established and analyzed with the good of maximizing the total revenue, including non-nested models(the deterministic model and the stochastic model) and nested models. Some conclusions are obtained through solving and simulating the models. For ticket pricing, the price from the stochastic model is the highest. The second highest is that from the nested model. The price from the deterministic model is the lowest. For the booking limit of low fare classes, the stochastic model is the strictest. The second strictest is deterministic model. The nested model is the loosest among them. The finally simulation results show that, the nested model produces the highest total revenue, and for non-nested models, the deterministic model does not always outperform the stochastic model. In order to response to the complexity of solving the large-scale example of the nested model, we regard the price from the non-nested model as the input price of the nested model respectively and obtain corresponding seat allocation results. Also, two groups of two-stage strategies of pricing and seat inventory control are produced, which are verified by example simulation. The results show that, the two-stage strategy from the combination of the stochastic model and the nested model performs better, and it can generate total revenue closer to the optimal level.

**Keywords:** pricing of air ticket; seat inventory control; joint decision making; non-nested model; nested model; two-stage strategy

## 0 引言

定价与舱位控制作为航空收益管理中的核心内容, 被众多学者广泛研究. 传统收益管理是将机票价格作为已知参数, 在此基础上将有限的座位数量分配给各票价等级, 实现最大收益. 定价是从90年代开始

作为收益管理的一部分被研究的, 现有收益管理研究文献中单独针对定价或者针对舱位控制的研究较多, 所涉及的定价模型或者舱位控制模型其目标函数都为总收益最大<sup>[1-5]</sup>. 机票定价影响旅客需求, 而舱位控制模型的建立是基于已知价格和旅客需求基础上的,

收稿日期: 2017-11-03; 修回日期: 2018-09-10.

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK20151479); 上海海事大学博士研究生创新基金项目(2016ycx061); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NZ2016109).

责任编委: 赵珺.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lemeilong@126.com.

因此两者之间的关系是密不可分的,将两者综合起来进行研究更有意义.鉴于此,一部分学者将价格和座位分配数量同时作为决策变量,对定价与舱位控制联合决策问题进行了相关研究.

Weatherford<sup>[6]</sup>在传统收益管理的基础上,考虑现实状况,将价格同时作为决策变量,探讨了3种不同类型的联合决策问题,依次为:不考虑旅客转移需求的分块舱位控制、不考虑旅客转移需求的序列嵌套舱位控制以及考虑旅客需求转移的序列嵌套舱位控制.该研究针对各问题建立了相应的模型,并且对增加优化条件所能提高的总收益与相应增加的求解时间之间进行了敏感性分析. Kuyumcu等<sup>[7]</sup>和 Bertsimas<sup>[8]</sup>都基于整个航线网络来研究机票定价和舱位控制联合决策问题. Chew等<sup>[9]</sup>针对两阶段的单一产品销售问题提出了一个联合优化方法,假设产品需求是不确定的,并且需求期望值是其自身价格的线性函数.该研究基于目标收益函数的凹性质提出了确定最优价格和预定限制的迭代算法,并进一步考虑了多阶段优化的情况. Cizaire<sup>[10]</sup>提出了同时求解最优票价和订座限制的几种方法,首先假设需求是确定的,针对两种票价等级和两个订票阶段的收益优化问题建立了确定性数学规划模型;然后针对需求不确定的情况建立了随机优化模型,分析了票价与订座限制对所接受订票总数量的综合影响,指出相对于传统收益管理联合决策模型能使总收益提高3%~4%;最后将订票阶段拓展到多个订票阶段的情况.之后, Cizaire等<sup>[11]</sup>又将票价和订票限制同时作为决策变量,对两种票价等级和两个订票阶段下的收益管理问题进行了研究.此外,一部分学者考虑竞争因素,对相关问题展开了研究,但是由于竞争模型的复杂性,大部分研究只涉及两家公司,具体可参考文献[12-15].

在国内,李晓花等<sup>[16]</sup>运用随机过程理论和最大凹向包络原理探讨了动态定价与舱位控制的统一模型,提出了确定最优价格和舱位控制策略的3阶段方法.李豪等<sup>[17]</sup>根据折扣票和普通票将乘客分为两类,应用动态规划建立了座位控制和动态定价综合模型,讨论了收益函数和最优定价策略的结构性质.倪冠群等<sup>[18]</sup>针对乘客未来订票信息不可预知的单航班机票价格和舱位控制问题,从在线策略和竞争分析角度,设计了最优的价格和座位在线联合控制策略.高金敏等<sup>[19-20]</sup>在非竞争环境下同时考虑旅客效用和航空公司收益提出了相应的联合模型;在竞争环境下

运用超模博弈理论分析了竞争因素对定价与舱位控制决策的影响.

以上关于竞争或非竞争的文献研究大都表明,定价与舱位控制联合决策一般要优于传统的收益管理方式,但当算例规模增大时,联合模型求解是一大难题.因此,本文在上述研究的基础上,考虑模型求解和现实应用,进一步探讨了最优定价与舱位控制策略的制定问题,提出了有效的两阶段决策方法.首先针对定价与舱位控制联合决策问题建立了对应的非嵌套模型和嵌套模型,计算出各自的定价与舱位控制联合策略;然后结合现实中航空公司一般采用嵌套舱位控制策略这一事实,根据需求规律、订票规律和舱位控制原理将非嵌套模型计算出的机票价格作为嵌套模型的输入价格,得到另外新的定价与舱位控制两阶段策略;最后通过仿真对所有策略的实际总收益结果进行比较,验证了两阶段决策方法的有效性.

## 1 模型假设和符号

本文相关模型的建立是基于以下基本假设:

- 1) 各票价等级的旅客需求是不确定的,需求期望只与其自身的价格相关;
- 2) 未被满足的旅客需求被视为收益流失,不存在需求转移.

根据以上模型假设,定义 $K(i = 1, 2, \dots, K)$ 为航空公司的票价等级数量; $x_i$ 和 $p_i$ 分别为票价等级 $i$ 的座位分配数量和价格; $\lambda_i(p_i)$ 为票价等级 $i$ 定价为 $p_i$ 时的旅客需求期望,且 $\lambda_i(p_i) = \alpha_i - \beta_i p_i$ ;  $D_i(p_i)$ 为票价等级 $i$ 定价为 $p_i$ 时的旅客总需求量,是随机变量,因此定义 $D_i(p_i) = \lambda_i(p_i)Z$ ,其中 $Z$ 为负指数分布, $E(Z) = 1$ ,该种定义方式符合旅客需求不确定的特点,并且将需求变异系数与价格独立开来简化了模型分析难度; $C$ 为航班容量.

## 2 非嵌套模型

### 2.1 随机性数学规划模型

非嵌套模型中各票价等级的座位分配数量是分块的,高票价等级的旅客需求不能占用低票价等级的座位,满足该特点的常用模型为数学规划模型.由于旅客需求是随机的,得到如下随机数学规划模型:

$$\max E \left[ \sum_{i=1}^K p_i \min(x_i, D_i(p_i)) \right]; \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^K x_i \leq C, \quad (2)$$

$$x_i \geq 0. \quad (3)$$

目标函数(1)为最大化总期望收益,因为本文定义的需求期望函数 $\lambda_i(p_i)$ 为递减的非负函数,并且二次可导,所以收益率 $r_i(p_i) = p_i \lambda_i(p_i)$ 是严格凹函数.根据文献[8],期望收益是关于最优价格的凹函数这一性质成立的充分条件是 $f(z)$ 是凹函数或者 $Z$ 服从拉格朗日正态分布.因此,上述模型存在一个最优价格使得总收益达到最大.约束(2)为航班容量约束,表示分配给各个票价等级的座位数之和应小于等于航班容量;约束(3)限定了座位分配数为非负数.

## 2.2 确定性数学规划模型

若将旅客随机需求用期望需求数量来近似表示,则得到如下确定性数学规划模型:

$$\max \sum_{i=1}^K p_i x_i; \quad (4)$$

$$\text{s.t. } x_i \leq E(D_i(p_i)), \quad (5)$$

$$x_i \geq 0. \quad (6)$$

目标函数(4)为最大化收益;约束(5)表示分配给各个票价等级的座位数要小于等于相应的期望均值;约束(6)限定座位分配数为非负数. Madansky<sup>[21]</sup>的研究表明,确定性数学规划模型的目标函数值远超过将其分配结果作为订票控制策略时所得到的总收益,因此该模型的目标函数值是现实中所得总收益的上界值.该目标函数值可为本研究分析和对比相关策略有效性提供一定参考.

## 3 嵌套模型

上节中模型计算结果所对应的舱位控制策略为分块预订策略,而航空公司在实际售票过程所采用的都是嵌套控制策略.大量研究文献和事实表明,嵌套控制策略能使航空公司避免收益流失,因此,本节主要是将定价与座位分配数量同时作为决策变量建立嵌套模型.

### 3.1 两等级票价嵌套模型

图1展示了只存在两种票价等级情景下的座位嵌套情况 $K(i=1,2)$ ,令 $i=1$ 代表高票价等级, $i=2$ 代表低票价等级.

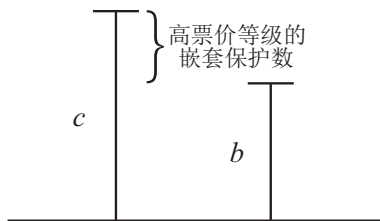


图1 两种票价嵌套示意图

除了第1节中关于模型的假设和相关符号定义之外,本节还定义 $b$ 为低票价等级的订座限制; $N_1$ 和 $N_2$ 分别为高票价等级和低票价等级被接受的旅客需求数量.对于高票价等级而言,所接受的旅客需求期望数量为

$$E(N_1) = \begin{cases} E[\min(C - \lambda_2 Z_2, \lambda_1 Z_1)], & \lambda_2 Z_2 \leq b; \\ E[\min(C - b, \lambda_1 Z_1)], & \lambda_2 Z_2 > b. \end{cases} \quad (7)$$

通过迭代积分得到

$$E(N_1) = \begin{cases} \lambda_1 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{C - \lambda_2 Z_2}{\lambda_1}\right) \right], & \lambda_2 Z_2 \leq b; \\ \lambda_1 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{C - b}{\lambda_1}\right) \right], & \lambda_2 Z_2 > b; \end{cases} \quad (8)$$

$$E(N_1) = \lambda_1 \left( \int_0^{\frac{b}{\lambda_2}} (1 - e^{-\frac{C - \lambda_2 Z_2}{\lambda_1}}) e^{-Z_2} dZ_2 + \int_{\frac{b}{\lambda_2}}^{\infty} (1 - e^{-\frac{C - b}{\lambda_1}}) e^{-Z_2} dZ_2 \right) = \lambda_1 \left( 1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-(\frac{C - b}{\lambda_1} + \frac{b}{\lambda_2})} - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\frac{C}{\lambda_1}} \right). \quad (9)$$

低票价等级所接受的旅客需求期望数量为

$$E(N_2) = \lambda_2 (1 - e^{-\frac{b}{\lambda_2}}). \quad (10)$$

将两种票价等级各自的收益求和得到总期望收益如下:

$$ER(p_1, p_2, b) = p_1 N_1 + p_2 N_2. \quad (11)$$

根据嵌套控制策略的准则可以得到

$$p_1 P(D_1 \geq C - b) = p_2. \quad (12)$$

通过移项求反函数得到关于低票价等级订座限制 $b$ 的公式如下:

$$b = C - \lambda_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right). \quad (13)$$

将式(13)代入(11)替换变量 $b$ ,这样总期望收益函数只包含 $p_1$ 和 $p_2$ 两个未知变量.分别对 $p_1$ 、 $p_2$ 求偏导数,联立方程组,便可得到 $p_1$ 、 $p_2$ 、 $b$ 的最优值.

### 3.2 多等级票价嵌套模型

图2展示了存在多种票价等级情景下的座位嵌套情况.

上节已对两种票价等级的情景建立了嵌套模型,而对于多种票价等级的情景,嵌套模型的建立将变得比较复杂.例如当票价等级增加为3种时,建模要考虑的情况如图3所示.当票价等级增加到 $K$ 种时,建模所要考虑的情况如图4所示.

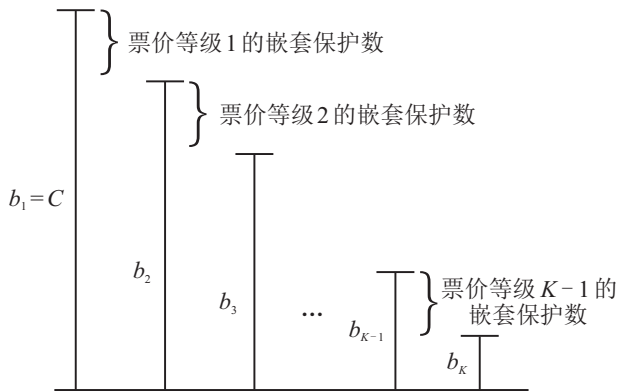


图2 多种票价嵌套示意图

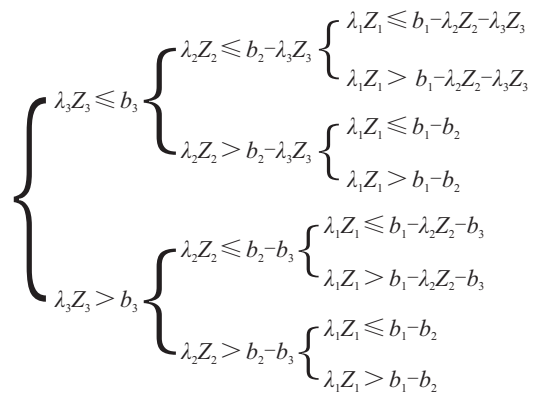


图3 3种票价等级建模情况分析

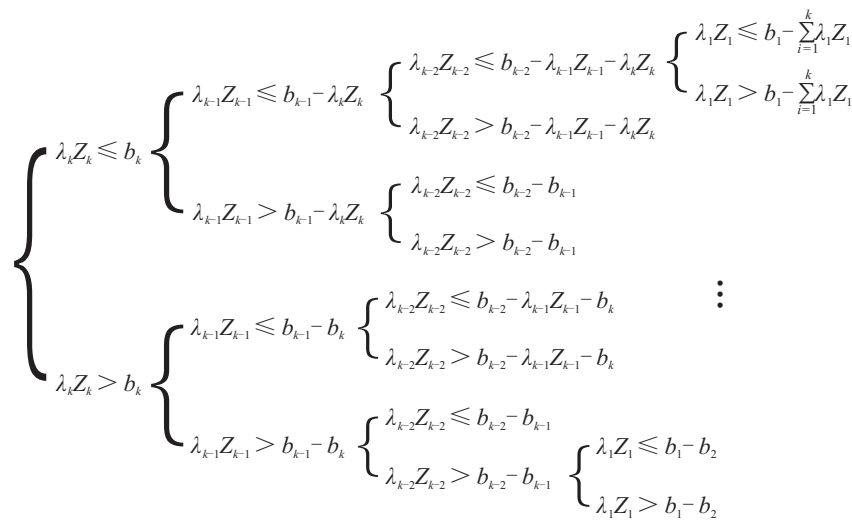


图4 K种票价等级建模情况分析

根据图3和图4的建模情况分析不难看出,针对多种票价等级建立嵌套模型时,模型会变得非常复杂,并且在求解时由于涉及到大量累积积分的计算,难以获得结果.为此,研究提出一种针对多票价等级的简约嵌套模型,并对其性质和有效性进行分析和验证.该简约嵌套模型是将多种票价等级转换为两等级票价的情况,即  $(p_i, \lambda_i, b_i)$  与  $(p_{i+1}^+, \lambda_{i+1}^+, b_{i+1})$  的情况.其中:  $p_i$ 、 $\lambda_i$ 、 $b_i$  分别为票价等级  $i$  的票价、需求强度和订座限制;  $p_{i+1}^+$ 、 $\lambda_{i+1}^+$ 、 $b_{i+1}$  分别为票价等级  $i+1$  到  $K$  的平均票价、平均需求强度以及票价等级  $i+1$  的订座限制,且

$$p_{i+1}^+ = \frac{1}{K-i} \sum_{j=i+1}^K p_j, \quad (14)$$

$$\lambda_{i+1}^+ = \frac{1}{K-i} \sum_{j=i+1}^K (\alpha_j - \beta_j p_j). \quad (15)$$

同时,为简化计算,令

$$\lambda_{i+1}^+ = \alpha_{i+1}^+ - \beta_{i+1}^+ p_{i+1}^+.$$

其中

$$\alpha_{i+1}^+ = \frac{1}{K-i} \sum_{j=i+1}^K \alpha_j,$$

$$\beta_{i+1}^+ = \frac{1}{K-i} \sum_{j=i+1}^K \beta_j.$$

然后,通过反复运用3.1节所述方法便能求得各票价等级的价格和订座限制  $(p_i, b_i)$ .

因为该部分建立多票价等级的嵌套模型是将其转化为两票价等级的情况,对于相关票价和旅客需求强度等采用平均值的方式,所以由该方法所得到的总收益  $\pi$  满足  $\pi \leq \pi^* < \pi^D$ ,在两种票价等级的情况下  $\pi = \pi^*$  成立.其中:  $\pi^*$  为最优总收益,  $\pi^D$  为确定性模型的目标函数值.

#### 4 算例结果分析

表1中列出了各票价等级所对应的旅客需求相关系数.为求解上述模型并验证其有效性,主要设计了4种情景来对比各模型策略所能产生的总收益:情景1包含4、5两种票价等级,情景2包含3、4、5三种票价等级,情景3包含2、3、4、5四种票价等级,情景4

包含1、2、3、4、5五种票价等级. 此外,假设航班容量  $C$  为300.

表1 各票价等级的旅客需求系数

| 票价等级 | $\alpha_i$ | $\beta_i$ |
|------|------------|-----------|
| 1    | 60         | 0.02      |
| 2    | 120        | 0.06      |
| 3    | 180        | 0.16      |
| 4    | 240        | 0.32      |
| 5    | 300        | 0.64      |

4.1 定价与座位分配结果

通过求解联合决策模型,得到各个情景不同票价等级下每一种票价等级对应的价格与订座限制,结果如表2~表5所示. 因为本研究不涉及网络因素,所以针对非嵌套模型所计算出的分块座位分配数量,依据票价等级进行嵌套得到各票价等级的订座限制.

表2 两种票价等级所得结果

| 票价等级 | 确定模型  |       |       | 随机模型  |       |       | 嵌套模型  |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | $p_i$ | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$ | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$ | $b_i$ |
| 4    | 375.0 | 120.0 | 300.0 | 460.1 | 92.8  | 300.0 | 439.3 | 300.0 |
| 5    | 234.0 | 150.0 | 180.0 | 307.5 | 103.2 | 138.3 | 307.4 | 264.7 |

表3 3种票价等级所得结果

| 票价等级 | 确定模型  |       |       | 随机模型  |       |       | 嵌套模型  |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | $p_i$ | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$ | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$ | $b_i$ |
| 3    | 616.1 | 81.4  | 300.0 | 698.5 | 113.4 | 300.0 | 630.0 | 300.0 |
| 4    | 428.6 | 102.9 | 218.6 | 494.2 | 107.7 | 186.6 | 453.2 | 253.8 |
| 5    | 288.0 | 115.7 | 115.7 | 336.2 | 78.9  | 78.9  | 321.4 | 221.2 |

表4 4种票价等级所得结果

| 票价等级 | 确定模型   |       |       | 随机模型   |       |       | 嵌套模型   |       |
|------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|
|      | $p_i$  | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$  | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$  | $b_i$ |
| 2    | 1101.7 | 53.9  | 300.0 | 1203.5 | 89.9  | 300.0 | 1163.9 | 300.0 |
| 3    | 664.2  | 73.7  | 246.1 | 731.8  | 87.1  | 210.1 | 683.2  | 244.2 |
| 4    | 476.7  | 87.5  | 172.4 | 523.0  | 76.2  | 123.0 | 493.0  | 201.7 |
| 5    | 336.1  | 84.9  | 84.9  | 360.5  | 46.8  | 46.8  | 339.6  | 172.3 |

表5 5种票价等级所得结果

| 票价等级 | 确定模型   |       |       | 随机模型   |       |       | 嵌套模型   |       |
|------|--------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|
|      | $p_i$  | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$  | $x_i$ | $b_i$ | $p_i$  | $b_i$ |
| 1    | 1625.0 | 27.5  | 300.0 | 1736.6 | 55.8  | 300.0 | 1710.2 | 300.0 |
| 2    | 1125.0 | 52.5  | 272.5 | 1209.1 | 87.6  | 244.2 | 1132.8 | 288.9 |
| 3    | 687.0  | 70.0  | 220.0 | 736.4  | 84.0  | 156.6 | 727.5  | 273.2 |
| 4    | 500.0  | 80.0  | 150.0 | 526.9  | 72.0  | 72.6  | 519.0  | 267.7 |
| 5    | 359.4  | 70.0  | 70.0  | 468.8  | 0     | 0.6   | 370.0  | 254.4 |

4.2 仿真收益结果

为验证上述定价与舱位控制联合策略的有效性,采用 Matlab 仿真技术模拟旅客订票过程,得到各联合策略下旅客订票的实际总收益,结果如图5所示.

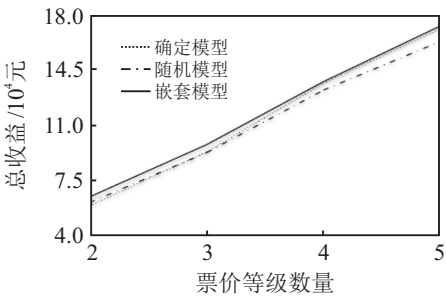


图5 联合策略仿真结果

在两种票价等级的情景下,采用嵌套模型对应的联合策略所得到的总收益是最优收益,为65 173.76元. 对于非嵌套模型而言,随机模型的表现优于确定性模型. 在多种票价等级的情景下,由于对票价和需求强度的相关简化,研究所建嵌套模型已达不到最优收益,但其表现始终优于随机模型和确定性模型. 因此,根据图5可以得到结论:嵌套模型的表现比非嵌套模型要好且更加稳定,非嵌套模型中确定模型的表现并不总是优于随机模型. 具体影响模型有效性的因素包括旅客需求分布、航班容量,这些将在今后的研究中继续探讨.

前面提到,求解多票价等级情景下的嵌套模型比较困难,除了模型方面的简化外,求解方法的改进也是必要的. 基于此,将非嵌套模型计算所得到的价格分别作为嵌套模型的输入价格,求解对应的订座限制,由此得到两组定价与舱位控制两阶段策略. 采用该策略进行仿真得到收益结果如图6所示.

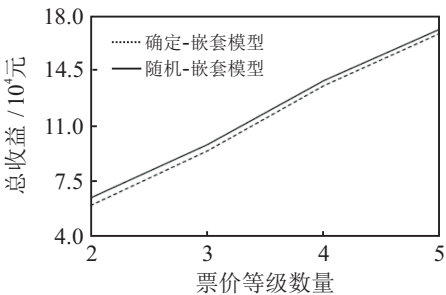


图6 两阶段策略仿真结果

观察图6可以看到:对于利用非嵌套模型定价结果作为嵌套模型的输入价格而得到的定价与舱位控制两阶段策略而言,随机模型的定价结果作为嵌套模型的输入价格所得到的两阶段策略表现更好.

图7的结果显示,随机-嵌套模型的总收益结果要高于两种非嵌套的联合策略总收益结果. 图8显示的是随机-嵌套模型这种两阶段策略的总收益与嵌套

联合策略总收益,即最优收益之间的差距.在两种票价等级的情景下,前者对应的总收益结果与最优收益水平仅仅相差0.23%,并且随着票价等级数量的增大,两者之间的差距越来越小.因此,随机-嵌套模型这种两阶段策略是有效的.航空公司在实际进行定价与舱位控制策略制订时,可首先采用随机数学规划模型确定价格策略,然后将其代入嵌套模型得到相应的舱位控制策略.这种两阶段方法避免了嵌套模型在应用中求解困难的问题,提高了运算效率,同时能达到近似最优收益.

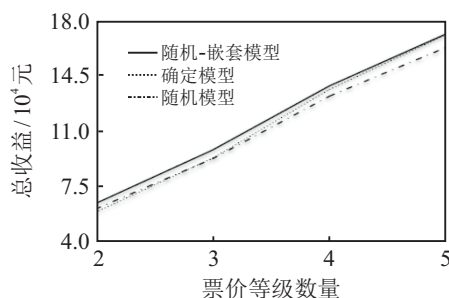


图7 仿真结果对比

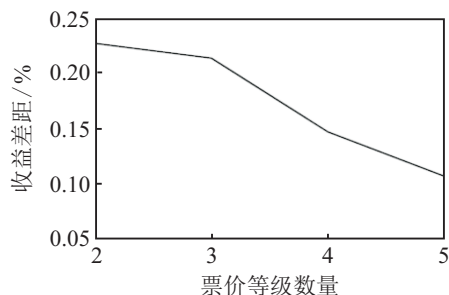


图8 收益差距对比

## 5 结 论

现实中航空公司所采用的收益管理系统是将机票价格作为输入参数,然后通过一系列优化手段进行舱位控制,最常用的是基于EMSR方法的嵌套控制策略.定价与舱位控制联合决策虽然能够一定程度地提高公司总收益,但是随着票价等级数量的增多以及其他因素的考虑,会使得模型求解较为困难,特别是嵌套模型.对此,本文针对多票价等级的情况建立了简约的嵌套模型,并将其与非嵌套模型进行分析和对比,得到结论:在价格方面,各模型的定价结果从高到低依次为随机模型、嵌套模型、确定性模型;在对低票价等级的订座限制方面,各模型的限制程度从高到低依次为随机模型、确定性模型、嵌套模型;在最终总收益方面,嵌套模型的总收益最高,而随机模型与确定性模型总收益的高低视情况而定.为进一步应对求解嵌套模型的复杂性,提出了两阶段决策方法,即首先利用非嵌套模型得到定价结果,并将其作为嵌套模型的输入价格得到对应的舱位控制策略.最后

通过仿真,对比和分析了两阶段策略和联合策略,得出随机模型与嵌套模型相结合所得出的定价与舱位控制两阶段策略是有效的这一结论.

未来的研究可从整个航线网络的角度出发对该两阶段决策方法进行有效性验证,也可以针对动态订票过程验证该方法的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] Gallego G G, van R. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons[J]. *Management Science*, 1994, 40(10): 999-1020.
- [2] 周蕾, 刘长有. 考虑No-Show的多航段航空机票定价模型[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2014, 14(4): 201-208.  
(Zhou Q, Liu C Y. Air ticket pricing model of multi-leg airline considering No-Show[J]. *J of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2014, 14(4): 201-208.)
- [3] Littlewood K. Forecasting and control of passengers[C]. *Proc of the 12nd AGIFORS Symposium Conf*. Nanyang: IEEE, 1972: 95-128.
- [4] Belobaba P P. Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control[J]. *Operations Research*, 1989, 37(2): 183-197.
- [5] 乐美龙, 高金敏. 基于轮辐式航线网络的航班舱位控制动态优化[J]. *工业工程*, 2015, 18(5): 122-126.  
(Le M L, Gao J M. Dynamic optimization research of flight Seat inventory based on the hub and spoke route network[J]. *Industrial Engineering J*, 2015, 18(5): 122-126.)
- [6] Weatherford L H. Using prices more realistically as decision variables in perishable-asset revenue management problems[J]. *J of Combinatorial Optimization*, 1997, 1(3): 277-304.
- [7] Kuyumcu A, Garcia-Diaz A. A polyhedral graph theory approach to revenue management in the airline industry[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2000, 38(3): 375-395.
- [8] Bertsimas D, Boer D S. Dynamic pricing and inventory control for multiple products[J]. *J of Revenue & Pricing Management*, 2005, 3: 303-319.
- [9] Chew E P, Lee C, Liu R. Joint inventory allocation and pricing decisions for perishable products[J]. *Int J of Production Economics*, 2009, 120(1): 139-150.
- [10] Cizaire C. Optimization models for joint airline pricing and seat inventory control: Multiple products, multiple periods[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2011.
- [11] Cizaire C, Belobabaa P. Joint optimization of airline

- pricing and fare class seat allocation[J]. J of Revenue and Pricing Management, 2013, 12(1): 83-93.
- [12] Côté J P, Marcotte P, Savard G. A bilevel modelling approach to pricing and fare optimization in the airline industry[J]. J of Revenue and Pricing Management, 2003, 2(1): 23-36.
- [13] Raza S A. Optimal pricing and seat allocation in the airline industry under market competition[J]. J of Biological Chemistry, 2007, 278(24): 21751-21760.
- [14] Raza S A, Akgunduz A. The impact of fare pricing cooperation in airline revenue management[J]. Int J of Operation Research, 2010, 7(3): 277-296.
- [15] Zhao X, Atkins D, Hu M, et al. Revenue management under joint pricing and capacity allocation competition[J]. European J of Operational Research, 2017, 257(3): 957-970.
- [16] 李晓花, 萧柏春. 航空公司收入管理价格与舱位控制的统一分析[J]. 管理科学学报, 2004, 7(6): 63-69.  
(Li X H, Xiao B C. Comprehensive analysis of pricing and seat inventory control in airline revenue management[J]. J of Management Sciences in China, 2004, 7(6): 63-69.)
- [17] 李豪, 熊中楷, 屈卫东. 基于乘客分类的航空客运座位控制和动态定价综合模型[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(6): 1062-1070.  
(Li H, Xiong Z K, Qu W D. Optimal seating control and dynamic pricing for airline tickets with passenger segment[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(6): 1062-1070.)
- [18] 倪冠群, 徐寅峰, 徐玖平. 航空收益管理价格和座位在线联合控制策略[J]. 管理科学学报, 2014, 17(7): 10-21.
- (Ni G Q, Xu Y F, Xu J P. Competitive analysis of revenue management: Online joint pricing and booking strategies[J]. J of Management Sciences in China, 2014, 17(7): 10-21.)
- [19] 高金敏, 乐美龙, 曲林迟. 基于超模博弈的定价与舱位控制联合决策研究[J]. 交通运输信息系统与工程, 2015, 15(6): 6-12.  
(Gao J M, Le M L, Qu L C. The joint decision making research of pricing and seat inventory control based on supermodel game[J]. J of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2015, 15(6): 6-12.)
- [20] 高金敏, 乐美龙, 曲林迟. 基于离散时间的定价与舱位控制联合决策[J]. 交通运输工程学报, 2016, 16(6): 125-131.  
(Gao J M, Le M L, Qu L C. Joint decision making of pricing and seat inventory control based on discrete time[J]. J of Traffic and Transportation Engineering, 2016, 16(6): 125-131.)
- [21] Madansky A. Inequalities for stochastic linear programming problems[J]. Management Science, 1960, 6(2): 197-204.

## 作者简介

高金敏(1990—), 女, 讲师, 博士, 从事交通运输规划与管理的研究, E-mail: jinmingao@foxmail.com;

乐美龙(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事运输系统规划与运营优化等研究, E-mail: lemeilong@126.com;

曲林迟(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事产业经济学等研究, E-mail: qulinchi@163.com.

(责任编辑: 齐 霁)

## 下 期 要 目

- 模仿学习示教轨迹自动分割方法的研究进展 ..... 迟明善, 等
- 基于子种群拉伸操作的精英共生生物搜索算法 ..... 王艳娇, 等
- 飞机多疲劳结构动态成组维修决策优化方法 ..... 罗 斌, 等
- 基于入侵杂草蝙蝠双子群优化的装备保障编组协同任务规划 ..... 王坚浩, 等
- 带参数辨识的自适应二阶滑模观测器PMSM无传感器矢量控制 ..... 张 谦, 等
- 基于节点优化型DAG-LDM的机组滚动轴承故障诊断方法 ..... 刘朝华, 等
- 输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制 ..... 沈智鹏, 等
- 基于多模态特征深度融合的微博流事件检测与跟踪 ..... 熊 宇, 等
- 基于箱粒子概率假设密度滤波的弱目标检测与跟踪算法 ..... 吴孙勇, 等
- 基于能耗区域感知的无线传感器网络路由算法 ..... 刘三阳, 等
- 基于邻域链的数据异常点检测 ..... 梁绍一, 等