

具有控制约束的分数阶混沌系统柔性同步控制

邵克勇, 郭浩轩[†], 韩 峰, 张 轶, 王季驰

(东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘 要: 研究具有控制约束的两个相同分数阶混沌系统的同步问题. 首先,在不消除非线性项的情况下,基于比例控制与自适应控制理论,设计线性自适应切换控制器,实现分数阶混沌系统的同步;其次,考虑到控制器存在约束,利用能够提供无限子控制器的柔性变结构控制策略对线性控制器进行改进,设计柔性变结构控制器,以应对控制的约束,并对线性控制器进行优化;同时,基于分数阶系统 Mittag-Leffler 稳定判定定理对误差系统的稳定性进行证明. 在兼顾系统稳定性与鲁棒性的情况下,可以缩短系统的调整时间,并有效抑制抖振. 最后,利用所设计的自适应柔性控制器实现分数阶 Chen 系统的混沌同步,并通过仿真对比两控制器控制效果,从而验证柔性变结构方法在具有约束的分数阶混沌系统同步控制中的优越性.

关键词: 分数阶系统; 分数阶混沌系统; 控制约束; 混沌同步; 自适应控制; 柔性变结构控制

中图分类号: O231.2

文献标志码: A

Adaptive soft variable structure controller with control constraints for synchronization of fractional-order chaotic systems

SHAO Ke-yong, GUO Hao-xuan[†], HAN Feng, ZHANG Yi, WANG Ji-chi

(School of Electrical Engineering and Information, Northeastern Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: The synchronization of two same fractional-order chaotic systems with control constrain is investigated. Firstly, based on the linear control theory and adaptive control theory, an adaptive proportional switching control scheme is designed without eliminating the nonlinear part. Then, considering the constraints of the controller, the linear part of the controller is improved using the soft variable structure method which can provide infinite sub-controllers. The soft variable controller is designed for dealing with the control constrain and optimizing the linear controller. At the same time, the stability of the error systems is proved based on the fractional-order Mittag-Leffler theory. Giving consideration to the stability and the robustness of the system, the adjustment time is shortened and the chattering is effectively suppressed. Finally, by using the designed controller, the synchronization of the fractional-order Chen chaotic system is realized. The numerical simulation results show the effectiveness and feasibility of the designed controller. The advantages of the soft variable structure method, which is used in the control of synchronization of fractional-order chaotic systems with control constrain, are verified by comparing the simulation of the two controllers.

Keywords: fractional-order systems; fractional-order chaotic systems; control constraints; chaos synchronization; adaptive control; soft variable structure control

0 引 言

分数阶微积分理论的提出已有几百年的历史,但直到近期分数阶微积分才有了快速的发展^[1]. 因为分数阶混沌系统自身具有复杂性,比整数阶混沌系统具有更强的保密性和抗破译能力,所以分数阶混沌系统具有广泛的应用前景^[2]. 分数阶混沌系统的同步有其特殊性,特别是系统的动力学行为具有分数阶系统的某些特性,因此,研究分数阶混沌系统的同步控制具有更重要的意义^[3].

柔性变结构控制(Soft variable structure control, SVSC)是变结构控制发展的另一个分支^[4],它不同于滑模控制,而是通过排除滑动模态以达到较高的调节率和较短的整理时间为控制目标. 柔性变结构控制可以实现线性系统控制信号的连续、平滑^[5]. 目前,柔性变结构控制研究大多针对整数阶系统控制. 文献[6]研究了变饱和状态柔性变结构控制;文献[7]研究了一种应用双线性法优化的动态柔性变结构控制;文献[8]研究了奇异系统动态柔性控制方法;文献[9]

收稿日期: 2017-11-14; 修回日期: 2017-12-30.

基金项目: 东北石油大学研究生创新科研项目(YJSCX2015-031NEPU).

责任编辑: 牛玉刚.

[†]通讯作者. E-mail: a59864963@163.com.

研究了线性分数阶系统的柔性变结构控制;文献[10]研究了一种在不消除非线性项的情况下,运用终端滑模实现一类三维分数阶混沌系统的同步方法.针对线性系统,柔性变结构缩短控制系统的调节和整理时间,在控制性能上能够几乎等同于时间最优控制,而且能够得到更加平滑的控制信号,但采用柔性变结构控制对非线性分数阶混沌系统同步的研究相对较少.

在有控制约束的情况下,本文设计一种线性自适应控制器,并采用柔性控制策略对控制器进行优化,以实现分数阶混沌系统的同步.通过分数阶Chen系统进行数值模拟来验证所设计的控制器的有效性和可行性.

1 问题描述

考虑如下 n 维分数阶混沌系统:

驱动系统为

$$D_t^q x = Ax + f(x); \quad (1)$$

响应系统为

$$D_t^q y = Ay + f(y) + u. \quad (2)$$

其中: D_t^q 为Caputo微分算子, $0 < q < 1$; $x \in R^n, y \in R^n$ 分别为系统的状态变量; $A \in R^{n \times n}$ 为分数阶混沌系统的系统矩阵; $f(x) \in R^n, f(y) \in R^n$ 为系统的 n 维非线性项, $f(x), f(y)$ 满足Lipschitz条件 $\|f(y) - f(x)\| \leq \gamma\|y - x\|$, γ 为Lipschitz常数. 控制器 $u = (u_{01}, u_{02}, \dots, u_{0n})^T, |u_{0i}| < V_{0i} (i = 1, 2, \dots, n), V_{0i}$ 为大于零的常数.

定义驱动系统(1)与响应系统(2)的同步误差向量 $e = y - x, e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$. 当 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$, 即同步误差渐近趋于零时,驱动系统(1)与响应系统(2)实现同步.

同步误差系统为

$$\begin{aligned} D_t^q e &= D_t^q (y - x) = D_t^q y - D_t^q x = \\ &= Ae + f(y) - f(x) + u. \end{aligned} \quad (3)$$

为研究上述同步问题,需要引用如下引理.

引理1^[9] 任意分数阶系统为

$$D_t^q x = f(x).$$

其中: $x \in R^n, x = 0$ 是它的一个平衡点. 假定存在一个李雅普诺夫函数 $V(t, x(t)) : [0, \infty) \rightarrow R$ 是连续可微的,且满足局部Lipschitz条件. 若有 $\alpha_1 \|x\|^a \leq V(t, x(t)) \leq \alpha_2 \|x\|^{ab}, D_t^q (t, x(t)) \leq -\alpha_3 \|x\|^{ab}$, 则 $x = 0$ 是Mittag-Leffler稳定的. 如果在 R^n 上条件亦满足,则 $x = 0$ 是Mittag-Leffler全局稳定的. 其中: $t \geq$

$0, \alpha \in (0, 1), \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, a, b$ 是正常数.

引理2^[11] 设存在实数 $z_1, z_2, \dots, z_n$ 和 $0 < q < 2$, 则有下列不等式:

$$|z_1|^q + |z_2|^q + \dots + |z_n|^q \geq (z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2)^{q/2}.$$

引理3^[12] 假设 $x(t)$ 是连续可微的向量函数,对于任何 $t \geq t_0 > 0$, 如下不等式成立:

$$\frac{1}{2} D^\alpha x^T x(t) \leq x^T(t) D^\alpha x(t),$$

其中 $0 < \alpha < 1$.

2 线性自适应控制器设计

分别针对同步误差系统的线性部分与非线性部分,将线性控制器与自适应切换控制结合,设计如下控制器:

$$u = u_1 + u_2. \quad (4)$$

针对误差系统线性部分设计线性控制器 $u_1 = (u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1n})^T$, 即

$$u_1 = -ke.$$

针对误差系统非线性部分设计自适应控制器 $u_2 = (u_{21}, u_{22}, \dots, u_{2n})^T$, 即

$$u_2 = -\mu\eta\|e\|S.$$

$$S = (\text{sgn}(e_1), \text{sgn}(e_2), \dots, \text{sgn}(e_n))^T.$$

$$\text{sgn}(e) = \begin{cases} -1, & e < 0; \\ 0, & e = 0; \\ 1, & e > 0. \end{cases}$$

k 为正定 n 维矩阵, (A, k) 是可控的. 存在正的常数 $m > 0, \mu > 0$, 使 $|\gamma| \leq \mu m$. η 的自适应律定义为

$$D_t^q \eta = \omega\|e\|^2,$$

其中 ω 为大于零的常数.

如下定理给出了误差系统(3) Mittag-Leffler 稳定的条件.

定理1 在控制器(4)的作用下,误差系统(3)是Mittag-Leffler稳定的.

证明 选取如下Lyapunov函数:

$$V(\eta, e) = \frac{1}{2} e^T e + \frac{\mu}{\omega} \left(\eta - \frac{1}{2} m \right)^2,$$

则

$$\begin{aligned} D_t^q V(\eta, e) &\leq \\ &= e^T D_t^q e + \frac{\mu}{\omega} (\eta - m) D_t^q \eta = \\ &= e^T Ae + e^T [f(y) - f(x)] - e^T ke - \\ &\quad \mu\eta\|e\|e^T S + \mu(\eta - m)\|e\|^2 \leq \end{aligned}$$

$$e^T A e - e^T k e + e^T [f(y) - f(x)] + \mu m \|e\|^2,$$

$$\text{其中 } e^T S = \sum_{i=0}^n |e_i| \geq \|e\|.$$

由 $\|f(y) - f(x)\| \leq \gamma \|y - x\|$ 可得

$$\begin{aligned} D_t^q V(\eta, e) &\leq \\ e^T A e - e^T k e + \|e\| \|f(y) - f(x)\| - \mu m \|e\|^2 &\leq \\ e^T (A - k) e + (\gamma - \mu m) \|e\|^2. \end{aligned}$$

选取 k , 使 $A - k$ 矩阵特征值为负, 由 Rayleigh 不等式可得

$$\lambda_{\min}\{A - k\} \|e\|^2 \leq e^T (A - k) e \leq \lambda_{\max}\{A - k\} \|e\|^2.$$

因此有

$$\begin{aligned} D_t^q V(\eta, e) &\leq \lambda_{\max}\{A - k\} \|e\|^2 + (\gamma - \mu m) \|e\|^2 \leq \\ &-\xi \|e\|^2, \end{aligned}$$

其中 $\xi = -\lambda_{\max}\{A - k\} - (\gamma - \mu m) > 0$. 由引理 1 可知, 系统是 Mittag-Leffler 稳定的, 即误差系统 (3) 稳定在平衡点上. $\square$

考虑控制约束 $|u_{0i}| < V_{0i} (i = 1, 2, \dots, n)$, 令 $V_{0i} = V_{1i} + V_{2i}$, V_{1i}, V_{2i} 为正实数. 其中自适应控制器 $|u_{2i}| = \mu \eta \|e\| \leq \mu m \|e\|$, 因 e 有界, 存在正实数矩阵 $V_2 = (V_{21}, V_{22}, \dots, V_{2n})^T$, 使得 $|u_{2i}| < V_{2i} (i = 1, 2, \dots, n)$. 要使控制器 u 满足控制约束, 则 $|u_{1i}| \leq V_{0i} - V_{2i} = V_{1i}$. 因 e 有界, 可选取适当 k , 使得 $|u_{1i}| \leq V_{1i}$.

在系统由初始状态运动到平衡状态 $e = 0$ 的过程中, 在初始阶段自适应参数 η 趋于 0, 线性控制器起主要调节作用. 由于自适应律在调节过程中增大, η 将在调节过程中趋近于参数上界估计值 m , 而且 $D_t^q V(\eta, e)$ 将朝着负无穷方向减小, 因此, Lyapunov 函数 $V(\eta, e)$ 将快速减小, 这样调节过程加快, 即自适应控制器的调节可加快系统的整理时间并提高调节率.

在调节临近结束时, 状态变量 e 将连续地减少为更小的值. 由于 η 趋近于最优控制参数, $\|e\| \approx 0$, 自适应的控制效果减弱, 降低了控制系统的抖振. 将线性控制与自适应切换控制结合可增加控制器控制速度和灵敏性, 同时自适应切换控制可以更好地消除系统中的扰动, 增加系统的鲁棒性能. 但考虑状态变量 e 将连续减少, 线性控制器 $|u_{1i}|$ 也随之减少, 控制效果会随之减弱, 自适应控制器 η 在调节过程中调节范围较小, 故控制器还不能充分利用控制约束达到最优.

3 改进的柔性自适应控制器

针对上述情况, 设计柔性变结构控制器. 柔性变结构控制器提供的无限子控制器能够使控制器更好

地贴近控制约束, 可缩短系统的调节和整理时间.

改进柔性控制器 u_1 为

$$u_1 = -(k + pl)^T e.$$

其中: $l + l^T = Q$, Q 为正定矩阵; p 为连续的选择变量, 选择策略为

$$D_t^q p = g(p, e).$$

如下定理给出了系统在改进的柔性自适应控制器作用下 Mittag-Leffler 稳定的条件.

定理 2 如果存在正定对称矩阵 Q_1 以及 k , 使得 $A_0 + A_0^T = (A - k) + (A - k)^T = -Q_1$, 其中 Q_1 正定对称, 则在柔性变结构自适应控制器 (4) 作用下, 系统 (3) 是 Mittag-Leffler 稳定的.

证明 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V(\eta, p, e) = 2e^T e + \zeta p^2 + \frac{2\mu}{\omega} \left(\eta - \frac{1}{2} m \right)^2.$$

其中: ζ 为正实数, 通过 Leibniz 法则可求得 $V(\eta, p, e)$ 分数阶微分, 即

$$\begin{aligned} D_t^q V(\eta, p, e) &\leq (D_t^q e)^T e + e^T D_t^q e + \zeta p D_t^q p + \\ &\frac{2\mu}{\omega} (\eta - m) D_t^q \eta. \end{aligned}$$

将 $D_t^q e$ 、选择策略 $D_t^q p$ 、自适应律 $D_t^q \eta$ 代入, 可得

$$\begin{aligned} D_t^q V &\leq ((A_0 - pl^T) e)^T + [f(y) - f(x)]^T e - \\ &\mu \eta \|e\| S^T e + e^T (A_0 - pl^T) e + \\ &e^T [f(y) - f(x)] - \mu \eta \|e\| e^T S + \\ &\zeta P g(p, e) + 2\mu (\eta - m) \|e\|^2. \end{aligned}$$

其中

$$A_0 = A - k,$$

$$S^T e = e^T S = \sum_{i=0}^n |e_i|,$$

$$\begin{aligned} D_t^q V &\leq e^T (A_0 + A_0^T) e - p e^T (l + l^T) e + \\ &2e^T [f(y) - f(x)] - 2\mu \eta \|e\| \sum_{i=0}^n |e_i| + \\ &\zeta p g(p, e) + 2\mu (\eta - m) \|e\|^2. \end{aligned}$$

由引理 2 可得

$$\begin{aligned} D_t^q V &\leq e^T Q_1 e + p(-e^T Q e + \zeta p g(p, e)) + \\ &2\gamma \|e\|^2 - 2\mu \eta \|e\|^2 + 2\mu (\eta - m) \|e\|^2. \end{aligned}$$

为了简化表达式, 定义函数 $\varphi(p, e) > 0$, 令

$$-e^T Q e + \zeta p g(p, e) = -p \varphi(p, e), \quad (5)$$

代入可得

$$D_t^q V \leq e^T Q_1 e - p^2 \varphi(p, e) + 2\gamma \|e\|^2 - 2\mu m \|e\|^2.$$

由Rayleigh不等式可得

$$\lambda_{\min}\{Q_1\}\|e\|^2 \leq e^T Q_1 e \leq \lambda_{\max}\{Q_1\}\|e\|^2.$$

因此可证出

$$\begin{aligned} D_t^q V &\leq \\ \lambda_{\max}\{Q_1\}\|e\|^2 - p^2 \varphi(p, e) + 2\gamma\|e\|^2 - 2\mu m\|e\|^2 &\leq \\ \lambda_{\max}\{Q_1\}\|e\|^2 + 2(\gamma - \mu m)\|e\|^2 &\leq \\ -\delta\|e\|^2, \end{aligned}$$

其中 $\delta = -\lambda_{\max}\{Q_1\} + 2(\mu m - \gamma) > 0$.

由引理1可得,系统是Mittag-Leffler稳定的,即误差系统(3)稳定在平衡点上. $\square$

由式(5)可以得到选择策略

$$D_t^q p = g(p, e) = \frac{e^T Q e - p \varphi(p, e)}{\zeta}. \quad (6)$$

选择函数 $\varphi(p, e)$ 时,需要将控制约束考虑在内,使得控制器满足控制约束 $|u_{0i}| < V_{0i} (i = 1, 2, \dots, n)$,柔性控制器要满足 $|u_{1i}| \leq V_{1i}$. 分别取第 j 个柔性控制器为最大控制器输出 $u_{1\max}$ 、最小柔性控制约束 $V_n, |u_{1\max}| \geq u_{1i} (i = 1, 2, \dots, n), V_n \leq V_{1i}$. 如果 $|u_{1i}|_{\max} \leq V_n$,则控制约束将得到满足. 取第 j 个控制器中 k, l 最大值分别为 k_j, l_j ,可得

$$-V_n \leq -\sum_{j=0}^n (k_j + pl_j)e_j \leq V_n, \quad (7)$$

整理可得

$$\begin{aligned} \frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j} &\leq p \leq \frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j > 0; \\ \frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j} &\leq p \leq \frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j < 0. \end{aligned}$$

注1 当 e 接近平衡点 $e = 0$ 时,上式定义的范围变得非常大.在这种情况下,选择变量 p 将取值很大,这将引起执行问题和严重的噪声放大及控制器中控制信号的扰动.受这些不确定性的影响,通常需要加载额外的约束在 p 上,即

$$-P \leq p \leq P,$$

其中 P 为较大正数.

综上所述,可以得到

$$\alpha(e) \leq p \leq \beta(e). \quad (8)$$

误差状态变量 e 包含在如下范围内:

$$\alpha(e) =$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j \leq \frac{-V_n + \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}; \\ &-P, \quad \frac{-V_n + \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P} < \sum_{j=0}^n l_j e_j < \frac{V_n + \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}; \\ &\frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j \geq \frac{V_n + \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}. \end{aligned} \right.$$

$$\beta(e) =$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j \leq \frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}; \\ &P, \quad \frac{-V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P} < \sum_{j=0}^n l_j e_j < \frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}; \\ &\frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{\sum_{j=0}^n l_j e_j}, \quad \sum_{j=0}^n l_j e_j \geq \frac{V_n - \sum_{j=0}^n k_j e_j}{P}. \end{aligned} \right.$$

选择 $g(p, e)$ 中的函数 $\varphi(p, e) > 0$,则不等式(7)将得到满足,控制约束也将得到满足.

$$\varphi(p, e) = \begin{cases} \theta \left(1 - \frac{\alpha(e)}{p}\right) + \theta_0 \frac{\alpha(e)}{p}, & p \leq \alpha(e); \\ \theta_0, & \alpha(e) < p < \beta(e); \\ \theta \left(1 - \frac{\beta(e)}{p}\right) + \theta_0 \frac{\beta(e)}{p}, & p \geq \beta(e). \end{cases}$$

注2 常数 $\theta < 1$ 确定了控制器的抗饱和域的范围,令常数 $\theta > 1$ 能够防止积分器输出参数的值低于 $\alpha(e)$ 或者超过 $\beta(e)$. 常数 $0 < \theta_0 < 1$ 限制控制器的抗饱和域的不起作用范围. 这样约束(7)和(8)以及稳定条件 $\varphi(p, e) > 0$ 将得到满足,有效地抑制积分饱和现象.

在调节的初始阶段,选择变量 $p \approx 0$. 在这种状态下, $p\varphi(p, e) \approx 0$,这样式(6)可以改写为 $D_t^q p \approx \frac{e^T Q e}{\zeta}$. 由于 p 将在调节过程中快速增大,且 $D_t^q V < 0$, Lyapunov 函数 V 将快速减小,这样调节过程非常

快,即柔性控制器比线性控制具有更短的整理时间和更高的调节率。

在调节临近结束时,状态变量 e 将减少为更小值. 式(6)中的 $e^T Q e$ 将近似等于0,这样式(6)可以改写为

$$D_t^q p \approx \frac{-p\varphi(p, e)}{\zeta}.$$

参数 p 将快速趋近于0, η 将趋近于最优控制参数 m , 即控制器(4)可近似为

$$u = -ke - \mu m \|e\| S.$$

4 数值仿真

考虑三维分数阶Chen系统.

驱动系统为

$$D_t^q x = Ax + f(x) = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix};$$

响应系统为

$$D_t^q y = Ay + f(y) + u = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -y_1 y_3 \\ y_1 y_2 \end{bmatrix} + u.$$

系统参数 $a = 35, b = 3, c = 28, q = 0.9$, 要求控制器满足的控制约束为30, 即 $|u_{0i}| \leq 30 (i = 1, 2, 3)$.

选取 $\omega = 2, \mu = 0.01, m = 0.13$, 则线性控制器约束应为 $|u_{1i}| \leq 29 (i = 1, 2, 3)$.

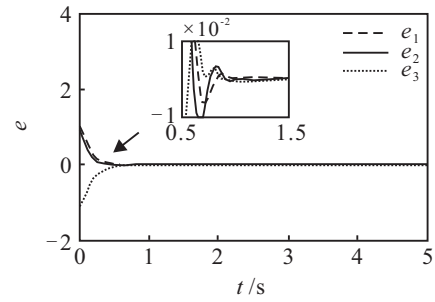
选取柔性变结构控制器参数为: 柔性控制器 $u_1 = -(k + pl)^T e$. 其中: k 满足 $\lambda_{\max}\{A - k\} < 0$ 及控制约束 $|u_{1i}| \leq 29 (i = 1, 2, 3)$, 选取对角阵 k 为 $\text{diag}(k) = [0, 29, 0]$, 最小特征值 $\lambda_{\min}\{A - k\} = -3$.

连续的选择变量为 p , 选择策略为

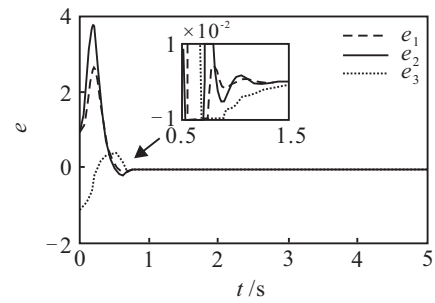
$$D_t^q p = g(p, e) = \frac{e^T Q e - p\varphi(p, e)}{\zeta}.$$

选取 $\theta_0 = 10^{-2}, \theta = 10^6, \varphi(p, e) = 30, \zeta = 10, Q$ 为单位矩阵, 可以有效防止选择变量 p 出现积分饱和. 为增强柔性控制器作用, 选取 l 为对角阵 $\text{diag}(1\,000, 1\,000, 1\,000)$.

驱动与响应系统的状态变量初始值为 $x(0) = [-0.5, 0, 0.1], y(0) = [0.5, 1, -1]$. 通过Matlab进行数值仿真, 误差系统响应曲线如图1(a)所示, 文献[10]相应仿真结果如图1(b)所示. 图2为本文与文献[10]的控制变量变化.

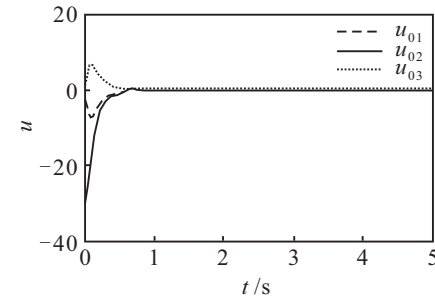


(a) 柔性自适应控制器

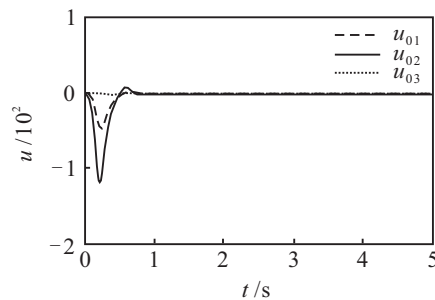


(b) 滑模自适应控制器

图1 误差系统响应



(a) 柔性自适应控制器



(b) 滑模自适应控制器

图2 控制器

从图3可以看出,在调节初始阶段自适应参数 η 趋近于0,柔性变结构控制器起主要调节作用. 当时时间在 $0 \sim 0.2$ s时,选择变量 p 在调节过程中快速增大,控制器效果增强. 在图1中,当时间在 $0 \sim 1.5$ s时,虽然调节过程中 e 逐渐变小,线性控制器效果减弱,控制器远离控制约束,但由于柔性变结构中选择变量 p 的增加,增加了控制器的控制效果,使调节过程中控制器下降趋势减弱, u_{01} 和 u_{03} 反而有增强趋势,控制器远离控制约束趋势减弱,调节过程变快,即柔性变结构控制器的调节加快了系统的整理时间. 由图3可以

看到,选择变量 p 在调节过程中快速减少,自适应律在调节过程中增大, η 在调节过程中快速趋近于参数上界估计值 m ,控制器效果增强,调节过程变快,可以有效降低系统的抖振,使系统更加平稳.

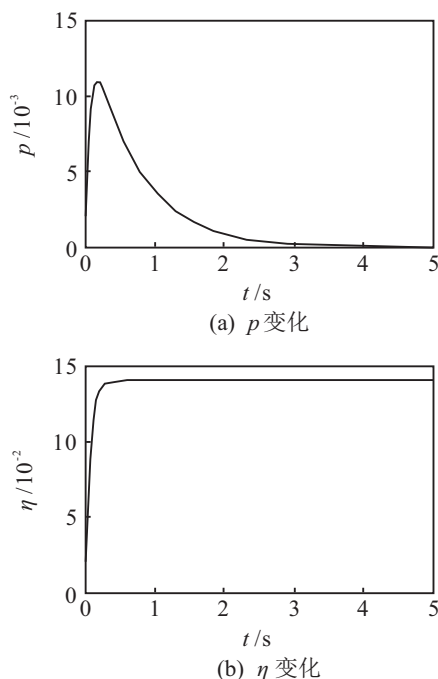


图3 柔性自适应控制器参数 p, η 变化

5 结论

本文给出了线性自适应控制器,并用柔性变结构对线性部分进行了改进,实现了分数阶非线性混沌系统的自适应同步.利用自适应控制降低了控制器的抖振,增强了控制器的鲁棒性.在有控制约束的前提下,利用柔性变结构控制策略提高了控制器的控制效果,有效缩短了系统的同步时间.最后,通过仿真算例验证了所提出的算法的优势.

参考文献(References)

- [1] Han J X, Zhang Q C, Wang W, et al. Fuzzy fractional-order fast terminal sliding mode control for some chaotic micro components[J]. Trans of Tianjin University, 2017, 23(3): 289-294.
- [2] 闵富红, 王执铨. 分数阶混沌系统同结构与异结构广义同步[J]. 控制与决策, 2008, 23(9): 1025-1029. (Min F H, Wang Z Q. Generalized synchronization for fractional-order chaotic systems with same or different structure[J]. Control and Decision, 2008, 23(9): 1025-1029.)
- [3] 张友安, 余名哲, 吴华丽. 基于自适应神经网络的分数阶混沌系统滑模同步[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 882-886. (Zhang Y A, Yu M Z, Wu H L. Sliding mode synchronization of fractional-order chaotic systems based on adaptive neural network[J]. Control and Decision, 2015, 30(9): 882-886.)
- [4] Adamy J, Flemming A. Soft variable-structure control: A survey[J]. Automatica, 2004, 40(11): 1821-1844.
- [5] 李颖晖, 张鹏. 柔性变结构控制方法及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 50-51. (Zhang Y H, Zhang P. Soft variable structure control theory and application[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2014: 50-51.)
- [6] 张鹏, 李颖晖, 赵鹏. 变饱和状态柔性变结构控制系统设计[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(14): 3790-3794. (Zhang P, Li Y H, Zhao K. Soft variable structure control with variable saturation[J]. J of System Simulation, 2008, 20(14): 3790-3794.)
- [7] 李凤祥, 袁野. 基于动态柔性变结构的控制系统优化设计[J]. 电子学报, 2013(5): 1025-1029. (Li F X, Yuan Y. Optimized design of control system based on dynamic soft variable structure[J]. Acta Electronica Sinica, 2013(5): 1025-1029.)
- [8] Liu Y L, Gao C C, Meng B, et al. Dynamic soft variable structure control for singular systems[C]. Proc of the 30th Chinese Control Conf. Yantai: IEEE, 2012: 3345-3352.
- [9] Kamal S, Bandyopadhyay B. High performance regulator for fractional order systems: A soft variable structure control approach[J]. Asian J of Control, 2015, 17(4): 1342-1346.
- [10] 魏静, 潘光. 一种分数阶混沌系统同步的自适应滑模控制器设计[J]. 物理学报, 2015(4): 45-51. (Wei J, Pan G. Design of an adaptive sliding mode controller for synchronization of fractional-order chaotic systems[J]. Acta Physica Sinica, 2015(4): 45-51.)
- [11] Aguila-Camacho N, Duarte-Mermoud M A, Gallegos J A. Lyapunov functions for fractional order systems[J]. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat, 2014, 19(9): 2951-2957.
- [12] Mohammad P A, Sohrab K, Ghassem A. Finite-time synchronization of two different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode technique[J]. Applied Mathematical, 2011, 35(6): 3080-3091.

作者简介

邵克勇(1970—), 男, 教授, 博士, 从事分数阶理论及其应用等研究, E-mail: autoshaokeyong@163.com;

郭浩轩(1989—), 男, 硕士生, 从事分数阶系统及控制器的研究, E-mail: a59864963@163.com;

韩峰(1989—), 男, 硕士生, 从事分数阶系统同步控制的研究, E-mail: 790469723@qq.com;

张轶(1992—), 男, 硕士生, 从事分数阶系统有限时间同步控制的研究, E-mail: 584036515@qq.com;

王季驰(1992—), 男, 硕士生, 从事分数阶混沌系统滑模变结构控制的研究, E-mail: 723889561@qq.com.

(责任编辑: 闫 妍)