

多变量时滞非方系统的分数阶Smith预估控制

赵志诚[†], 徐 娜, 张井岗

(太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024)

摘要: 针对多变量时滞非方系统, 提出一种基于反向解耦的分数阶 Smith 预估控制方法。首先, 将反向解耦方法推广应用于 $m \times n$ 非方系统中, 给出非方解耦矩阵的设计方法, 同时为了保证解耦矩阵的稳定正则, 给出其实现的必要条件以及条件不满足时的补偿方法; 然后, 针对解耦后的各个单回路系统设计分数阶 Smith 预估控制器, 根据内模控制与 Smith 预估控制结构上的等价关系简化控制器的设计, 克服时滞环节对系统性能的影响, 并且基于最大灵敏度推导出一种控制器参数解析整定方法; 最后, 通过典型的 Shell 标准控制问题对所提出方法进行验证。仿真结果表明, 反向解耦方法设计简单易于实现, 能达到系统完全解耦, 控制器参数较少, 整定方便, 并且具有良好的跟踪能力、抗干扰性和鲁棒性。

关键词: 非方系统; 反向解耦; 分数阶控制; Smith 预估控制; 内模控制; 最大灵敏度

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fractional order Smith predictor control for non-square systems with time-delay

ZHAO Zhi-cheng[†], XU Na, ZHANG Jing-gang

(School of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: A fractional order Smith predictive control approach based on the inverted decoupling is proposed for non-square systems with time-delay. Firstly, inverted decoupling is extended into $m \times n$ non-square systems. The design method of the inverted decoupling matrix is proposed. At the same time, to ensure the decoupling matrix stable and regular, the realizability conditions and the compensation method of the controlled object are provided. Then, we design a fractional order Smith predictive controller for decoupled signal-loop systems. The design method of the fractional order controller is simplified using the equivalence relation between the IMC(internal model control) and the Smith predictive control. Furthermore, we propose a tuning methodology for controller parameters based on the maximum sensitivity. Finally, the typical Shell standard control problem is studied to verify the effectiveness of the proposed method. The simulation results show that the proposed method is not only simple in design and easy to implement, but also convenient in parameter tuning, and has a better tracking performance, disturbance rejection property and robustness.

Keywords: non-square processes; inverted decoupling; fractional order control; Smith predictor control; internal model control; maximum sensitivity

0 引言

多变量时滞系统的解耦控制一直是控制界研究的热点, 根据输入和输出变量是否相等, 可将多变量系统分为方形系统与非方系统^[1]。其中非方系统解耦控制较方形系统更为复杂, 因此, 研究简便有效的解耦控制方法具有重要意义。由于方形系统的解耦控制方法^[2-5]已趋于成熟, 非方系统的传统控制方法是通过添加或删除输入、输出变量使其转化为方形系统再进行解耦控制, 但添加变量会增加控制成本, 删

除变量会降低控制品质。随着先进控制技术的发展, 出现了多种针对非方系统的控制方法, 尤其是内模控制得到了广泛应用。文献[6]通过引入广义逆提出了非方系统的内模控制, 但并没有给出有效的参数整定方法。文献[7]基于文献[6]提出了基于奇异值分解的内模控制方法, 可单独整定各个回路的控制器参数以调节输出特性, 但针对大时滞系统的控制效果并不太理想。因此, 文献[8]利用内模原理设计了 Smith 预估控制器, 不仅补偿了静态解耦的缺陷, 还克服了模型

收稿日期: 2017-12-03; 修回日期: 2018-05-11。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61603266); 晋城市科技计划项目(201501004-3)。

责任编辑: 刘向杰。

[†]通讯作者. E-mail: zhzhich@126.com.

近似和不确定性的影响。文献[6-8]的方法均需利用系统的广义逆，计算较为复杂。尽管文献[9]基于有效传递函数提出了一种简单的求解广义逆方法，但上述方法均为集中式控制，所得控制器均为全矩阵形式，其参数不易整定。另外，某个回路控制器参数的改变，有可能使其他回路波动，导致系统稳定性下降。为此，文献[10]提出了一种分散控制方法，克服了集中控制的不足，但不能实现完全解耦。文献[11]通过设计正向解耦矩阵实现系统的完全解耦，再针对解耦后的每个单回路系统分别设计控制器，但该方法计算复杂而且需要对解耦后的系统模型进行降阶处理，从而导致模型失配。

考虑到方形系统中反向解耦不仅能实现完全解耦而且计算简单^[12-13]，本文将其推广到非方系统，通过设计反向非方解耦网络，将多变量时滞非方系统转化为多个单回路系统。另外，分数阶控制器具有更大的可调范围和更强的鲁棒性^[14-16]，因此，针对解耦后的时滞对象，设计了分数阶Smith预估控制器，并基于最大灵敏度^[17]给出了解析的参数整定方法。仿真结果表明了所提出方法的优越性。

1 多变量Smith预估控制结构

多变量时滞非方系统的Smith预估控制结构如图1所示。其中： $\mathbf{G}(s)$ 为被控对象； $\mathbf{G}_m(s)$ 为被控对象的模型； $\mathbf{G}_{m0}(s)$ 为 $\mathbf{G}(s)$ 的最小相位部分，即 $\mathbf{G}_{m0}(s)$ 稳定且不含时滞项； $\mathbf{D}(s)$ 为解耦矩阵； $\mathbf{G}_p(s)$ 为解耦后的广义被控对象； $\mathbf{G}_c(s)$ 为Smith预估控制器； $\mathbf{R}(s)$ 和 $\mathbf{Y}(s)$ 分别为系统的输入和输出； $\mathbf{d}(s)$ 为系统干扰。

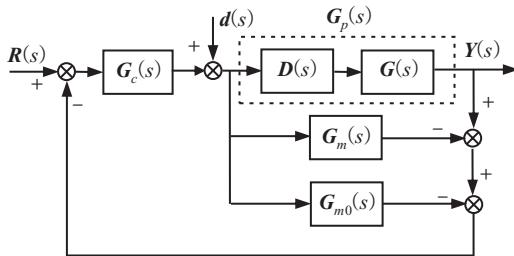


图1 Smith预估控制结构

由图1可得系统输出与设定值输入、扰动输入之间的关系分别为

$$\mathbf{G}_{yr}(s) = \frac{\mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_p(s)}{1 + \mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_{m0}(s) + \mathbf{G}_c(s)[\mathbf{G}_p(s) - \mathbf{G}_m(s)]}, \quad (1)$$

$$\mathbf{G}_{yd}(s) = \frac{[1 + \mathbf{G}_c(s)(\mathbf{G}_{m0}(s) - \mathbf{G}_m(s))]\mathbf{G}_p(s)}{1 + \mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_{m0}(s) + \mathbf{G}_c(s)[\mathbf{G}_p(s) - \mathbf{G}_m(s)]}. \quad (2)$$

当被控对象模型完全匹配，即 $\mathbf{G}_p(s) = \mathbf{G}_m(s)$ 时，有

$$\mathbf{G}_{yr}(s) = \frac{\mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_p(s)}{1 + \mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_{m0}(s)}, \quad (3)$$

$$\mathbf{G}_{yd}(s) = \frac{[1 + \mathbf{G}_c(s)(\mathbf{G}_{m0}(s) - \mathbf{G}_m(s))]\mathbf{G}_p(s)}{1 + \mathbf{G}_c(s)\mathbf{G}_{m0}(s)}. \quad (4)$$

式(3)和(4)表明，模型精确时闭环系统特征方程中不包含时滞项，设计控制器 $\mathbf{G}_c(s)$ 只需考虑过程模型的无时滞部分 $\mathbf{G}_{m0}(s)$ ，有效简化了设计方法。

2 反向解耦方法

2.1 $m \times n$ 非方系统的反向解耦

多变量时滞非方系统为

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1m}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2m}(s) & \dots & g_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \dots & g_{mm}(s) & \dots & g_{mn}(s) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中： n 为输入变量个数， m 为输出变量个数。本文考虑 $n > m$ 的系统，第 j 个输入到第 i 个输出的传递函数为

$$g_{ij}(s) = \frac{k_{ij}}{T_{ij}s + 1} e^{-\tau_{ij}s}. \quad (6)$$

其中： T_{ij} 为时间常数， k_{ij} 为增益， τ_{ij} 为时滞时间。

多变量时滞非方系统解耦控制的关键是设计非方解耦网络 $\mathbf{D}(s)$ 。当系统完全解耦时，多变量系统变成 m 个单回路系统，解耦后的广义被控对象为

$$\mathbf{G}_p(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{D}(s) = g_{pii}(s)\mathbf{I}_{m \times m}, \quad (7)$$

其中 $g_{pii}(s) = k_{ii}e^{-\tau_{ii}s}/(T_{ii}s + 1)$ 。由式(7)可知

$$\begin{cases} \mathbf{D}(s) = \mathbf{G}^{-1}(s)\mathbf{G}_p(s), \\ \mathbf{G}^{-1}(s) = \mathbf{G}^T(-s)[\mathbf{G}(s)\mathbf{G}^T(-s)]^{-1}. \end{cases} \quad (8)$$

显然， $\mathbf{G}^{-1}(s)$ 求解非常复杂，而反向解耦方法可有效避免繁琐的计算，其结构如图2所示。

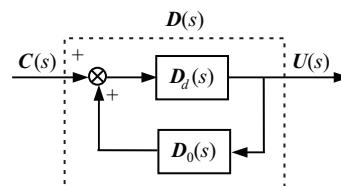


图2 反向解耦结构

由图2可知，解耦矩阵 $\mathbf{D}(s)$ 包含两部分^[18]：前向矩阵 $\mathbf{D}_d(s)$ ，其输入为控制器输出 $\mathbf{C}(s)$ ，输出为被控对象的输入 $\mathbf{U}(s)$ ；反馈矩阵 $\mathbf{D}_0(s)$ ，其输入为被控对象的输入 $\mathbf{U}(s)$ ，输出为控制器输出 $\mathbf{C}(s)$ 。要求各个回路的输出仅与一个给定输入有关，因此前向矩阵 $\mathbf{D}_d(s)$ 仅含 n 个非零元素。

$$\mathbf{D}(s) = \mathbf{D}_d(s)[\mathbf{I} - \mathbf{D}_0(s)\mathbf{D}_d(s)]. \quad (9)$$

将式(9)两端分别求广义逆, 并结合式(8)可得

$$\mathbf{D}^+(s) = \mathbf{D}_d^+(s) - \mathbf{D}_0(s) = \mathbf{G}_p^{-1}(s)\mathbf{G}(s). \quad (10)$$

其中: $\mathbf{D}^+(s)$ 和 $\mathbf{D}_d^+(s)$ 分别为 $\mathbf{D}(s)$ 和 $\mathbf{D}_d(s)$ 的广义逆。由式(10)可知 $\mathbf{D}_d(s)$ 为 $n \times m$ 矩阵, $\mathbf{D}_0(s)$ 为 $m \times n$ 矩阵。设

$$\mathbf{D}_d(s) = \begin{bmatrix} d_{11}(s) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & d_{22}(s) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d_{mm}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & d_{nm}(s) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_0(s) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & d_{01m}(s) & \cdots & d_{01n}(s) \\ d_{021}(s) & \cdots & d_{02m}(s) & \cdots & d_{02n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ d_{0m1}(s) & \cdots & 0 & \cdots & d_{0mn}(s) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

另外, $\mathbf{D}_d^+(s)$ 的计算非常复杂。因此, 将式(9)代入(7)可得

$$\mathbf{G}_p(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{D}_d(s)[\mathbf{I} - \mathbf{D}_0(s)\mathbf{D}_d(s)]^{-1}. \quad (13)$$

由于 $\mathbf{G}_p(s)$ 为满秩矩阵, 式(13)两端同时取逆得

$$\mathbf{I} - \mathbf{D}_0(s)\mathbf{D}_d(s) = \mathbf{G}_p^{-1}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{D}_d(s). \quad (14)$$

将式(5), (7), (11)和(12)分别代入(14), 有

$$\mathbf{G}_p^{-1}(s)\mathbf{G}(s)\mathbf{D}_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{g_{11}(s)d_{11}(s)}{g_{p11}(s)} & \frac{g_{12}(s)d_{22}(s)}{g_{p11}(s)} & \cdots & \frac{g_{1m}(s)d_{mm}(s)}{g_{p11}(s)} + \cdots + \frac{g_{1n}(s)d_{nm}(s)}{g_{p11}(s)} \\ \frac{g_{21}(s)d_{11}(s)}{g_{p22}(s)} & \frac{g_{22}(s)d_{22}(s)}{g_{p22}(s)} & \cdots & \frac{g_{2m}(s)d_{mm}(s)}{g_{p22}(s)} + \cdots + \frac{g_{2n}(s)d_{nm}(s)}{g_{p22}(s)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{g_{m1}(s)d_{11}(s)}{g_{pmn}(s)} & \frac{g_{m2}(s)d_{22}(s)}{g_{pmn}(s)} & \cdots & \frac{g_{mm}(s)d_{mm}(s)}{g_{pmn}(s)} + \cdots + \frac{g_{mn}(s)d_{nm}(s)}{g_{pmn}(s)} \end{bmatrix}_{m \times m}, \quad (15)$$

$$\mathbf{I} - \mathbf{D}_0(s)\mathbf{D}_d(s) =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -d_{012}(s)d_{22}(s) & \cdots & -d_{01m}(s)d_{mm}(s) - \cdots - d_{01n}(s)d_{nm}(s) \\ -d_{0m1}(s)d_{11}(s) & 1 & \cdots & -d_{02m}(s)d_{mm}(s) - \cdots - d_{02n}(s)d_{nm}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -d_{0m1}(s)d_{11}(s) & -d_{0m2}(s)d_{22}(s) & \cdots & 1 - d_{0(m+1)m}(s)d_{(m+1)m}(s) - \cdots - d_{0nm}(s)d_{nm}(s) \end{bmatrix}_{m \times m}, \quad (16)$$

假设 $\mathbf{G}_p(s) = \text{diag}[\mathbf{G}(s)]$, 将 $\mathbf{D}_d(s)$ 和 $\mathbf{D}_0(s)$ 分成两部分, 即

$$\mathbf{D}_d(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{d1}(s)_{m \times m} \\ \mathbf{D}_{d2}(s)_{(n-m) \times m} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{D}_0(s) = [\mathbf{D}_{01}(s)_{m \times m} \quad \mathbf{D}_{02}(s)_{m \times (n-m)}]. \quad (18)$$

令式(15)和(16)等式矩阵各个元素对应相等, 则

$$\mathbf{D}_{d1}(s) = \mathbf{I}_{m \times m}, \quad (19)$$

$$\mathbf{D}_{01}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} & \cdots & \frac{g_{1m}(s)}{g_{11}(s)} \\ \frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} & 0 & \cdots & \frac{g_{2m}(s)}{g_{22}(s)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{g_{m1}(s)}{g_{mm}(s)} & \frac{g_{m2}(s)}{g_{mm}(s)} & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

当 $n - m = 1$ 时, 有

$$\mathbf{D}_{d2}(s) = [0 \quad \cdots \quad 1], \quad (21)$$

$$\mathbf{D}_{02}(s) = \left[-\frac{g_{m+1}(s)}{g_{mm}(s)} \quad \cdots \quad -\frac{g_{m(m+1)}(s)}{g_{mm}(s)} \right]^{-1}. \quad (22)$$

当 $n - m > 1$ 时, 有

$$\mathbf{D}_{d2}(s) = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & d_{(m+1)m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & d_{nm} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{D}_{02}(s) = \begin{bmatrix} \frac{g_{1(m+1)}(s)}{g_{11}(s)} & \cdots & \frac{g_{1n}(s)}{g_{11}(s)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{g_{(m-1)(m+1)}(s)}{g_{(m-1)(m-1)}(s)} & \cdots & \frac{g_{(m-1)m}(s)}{g_{(m-1)(m-1)}(s)} \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

式(23)必须满足如下关系:

$$\frac{g_{m(m+1)}(s)}{g_{mm}(s)}d_{(m+1)m}(s) + \cdots + \frac{g_{mn}(s)}{g_{mm}(s)}d_{nm}(s) = 0. \quad (25)$$

2.2 解耦矩阵可实现性

解耦后的广义矩阵 $\mathbf{G}_p(s)$ 的各元素与被控对象矩阵 $\mathbf{G}(s)$ 的对角元素相同, 因此, 由式(19)~(25)可知解耦矩阵需满足如下3个可行性条件:

1) 解耦矩阵中不允许出现超前环节, 因此, $g_{ii}(s)$ 的时滞时间必须为第 i 行元素中最小的值, 即

$$\tau_{ii} \leq \min \tau_{ij}; \quad (26)$$

2) 解耦矩阵必须为正则的, 各个元素的相对增益 γ_{ii} 必须大于或等于0, 即 $g_{ii}(s)$ 的相对增益必须为第 i 行中最小的, 有

$$\gamma_{ii} \leq \min \gamma_{ij}; \quad (27)$$

3) 当传递函数矩阵含有右半平面的零点时, 解耦矩阵有可能会含有右半平面的极点, 因此, $g_{ii}(s)$ 须含有 i 行所有的右半平面零点且阶次 ϕ_{ij} 最小, 即

$$\phi_{ii} \leq \min \phi_{ij}. \quad (28)$$

当 $g_{ii}(s)$ 不满足式(26)~(28)时, 需要添加一个矩阵 $\mathbf{N}(s)$ 构建新的被控对象 $\mathbf{G}_n(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{N}(s)$, 其中 $\mathbf{N}(s)$ 为对角矩阵, 即

$$\mathbf{N}(s) = n_{ii}(s)\mathbf{I} = e^{-\delta_i(s)} \left(\frac{-s+z}{s+z^*} \right)^{\epsilon_{ii}} \mathbf{I}. \quad (29)$$

其中: $e^{-\delta_i(s)}$ 是为了避免出现超前环节, z 为右半平面零点, z^* 为 z 的共轭转置, $\left(\frac{-s+z}{s+z^*} \right)^{\epsilon_{ii}}$ 用来消除由右半平面零点产生的不稳定极点.

3 分数阶Smith预估控制器的设计

3.1 分数阶控制器设计

分数阶Smith预估控制的等价内模结构如图3所示, 其中虚线框部分为内模控制器 $\mathbf{G}_{IMC}(s)$.

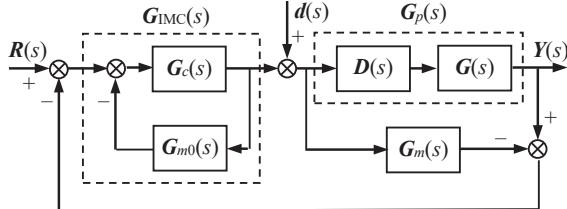


图3 Smith预估控制的等价内模控制结构

控制器 $\mathbf{G}_c(s)$ 与 $\mathbf{G}_{IMC}(s)$ 满足如下关系:

$$\mathbf{G}_c(s) = \frac{\mathbf{G}_{IMC}(s)}{1 - \mathbf{G}_{IMC}(s)\mathbf{G}_{m0}(s)}. \quad (30)$$

根据两步法设计内模控制器^[11]

$$\mathbf{G}_{IMC}(s) = \mathbf{G}_{m0}^{-1}(s)\mathbf{F}(s), \quad (31)$$

$\mathbf{F}(s)$ 为 $m \times m$ 低通分数阶滤波器矩阵, 即

$$\mathbf{F}(s) = f_{ii}(s)\mathbf{I} = \frac{1}{\lambda_{ii}s^{\alpha_{ii}} + 1}\mathbf{I}. \quad (32)$$

其中: λ_{ii} 为滤波器时间常数, α_{ii} 为分数阶滤波器的阶次.

由式(7),(31)和(32)可知, 内模控制器为

$$\mathbf{G}_{IMC}(s) = \frac{T_{ii}s + 1}{k_{ii}(\lambda_{ii}s^{\alpha_{ii}} + 1)}, \quad (33)$$

则分数阶Smith预估控制器为

$$\mathbf{G}_c(s) = \frac{T_{ii}s + 1}{k_{ii}\lambda_{ii}s^{\alpha_{ii}}} = \frac{T_{ii}}{k_{ii}\lambda_{ii}}s^{1-\alpha_{ii}} + \frac{1}{k_{ii}\lambda_{ii}}s^{-\alpha_{ii}}. \quad (34)$$

当 $\alpha = 1$ 时, $G_c(s)$ 为PI控制器; 当 $0 < \alpha < 1$ 时, $G_c(s)$ 为ID控制器; 当 $1 < \alpha < 2$ 时, $G_c(s)$ 为II控制器.

3.2 分数阶控制器参数整定

设计控制器时, 鲁棒性是首要考虑的条件. 灵敏度定量地表示了系统闭环传递函数对参数变化的敏感程度, 灵敏度越小, 控制系统对模型失配的鲁棒性越好^[17,19-20]. 定义灵敏度的最大幅值为最大灵敏度 M_s , 即

$$M_s = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right|, \quad (35)$$

其中 $L(j\omega)$ 为系统开环频率特性.

最大灵敏度的几何解释如图4所示, 可见 M_s 为系统开环传递函数的Nyquist曲线与临界点 $(-1, j0)$ 的最短距离的倒数, 即系统开环传递函数的Nyquist曲线与以临界点为圆心、以 $1/M_s$ 为半径的圆相切, 切点为A. θ 为临界点与切点连线和负实轴的夹角. 通常 M_s 的取值范围为 $[1.2, 2.0]$ ^[12], 其取值越小, 系统的鲁棒性越好.

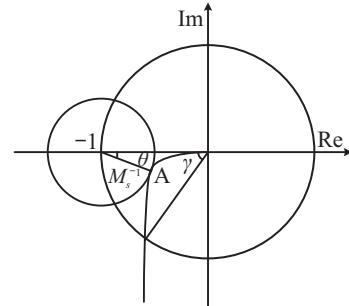


图4 最大灵敏度的几何解释

图4中, 系统开环传递函数的Nyquist曲线穿过A点的条件为

$$L(j\omega) = -1 + \frac{1}{M_s}e^{-j\theta}, \quad (36)$$

与A点相切的条件为

$$\arg \frac{dL(j\omega)}{d\omega} = \frac{\pi}{2} - \theta. \quad (37)$$

对于模型为一阶加时滞形式的被控对象 $\mathbf{G}_p(s)$

$= ke^{-\tau s}/(Ts + 1)$, 由式(34)可知, 控制器的形式为 $\mathbf{G}_c(s) = (Ts + 1)/(k\lambda s^\alpha)$. 结合图3分析, 可知系统开环传递函数为

$$L(s) = \frac{e^{-\tau s}}{\lambda s^\alpha - e^{-\tau s} + 1} = \frac{1}{(\lambda s^\alpha + 1)e^{\tau s - 1}}. \quad (38)$$

将 $s = j\omega$ 代入式(38), 可得

$$L(j\omega) = \frac{1}{[\lambda(j\omega)^\alpha]e^{j\tau\omega} - 1} = \frac{1}{a(\omega) + jb(\omega)}. \quad (39)$$

其中

$$\begin{cases} a(\omega) = \lambda\omega^\alpha \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \omega\tau\right) + \cos\omega\tau - 1, \\ b(\omega) = \lambda\omega^\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \omega\tau\right) + \sin\omega\tau. \end{cases} \quad (40)$$

假设 $\omega\tau = \beta$, 有

$$\begin{cases} a(\beta) = \frac{\lambda}{\tau^\alpha} \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \beta\right) + \cos\beta - 1, \\ b(\beta) = \frac{\lambda}{\tau^\alpha} \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \beta\right) + \sin\beta. \end{cases} \quad (41)$$

由式(36), (37), (39) 和 (41) 可知, M_s 与系统开环传递函数之间的关系为

$$\begin{cases} \frac{a(\beta)}{a^2(\beta) + b^2(\beta)} = -1 + \frac{1}{M_s \cos\theta}, \\ \frac{b(\beta)}{a^2(\beta) + b^2(\beta)} = \frac{1}{M_s \sin\theta}, \\ \arg\left[-\frac{a(\beta) + b(\beta)}{[a^2(\beta) + b^2(\beta)]^2}\right] = \frac{\pi}{2} - \theta. \end{cases} \quad (42)$$

显然, 式(42)为一个非线性方程组, 由式(41)可知 β 与 λ/τ^α 和 α 相关, 令 $\eta = \lambda/\tau^\alpha$, 将式(41)带入式(42), 则其含有 $\eta, \beta, \alpha, \theta$ 和 M_s 五个未知量, 想要得到精确的参数值非常困难. 但如果 M_s 和 α 为给定值, 则可以通过解非线性方程组得到其余参数. 假设 $\alpha = 0.9, 0.95$ 和 1 . 令 M_s 在 $[1.2, 2.0]$ 范围内变化求解非线性方程组, 通过拟合方法可得如图5所示的3条曲线.

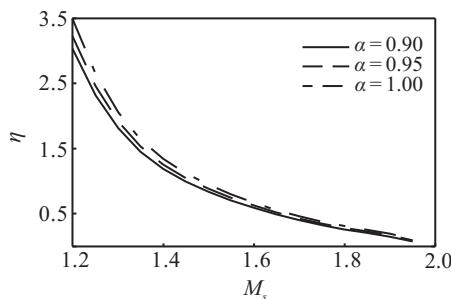


图5 参数 η 与 M_s 关系图

滤波器参数与最大灵敏度之间非线性关系为

$$\begin{cases} \lambda = \left(\frac{2.85}{M_s^{5.7}} - 0.013\right)\tau^\alpha, \alpha = 0.9; \\ \lambda = \left(\frac{2.85}{M_s^{5.83}} - 0.0067\right)\tau^\alpha, \alpha = 0.95; \\ \lambda = \left(\frac{3.4}{M_s^6} - 0.0037\right)\tau^\alpha, \alpha = 1. \end{cases} \quad (43)$$

根据实际系统的动态特性以及式(43)可以求得分数阶滤波器的参数 λ .

4 仿真结果分析

以 Shell 标准控制问题为例验证所提出方法的有效性. 该问题以催化裂化装置中重油分馏塔为背景, 是一个典型的三输入二输出强耦合大时滞非方系统, 其传递函数矩阵为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-81s}}{50s+1} & \frac{1.77e^{-84s}}{60s+1} & \frac{5.88e^{-81s}}{50s+1} \\ \frac{5.39e^{-54s}}{50s+1} & \frac{5.72e^{-42s}}{60s+1} & \frac{6.9e^{-45s}}{40s+1} \end{bmatrix}. \quad (44)$$

$G(s)$ 含有 2 个被控变量 y_1, y_2 和 3 个操作变量 u_1, u_2, u_3 . 假设模型完全匹配, 则根据式(7)可知解耦后的广义被控对象为

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-81s}}{50s+1} & 0 \\ 0 & \frac{5.72e^{-42s}}{60s+1} \end{bmatrix}. \quad (45)$$

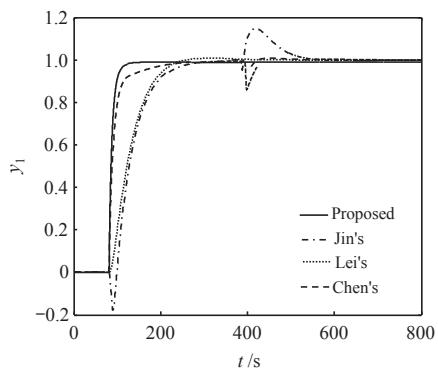
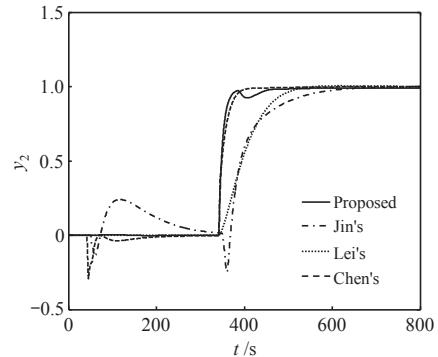
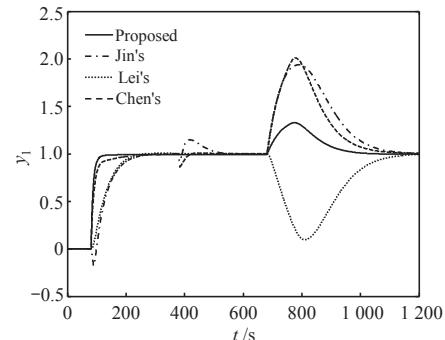
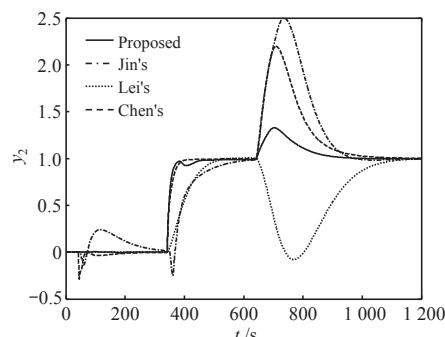
显然, 被控对象的对角元素满足可行性条件, 且 $n - m = 1$, 因此由式(19)~(22) 可知

$$D_d(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

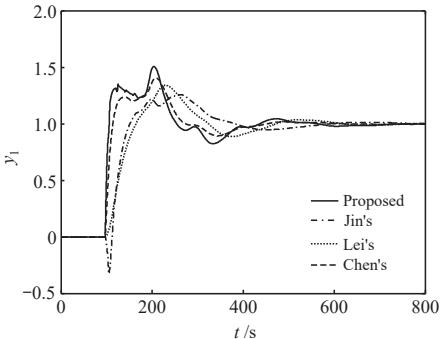
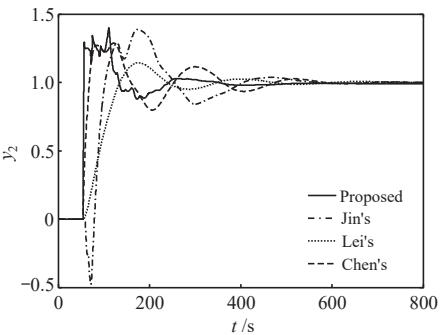
$$D_0(s) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(22s + 0.44)e^{-3s}}{60s + 1} \\ -\frac{(56s + 0.9)e^{-12s}}{50s + 1} & 0 \\ -\frac{5.88e^{-3s}}{4.05} & \\ -\frac{(72s + 1.2)e^{-3s}}{50s + 1} \end{bmatrix}. \quad (47)$$

分别令 $\alpha_1 = 0.9, \alpha_2 = 0.95, M_{s1} = 1.8, M_{s2} = 1.8$, 根据式(43)可分别求得各个回路的控制器参数.

将本文方法与文献[7-8,11]比较. 为验证反向解耦方法的解耦效果, 在 $t_1 = 0, t_2 = 300$ s, 回路 1 和回路 2 分别加入幅值为 1 的给定阶跃输入信号, 在 $t = 600$ s 时加入幅值为 0.1 的阶跃扰动信号. y_1 和 y_2 的输出响应曲线分别如图 6~图 9 所示, 控制系统的时间乘以误差绝对值积分性能指标 (ITAE) 如表 1 所示, 可见本文方法具有更好的动态响应性能. 同时, 为验证系统的鲁棒性, 将被控对象的各传递函数的增益和滞后时间均增大 20%, 时间常数减小 20%, 模型摄动情况下系统输出的响应如图 10 和图 11 所示, 系统 ITAE 性能指标如表 2 所示, 显然, 本文方法具有较强的鲁棒性, 性能指标也优于文献[7-8,11]方法.

图6 标称情况下 y_1 的阶跃响应图7 标称情况下 y_2 的阶跃响应图8 输入扰动下 y_1 的阶跃响应图9 输入扰动下 y_2 的阶跃响应表1 标称系统的ITAE性能指标 $\times 10^4$

Method	Nominal case		Disturbance case	
	y_1	y_2	y_1	y_2
Proposed	0.6675	2.078	4.597	5.008
Chen's	0.6786	1.923	14.23	13.68
Lei's	0.9682	3.805	16.1	21.71
Jin's	1.567	4.904	17.61	21.81

图10 摆动情况下 y_1 的阶跃响应图11 摆动情况下 y_2 的阶跃响应表2 摆动系统的ITAE性能指标 $\times 10^4$

Method	y_1	y_2
Proposed	1.9	0.7471
Chen's	1.61	1.183
Lei's	2.04	0.9023
Jin's	2.153	1.65

5 结论

本文将反向解耦方法应用于非方系统,分析了其可实现性。与其他方法相比,反向解耦计算简单,且能使系统完全解耦。基于内模控制与Smith预估控制结构上的等价关系,针对解耦后的多变量时滞非方系统提出了分数阶Smith预估控制方法,并基于最大灵敏度指标得到参数调节的解析方法。在Shell标准控制问题的仿真研究中,两个回路的输入信号分别为 $r_1 = 1(t)$ 和 $r_2 = 1(t + 300)$ 。与文献[7-8,11]相比,本文方法实现了完全解耦,且在标称、干扰以及参数摄动情况下ITAE指标都明显降低。仿真结果表明了所提出方法的优越性,进一步的研究是将本文方法应用于实际生产过程。

参考文献(References)

- [1] Trebiber H. Multivariable control of non-square systems[J]. Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development, 1984, 23(4): 854-857.
- [2] Rajapandian C, Chidambaram M. Controller design for MIMO processes based on simple decoupled equivalent transfer functions and simplified decoupler[J]. Industrial

- and Engineering Chemistry Research, 2012, 51(38): 12398-12410.
- [3] Chen P Y, Zhang W D. Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes[J]. ISA Transactions, 2007, 46(2): 199-210.
- [4] Juan Garrido, Francisco Vazquez, Fernando Morilla. Centralized inverted decoupling control[J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 2013, 52(23): 7584-7866.
- [5] Sun L, Dong J Y, Li D H, et al. A practical multivariable control approach based on inverted decoupling and decentralized active disturbance rejection control[J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 2016, 55(7): 2008-2019.
- [6] 贾艳晶, 王晶, 潘立登. 多变量多时滞非方系统的解耦内模控制[J]. 化工学报, 2008, 59(7): 1737-1742.
(Jia Y J, Wang J, Pan L D. Decoupling internal model control for multi-variable non-square system with time-delays[J]. J of Chemical Industry and Engineering, 2008, 59(7): 1737-1742.)
- [7] 靳其兵, 刘斯文, 权玲, 等. 基于奇异值分解的内模控制方法及在非方系统中的应用[J]. 自动化学报, 2011, 37(3): 354-359.
(Jin Q B, Liu S W, Quan L, et al. Internal model control based on singular value decomposition and its application to non-square processes[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(3): 354-359.)
- [8] Chen J, He Z F, Qi X. A new control method for MIMO first order time delay non-square systems[J]. J of Process Control, 2011, 21(4): 538-546.
- [9] Jin Q B, Jiang B Y, Wang Q, et al. Decoupling internal model control for non-square processes based on equivalent transfer function[J]. Trans of the Institute of Measurement and Control, 2014, 36(8): 1114-1131.
- [10] Jin Q B, Hao F, Wang Q. A multivariable IMC-PID method for non-square large time delay systems using NPSO algorithm[J]. J of Process Control, 2013, 23(5): 649-663.
- [11] Lei S, Zhao Z C, Zhang J G. Design of fractional order smith predictor controller for non-square system[C]. Proc of the 12th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway: IEEE Conference Publications, 2016: 1703-1707.
- [12] Wade H L. Inverted decoupling: A neglected technique[J]. ISA Transactions, 1997, 36(1): 3-10.
- [13] Juan Garrido, Francisco Vazquez, Fernando Morilla. Inverted decoupling internal model control for square stable multivariable time delay systems[J]. J of Process Control, 2014, 24(11): 1710-1719.
- [14] Li M J, Zhou P, Zhao Z C, et al. Two-degree-of-freedom order-PID controllers design for fractional order processes with dead-time[J]. ISA Transactions, 2016, 61: 147-154.
- [15] Bettayeb M, Mansouri R. Fractional IMC-PID-filter controllers design for non-integer order systems[J]. J of Process Control, 2014, 24(4): 361-371.
- [16] Vinopraba T, Sivakumaran N, Narayanan S, et al. Design of internal model control based fractional order PID controller[J]. J of Control Theory and Application, 2012, 10(3): 297-302.
- [17] Wang Y G, Shao H H. PID auto-tuner based on sentivity specification[J]. Chemical Engineering Research and Design, 2000, 78(2): 312-316.
- [18] Juan Garrido, Francisco Vázquez, Fernando Morilla. An extended approach of inverted decoupling[J]. J of Process Control, 2011, 21(1): 55-68.
- [19] Zhao Z C, Liu Z Y, Zhang J G. IMC-PID tuning method based on sensitivity specification for process with time-delay[J]. J of Central South University of Technology, 2011, 4(18): 1153-1160.
- [20] Jin Q B, Liu Q, Wang Q, et al. PID controller design based on the time domain information of robust IMC controller using maximum sensitivity[J]. Chinese J of Chemical Engineering, 2013, 21(5): 529-536.

作者简介

赵志诚(1970—),男,教授,从事先进控制理论及应用等研究,E-mail: zhzhich@126.com;
徐娜(1990—),女,硕士生,从事先进控制理论及其应用的研究,E-mail: luo_yewutong@163.com;
张井岗(1965—),男,教授,从事先进控制理论及应用等研究,E-mail: jg_zhang65@163.com.

(责任编辑: 孙艺红)