

## 基于微分博弈的供应链合作减排和政府补贴策略

王道平, 王婷婷<sup>†</sup>, 张博卿

(北京科技大学 东凌经济管理学院, 北京 100083)

**摘要:** 低碳背景下, 将产品的减排量作为状态变量, 借助微分博弈研究由供应商和制造商组成的两级供应链长期动态合作减排和政府补贴策略问题. 分别构建集中式和无成本分担的分散式微分博弈模型, 并通过引入成本分担契约实现供应链系统利润的 Pareto 改善, 得出并比较了 3 种决策情形下供应商和制造商各自相应的最优反馈均衡策略, 以及产品减排量随时间变化的最优轨迹; 然后, 讨论政府补贴行为与企业选择合作减排行为之间的互动博弈, 发现政府减排补贴的引入改变了 3 种决策情形下供应链成员的最优减排努力水平和利润的大小; 最后, 通过算例对相关参数进行灵敏度分析, 验证了结论的有效性, 为供应链上下游企业长期开展合作减排以及政府制定补贴政策提供了科学依据.

**关键词:** 微分博弈; 供应链; 合作减排; 政府补贴; 成本分担契约; 产品减排量

中图分类号: F270

文献标志码: A

## Reduce emissions in cooperation and government subsidies strategies in supply chain based on differential game

WANG Dao-ping, WANG Ting-ting<sup>†</sup>, ZHANG Bo-qing

(Dolinks School of Economics and Management, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** With the aid of differential game, the government subsidies strategies and the long-term dynamic problem about reducing emissions in cooperation in a supply chain which consists of a single supplier and manufacturer is studied under the background of low-carbon, in which the carbon emission reduction of products is used as a state variable. This paper establishes centralized and decentralized without cost-sharing contract differential game models, also the cost-sharing contract is introduced to achieve Pareto improvement for the profits of the supply chain. As for the three decision-making situations, the supplier's and manufacturer's optimal feedback equilibrium strategies and their own optimal trajectory of the carbon emission reduction of products over time can be obtained and compared respectively. Then, the interaction game between government subsidies behaviors and companies' choice of reducing emissions in cooperation is discussed. It is found that the introduction of government subsidies for the carbon emission reduction changes the optimal emission reduction efforts and the profits of supply chain members under the three decision-making situations. Finally, the sensitivity analysis of the relevant parameters is conducted by using the proposed method to verify the validity of conclusions, which provides scientific basis for long-term reducing emissions in cooperation and subsidies made by government in a supply chain.

**Keywords:** differential game; supply chain; reduce emissions in cooperation; government subsidies; cost-sharing contract; carbon emission reduction of products

### 0 引言

近年来, 国内外已达成共识: 导致全球气候变化的主要原因是温室效应, 而导致温室效应的主要根源是人类在生产、生活中产生的碳排放. 发展低碳经济已成为实现全球经济可持续发展的推进器. 为规范节能低碳产品的认证活动, 促进节能低碳产业发展, 2015年9月国家质量监督检验检疫总局、国

家发展和改革委员会发布了《节能低碳产品认证管理办法》, 此管理办法明确了我国节能低碳产品认证体系的主要内容. 通过低碳产品认证, 消费者的购买行为出现了新的模式, 更倾向于购买具有低碳认证标志的产品, 即消费者的低碳消费理念逐渐增强. 如 2012~2016年中国低碳经济市场调查及投资发展分析报告显示, 超过 60% 的汽车消费者具备汽车低

收稿日期: 2018-01-09; 修回日期: 2018-06-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71871017); 北京市教委社科基金项目(SM201910037004).

责任编辑: 梁樑.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: wang\_tt926@163.com.

碳消费理念,多数消费者钟情于节能汽车的购买,而且逐渐偏重于混合动力车的购买.这意味着,企业的竞争力越来越取决于它们能否应对可持续发展的要求.

低碳经济背景下,如何降低碳排放是学者、企业和政府亟待解决的关键问题.由于产品生产是通过供应链形式实现的,企业的减排决策会受到上下游企业减排决策的共同影响,为降低产品的碳排放,需要供应链各个节点紧密合作,共同寻求降低碳排放的方法.如2010年海尔联合8家供应商加盟,共同组建了全球首条“无氟变频空调低碳产业链”;可口可乐公司注重与上游企业合作,推广创新技术和环保材料,降低碳排放.但是,这些均未考虑政府的参与,政府可采用补贴政策来引导企业的低碳化生产.2009年国家发改委、工信部和财政部联合推动实施“节能产品惠民工程”,即对1级或2级以上能效等级的十大类高效节能产品提供财政补贴,以抵消节能产品生产商在技术研发和环保零部件采购等方面的部分投入.国内许多生产商积极与供应商进行环保合作,努力提高产品的节能减排水平.因此,研究供应链上下游企业间合作减排和政府补贴策略的问题具有重要的理论价值和现实意义.

## 1 文献综述

近些年,研究者将碳排放问题引入企业的生产、库存和运营管理的决策中进行研究.何大义等<sup>[1]</sup>基于报童模型分析框架,分别建立强制减排与限额交易政策下企业生产优化决策模型,并分析了两种机制下企业产量和期望收益的变化情况. Daria等<sup>[2]</sup>将影响环境的因素整合到传统EOQ模型中,提出了可持续的EOQ模型,并分析了此模型对采购决策的影响. Hovelaque等<sup>[3]</sup>在考虑库存政策、碳排放总量以及环境等相关参数对需求影响的情况下,提出了能有效地减少生产运营中碳排放的模型. Hammami等<sup>[4]</sup>通过将碳排放纳入具有提前期限的多级生产库存模型中,构建了一种优化模型,借助此模型可为决策者的运营决策提供理论依据. Benjaafar等<sup>[5]</sup>分析如何通过运营决策的调整减少碳排放,研究了供应链中企业合作对成本和碳排放降低的影响.与以上文献不同,本文关注如何通过供应链契约设计来减少碳排放,进而增加产品需求.文献[6-7]均以低碳供应链为研究对象,设计了成本分担契约对供应链进行协调.杨仕辉等<sup>[8]</sup>通过构建两级供应链博弈模型,比较分析了分散、集中以及收益共享契约情形下供应链的碳减排量和利润,为供应链上下游企业纵向合作减

排提供了理论支撑.但是,以上这些文献都没有考虑政府规制的影响.

政府在供应链减排决策活动中扮演着重要的角色,政府的主要规制措施有奖惩、征收碳税以及补贴等;并且政府的规制对象可以是供应商、制造商、零售商和消费者等.如张汉江等<sup>[9]</sup>通过建立供应链无减排研发、单独减排研发以及合作减排研发模型,研究了考虑政府征收碳税的供应链节能减排最优决策问题.已有一些研究考虑了政府补贴给不同的对象,如朱庆华等<sup>[10]</sup>通过构建两阶段博弈模型,比较分析了政府补贴给低碳产品制造企业和购买低碳产品的消费者两种情形.李友东等<sup>[11]</sup>分别在纳什博弈、斯塔克尔伯格博弈和集中决策3种不同的博弈关系下,构建政府对制造商和零售商合作减排投入进行补贴的博弈模型,分析了企业的最优减排成本投入和政府的最优补贴系数,并讨论了政府补贴行为与企业选择减排合作行为之间的互动博弈.赵敬华等<sup>[12]</sup>针对政府采取不同补贴对象策略,建立闭环供应链定价模型,分析了不同补贴对象的影响系数对渠道成员定价决策和利润的影响.

上述文献主要从静态角度进行研究,然而实践中企业的减排投资行为往往存在滞后效应,当前的减排努力会影响以后企业的碳排放,且企业的减排投资也是个持续的过程,即减排投资效果存在跨期效应.因此,研究供应链上下游成员间长期动态合作减排问题非常关键.如Mohamad等<sup>[13]</sup>建立了两阶段动态模型,分析了对超出碳排放限制而实行惩罚措施时,供应链最佳合作模式的选择. Giovanni<sup>[14]</sup>建立闭环供应链动态合作模型,分别对批发价契约和逆向收益共享契约下制造商和零售商的最优绿色广告投入和定价策略进行了研究.此外,运用微分博弈模型对企业的减排投资行为的研究也比较常见,可对企业合作减排决策、动态定价等进行动态优化的研究.如赵道致等<sup>[15]</sup>通过构建非合作减排和合作减排两种情形下的微分博弈模型,研究了低碳供应链中纵向合作减排的动态优化问题.叶同等<sup>[16]</sup>以制造商和供应商所构成的供应链为研究对象,运用微分博弈方法研究考虑消费者低碳偏好和参考低碳水平效应的供应链联合减排动态优化与协调问题,分析比较了分散决策和集中决策下制造商和供应商的最优减排策略和利润.游达明等<sup>[17]</sup>针对低碳供应链研发、促销与定价问题,构建微分博弈模型,将产品低碳度和商誉作为状态变量,比较了不同决策下供应链的反馈均衡策略.

由文献回顾可知,低碳供应链运营问题已引起国

内外学者的普遍关注,文献不仅给出了低碳供应链中不同数学形式的动态优化模型,而且给出了低碳供应链运营中政府补贴行为的影响.但是大部分文献都侧重于研究制造商单独减排,零售商通过低碳宣传进行减排激励,且将政府补贴系数作为给定参数,鲜有文献借助微分博弈模型研究政府作为博弈参与方,供应商和制造商均参与减排的情形.基于以上分析,本文在已有成果的基础上,通过构建3种微分博弈模型,分析成本分担契约在协调供应链绩效上的条件和效果,从动态的角度研究由供应商和制造商组成的两级供应链长期合作减排,以及政府补贴策略的选择问题.

## 2 模型建立与求解

### 2.1 模型假设与符号说明

低碳背景下,随着具有低碳偏好的消费者逐渐增多,促使制造商积极地推出低碳产品,这不仅需要制造商  $M$  进行减排技术投入,同时也需要供应商  $S$  提供低碳化原材料.为激励供应链成员投入更多的减排成本,政府为供应商和制造商均提供减排成本补贴.为从动态角度探求供应链合作减排策略、政府对供应商和制造商的补贴政策以及政府与供应链之间的交互行为,本文主要研究以下3种情形:1) 供应商和制造商以供应链系统总利润最优集中进行减排决策;2) 供应商和制造商以各自利润最优进行减排决策;3) 制造商作为供应链上的核心企业,为激励供应商积极参与合作减排,引入了成本分担契约,即在产品减排决策中制造商充当领导者角色,而供应商作为减排决策的跟随者,制造商为其提供一定比例的减排成本补贴,以寻求双方长期合作减排.

文中主要符号说明如下:  $M_S$  和  $M_M$  分别为供应商和制造商的边际利润,均为常量;  $E_S(t)$  和  $E_M(t)$  分别为  $t$  时刻供应商和制造商的减排努力水平,且分别为供应商和制造商的决策变量;  $\eta_S$  和  $\eta_M$  分别为供应商和制造商的减排成本系数;  $\alpha$  和  $\beta$  分别为制造商和供应商减排努力对产品减排量的影响系数,其中  $\alpha > 0, \beta > 0$ ;  $\varphi_S(t)$  和  $\varphi_M(t)$  分别为  $t$  时刻政府对供应商和制造商减排成本补贴系数;  $\gamma$  为产品减排量的自然衰减率,其中  $\gamma > 0$ ;  $x(t)$  为  $t$  时刻产品的减排量;  $D(t)$  为  $t$  时刻产品需求;  $\omega$  为产品减排量对产品需求的影响系数,其中  $\omega > 0$ ;  $P_S, P_M$  和  $P_T$  分别为供应商、制造商以及供应链系统的长期利润.

文中提出以下4个假设条件:

**假设1** 借鉴文献[18]对企业低碳研发成本投入的假设,企业的减排成本是关于减排努力程度的凸

函数,则  $t$  时刻供应链成员的减排成本可表示为

$$C(E_i(t)) = \frac{\eta_i}{2} E_i^2(t), \quad i \in \{S, M\}, \quad (1)$$

其中  $\eta_i$  为供应链成员  $i$  的减排成本系数.

**假设2** 产品减排量受供应商和制造商减排努力水平和当期产品减排量的影响;同时,随着时间的推移已有的减排设备逐渐老化,产品减排量存在自然衰减状况;借鉴文献[19]中对环境污染动态模型的思想,产品减排量变化过程为

$$\dot{x} = \alpha E_M(t) + \beta E_S(t) - \gamma x(t), \quad (2)$$

其中  $x_0$  为初始时刻产品的减排量.

**假设3** 借鉴文献[20]关于产品碳排放量对需求影响的函数形式,若不考虑产品需求受价格等其他因素的影响,则  $t$  时刻产品需求可表示为

$$D(x(t), t) = D_0 + \omega x(t), \quad (3)$$

其中  $D_0$  为产品的初始需求,且满足  $D_0 \geq 0$ .

**假设4** 借鉴文献[20]的研究假设,供应商和制造商双方基于完全信息进行决策,且主要考虑供应商和制造商受产品减排量的影响,不计供应商和制造商各自的库存和缺货成本,在无限时间范围内,供应商和制造商在任意时刻均具有相同的贴现因子  $\rho$ , 其中  $\rho > 0$ .

综上所述,供应商、制造商以及供应链系统的长期利润分别为

$$P_S(x) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ M_S D(x(t), t) - (1 - \varphi_S(t)) \frac{\eta_S}{2} E_S^2(t) \right] dt, \quad (4)$$

$$P_M(x) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ M_M D(x(t), t) - (1 - \varphi_M(t)) \frac{\eta_M}{2} E_M^2(t) \right] dt, \quad (5)$$

$$P_T(x) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ (M_S + M_M) D(x(t), t) - (1 - \varphi_S(t)) \frac{\eta_S}{2} E_S^2(t) - (1 - \varphi_M(t)) \frac{\eta_M}{2} E_M^2(t) \right] dt, \quad (6)$$

政府的目标函数为

$$P_G(x) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[ (M_S + M_M) D(x(t), t) - \frac{\eta_S}{2} E_S^2(t) - \frac{\eta_M}{2} E_M^2(t) \right] dt, \quad (7)$$

其中  $\varphi_S(t)$  和  $\varphi_M(t)$  分别为政府对供应商和制造商减排成本的补贴系数.为方便书写,下文不再列出  $t$ .

### 2.2 供应链合作减排和政府补贴策略

#### 2.2.1 集中式决策

集中式决策情形下,供应商和制造商追求整体利润最大化.博弈的顺序为政府先规定补贴系数,供应商和制造商在知晓补贴系数后最大化共同的利润.采用逆向归纳法求解,则集中式决策下供应链系

统和政府的决策目标分别为(用上角标  $c$  表示集中式决策)

$$P_T^c(x^c) = \max_{E_S^c, E_M^c} \int_0^\infty e^{-\rho t} [(M_S + M_M)(D_0 + \omega x^c) - (1 - \varphi_S^c) \frac{\eta_S}{2} (E_S^c)^2 - (1 - \varphi_M^c) \frac{\eta_M}{2} (E_M^c)^2] dt, \quad (8)$$

$$P_G^c(x^c) = \max_{\varphi_S^c, \varphi_M^c} \int_0^\infty e^{-\rho t} [(M_S + M_M)(D_0 + \omega x^c) - \frac{\eta_S}{2} (E_S^c)^2 - \frac{\eta_M}{2} (E_M^c)^2] dt. \quad (9)$$

**命题1** 有政府补贴时集中式决策情形下的均衡结果:

1) 政府对供应商和制造商的最优补贴系数以及供应商和制造商的最优减排努力水平分别为

$$\begin{cases} \varphi_S^{c*} = 0, \\ \varphi_M^{c*} = 0, \\ E_S^{c**} = \frac{\beta(M_S + M_M)\omega}{\eta_S(1 - \varphi_S^{c*})(\rho + \gamma)}, \\ E_M^{c**} = \frac{\alpha(M_S + M_M)\omega}{\eta_M(1 - \varphi_M^{c*})(\rho + \gamma)}. \end{cases} \quad (10)$$

2) 产品减排量的最优轨迹为

$$x^{c**} = \lambda^c - (\lambda^c - x_0)e^{-\gamma t}, \quad (11)$$

其中  $\lambda^c = \alpha E_M^{c**} / \gamma + \beta E_S^{c**} / \gamma$ .

3) 供应链系统最优利润值为

$$P_T^{c**} = e^{-\rho t} (t_1^{c**} x^{c**} + t_2^{c**}). \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} t_1^{c**} = \frac{(M_S + M_M)\omega}{\rho + \gamma}, \\ t_2^{c**} = \frac{(M_S + M_M)D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2(M_S + M_M)^2\omega^2}{2\rho\eta_M(1 - \varphi_M^{c*})(\rho + \gamma)^2} + \frac{\beta^2(M_S + M_M)^2\omega^2}{2\rho\eta_S(1 - \varphi_S^{c*})(\rho + \gamma)^2}. \end{cases}$$

**证明** 由式(8)可知,  $t$ 时刻供应链系统的最优利润值函数为

$$P_T^{c*}(x^c) = \max_{E_S^c, E_M^c} \int_t^\infty e^{-\rho v} [(M_S + M_M)D(x^c) - (1 - \varphi_S^c) \frac{\eta_S}{2} (E_S^c)^2 - (1 - \varphi_M^c) \frac{\eta_M}{2} (E_M^c)^2] dv. \quad (13)$$

令  $P_T^{c*}(x^c) = e^{-\rho t} W_T(x^c)$ , 根据最优控制理论,  $W_T(x^c)$  对任意  $x^c \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\rho W_T(x^c) = \max_{E_S^c, E_M^c} [(M_S + M_M)(D_0 + \omega x^c) -$$

$$(1 - \varphi_S^c) \frac{\eta_S}{2} (E_S^c)^2 - (1 - \varphi_M^c) \frac{\eta_M}{2} (E_M^c)^2 + W_T'(x^c)(\alpha E_M^c + \beta E_S^c - \gamma x^c)]. \quad (14)$$

式(14)关于  $E_M^c$  和  $E_S^c$  的海赛矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} -(1 - \varphi_M^c)\eta_M & 0 \\ 0 & -(1 - \varphi_S^c)\eta_S \end{bmatrix}. \quad (15)$$

由于  $|H| > 0$  且  $-(1 - \varphi_M^c)\eta_M < 0$ , 可知海赛矩阵半负定, 目标函数为凹函数, 所以式(14)关于变量  $E_S^c$  和  $E_M^c$  可达到最大值. 求式(14)关于  $E_S^c$  和  $E_M^c$  的一阶偏导, 并令其等于零, 可解得供应商和制造商的减排努力水平分别为

$$E_S^c = \frac{\beta W_T'(x^c)}{(1 - \varphi_S^c)\eta_S}, \quad (16)$$

$$E_M^c = \frac{\alpha W_T'(x^c)}{(1 - \varphi_M^c)\eta_M}. \quad (17)$$

将式(16)和(17)代入(14), 整理得

$$\rho W_T(x^c) = [(M_S + M_M)\omega - W_T'(x^c)\gamma]x^c + M_S D_0 + M_M D_0 + \left( \frac{\alpha^2}{2(1 - \varphi_M^c)\eta_M} + \frac{\beta^2}{2(1 - \varphi_S^c)\eta_S} \right) (W_T'(x^c))^2. \quad (18)$$

根据式(18)的结构特点, 可假设  $W_T(x^c)$  关于  $x^c$  的线性解析式为  $W_T(x^c) = t_1^c x^c + t_2^c$ , 其中  $t_1^c$  和  $t_2^c$  均为常数. 求  $W_T(x^c)$  关于  $x^c$  的一阶偏导, 可得  $W_T'(x^c) = t_1^c$ .

将  $W_T(x^c)$  和  $W_T'(x^c)$  代入式(18), 对比等式两端的同类项系数, 可解得  $t_1^{c*}$  和  $t_2^{c*}$ . 然后将  $t_1^{c*}$  代入式(16)和(17), 可得到  $E_S^{c*}$  和  $E_M^{c*}$ ; 再将  $E_S^{c*}$  和  $E_M^{c*}$  代入式(2), 求解可得到产品减排量为  $x^{c*}$ , 进而得到产品需求量为  $D^{c*}$ . 将  $t_1^{c*}$ 、 $t_2^{c*}$  和  $x^{c*}$  代入  $W_T(x^c)$  中得到  $W_T^*(x^c)$ , 进而可得到供应链系统的利润为  $P_T^{c*}$ .

接下来, 最大化政府目标函数(9), 求解政府对供应商和制造商的最优补贴系数. 求解过程类似于下文中其他两种决策情形时政府最优补贴系数的求解过程(限于篇幅, 这部分证明过程省略). 求解可得政府对供应商和制造商的最优补贴系数分别为  $\varphi_S^{c*}$  和  $\varphi_M^{c*}$ , 然后将  $\varphi_S^{c*}$  和  $\varphi_M^{c*}$  代入  $E_S^{c*}$ 、 $E_M^{c*}$ 、 $x^{c*}$ 、 $D^{c*}$ 、 $P_T^{c*}$  中, 可得到  $E_S^{c**}$ 、 $E_M^{c**}$ 、 $x^{c**}$ 、 $D^{c**}$ 、 $P_T^{c**}$ .  $\square$

### 2.2.2 无成本分担的分散式决策

无成本分担的分散式决策可以为成本分担契约下的分散式决策的契约协调效果提供参考. 无成本分担的分散式决策下供应商和制造商构成Nash博弈. 在Nash均衡下, 供应商和制造商是平等的合作伙伴关系, 得到政府的补贴后同时采取行动. 政府先规定补贴系数, 然后供应商和制造商同时最大化自己的利润. 无成本分担的分散式决策情形下的决策目标

为(用上角标 $n$ 表示无成本分担的分散式决策情形)

$$P_S^n(x^n) = \max_{E_S^n} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ M_S(D_0 + \omega x^n) - (1 - \varphi_S^n) \frac{\eta_S}{2} (E_S^n)^2 \right] dt, \quad (19)$$

$$P_M^n(x^n) = \max_{E_M^n} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ M_M(D_0 + \omega x^n) - (1 - \varphi_M^n) \frac{\eta_M}{2} (E_M^n)^2 \right] dt. \quad (20)$$

$$P_G^n(x^n) = \max_{\varphi_S^n, \varphi_M^n} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ (M_S + M_M)(D_0 + \omega x^n) - \frac{\eta_S}{2} (E_S^n)^2 - \frac{\eta_M}{2} (E_M^n)^2 \right] dt. \quad (21)$$

**命题2** 有政府补贴时无成本分担的分散式决策情形下的均衡结果:

1) 政府对供应商和制造商的最优补贴系数以及供应商和制造商的最优减排努力水平分别为

$$\begin{cases} \varphi_S^{n*} = \frac{M_M}{M_S + M_M}, \\ \varphi_M^{n*} = \frac{M_S}{M_S + M_M}, \\ E_S^{n**} = \frac{\beta M_S \omega}{\eta_S (1 - \varphi_S^{n*}) (\rho + \gamma)}, \\ E_M^{n**} = \frac{\alpha M_M \omega}{\eta_M (1 - \varphi_M^{n*}) (\rho + \gamma)}. \end{cases} \quad (22)$$

2) 产品减排量的最优轨迹为

$$x^{n**} = \lambda^n - (\lambda^n - x_0) e^{-\gamma t}, \quad (23)$$

其中  $\lambda^n = \alpha E_M^{n**} / \gamma + \beta E_S^{n**} / \gamma$ .

3) 供应商、制造商以及供应链系统的最优利润分别为

$$P_S^{n**} = e^{-\rho t} (s_1^{n**} x^{n**} + s_2^{n**}), \quad (24)$$

$$P_M^{n**} = e^{-\rho t} (m_1^{n**} x^{n**} + m_2^{n**}), \quad (25)$$

$$P_T^{n**} = e^{-\rho t} ((s_1^{n**} + m_1^{n**}) x^{n**} + s_2^{n**} + m_2^{n**}). \quad (26)$$

其中

$$\begin{cases} s_1^{n**} = \frac{M_S \omega}{\rho + \gamma}, \\ s_2^{n**} = \frac{M_S D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 M_S M_M \omega^2}{\rho \eta_M (1 - \varphi_M^{n*}) (\rho + \gamma)^2} + \frac{\beta^2 M_S^2 \omega^2}{2 \rho \eta_S (1 - \varphi_S^{n*}) (\rho + \gamma)^2}, \\ m_1^{n**} = \frac{M_M \omega}{\rho + \gamma}, \\ m_2^{n**} = \frac{M_M D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 M_M^2 \omega^2}{2 \rho \eta_M (1 - \varphi_M^{n*}) (\rho + \gamma)^2} + \frac{\beta^2 M_S M_M \omega^2}{\rho \eta_S (1 - \varphi_S^{n*}) (\rho + \gamma)^2}. \end{cases}$$

**证明** 由式(19)可知,  $t$ 时刻供应商的最优利润

值函数为

$$P_S^{n*}(x^n) = \max_{E_S^n} \int_t^\infty e^{-\rho v} \left[ M_S(D_0 + \omega x^n) - (1 - \varphi_S^n) \frac{\eta_S}{2} (E_S^n)^2 \right] dv. \quad (27)$$

令  $P_S^{n*}(x^n) = e^{-\rho t} W_S^n(x^n)$ , 根据最优控制理论,  $W_S^n(x^n)$  对任意  $x^n \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\begin{aligned} \rho W_S^n(x^n) = \\ \max_{E_S^n} \left[ M_S(D_0 + \omega x^n) - (1 - \varphi_S^n) \frac{\eta_S}{2} (E_S^n)^2 + \right. \\ \left. W_S^{n'}(x^n) (\alpha E_M^n + \beta E_S^n - \gamma x^n) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)是关于  $E_S^n$  的凹函数, 求式(28)关于  $E_S^n$  的一阶偏导并令其等于零, 可解得供应商的减排努力水平为

$$E_S^n = \frac{\beta W_S^{n'}(x^n)}{\eta_S (1 - \varphi_S^n)}. \quad (29)$$

同理可知,  $t$ 时刻制造商的最优利润值函数为  $P_M^{n*}(x^n) = e^{-\rho t} W_M^n(x^n)$ , 根据最优控制理论,  $W_M^n(x^n)$  对任意  $x^n \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\begin{aligned} \rho W_M^n(x^n) = \\ \max_{E_M^n} \left[ M_M(D_0 + \omega x^n) - (1 - \varphi_M^n) \frac{\eta_M}{2} (E_M^n)^2 + \right. \\ \left. W_M^{n'}(x^n) (\alpha E_M^n + \beta E_S^n - \gamma x^n) \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)是关于  $E_M^n$  的凹函数, 求式(30)关于  $E_M^n$  的一阶偏导并令其等于零, 可解得制造商的减排努力水平为

$$E_M^n = \frac{\alpha W_M^{n'}(x^n)}{\eta_M (1 - \varphi_M^n)}. \quad (31)$$

将式(29)和(31)代入(28)和(30)中, 整理得

$$\begin{aligned} \rho W_S^n(x^n) = \\ (M_S \omega - \gamma W_S^{n'}(x^n)) x^n + M_S D_0 + \\ \frac{\alpha^2 W_S^{n'}(x^n) W_M^{n'}(x^n)}{(1 - \varphi_M^n) \eta_M} + \frac{\beta^2 (W_S^{n'}(x^n))^2}{2(1 - \varphi_S^n) \eta_S}, \quad (32) \\ \rho W_M^n(x^n) = \\ (M_M \omega - \gamma W_M^{n'}(x^n)) x^n + M_M D_0 + \\ \frac{\alpha^2 (W_M^{n'}(x^n))^2}{2(1 - \varphi_M^n) \eta_M} + \frac{\beta^2 W_S^{n'}(x^n) W_M^{n'}(x^n)}{(1 - \varphi_S^n) \eta_S}. \quad (33) \end{aligned}$$

根据式(32)和(33)的结构特点,  $W_S^n(x^n)$  和  $W_M^n(x^n)$  关于  $x^n$  的线性解析式可分别假设为  $W_S^n(x^n) = s_1^n x^n + s_2^n$  和  $W_M^n(x^n) = m_1^n x^n + m_2^n$ , 其中  $s_1^n, s_2^n, m_1^n, m_2^n$  均为常数. 显然  $W_S^{n'}(x^n) = s_1^n$  且  $W_M^{n'}(x^n) = m_1^n$ .

将  $W_S^n(x^n), W_M^n(x^n), W_S^{n'}(x^n), W_M^{n'}(x^n)$  代入式(32)和(33), 然后对比等式两端的同类项系数, 可解得  $s_1^{n*}, s_2^{n*}, m_1^{n*}, m_2^{n*}$ . 将  $s_1^{n*}$  和  $m_1^{n*}$  分别代入  $W_S^{n'}(x^n)$  和  $W_M^{n'}(x^n)$ , 可得  $W_S^{n'*}(x^n)$  和  $W_M^{n'*}(x^n)$ ,

然后将  $W_S^{n*}(x^n)$  和  $W_M^{n*}(x^n)$  代入式(29)和(31),可得  $E_S^{n*}$  和  $E_M^{n*}$ . 将  $E_S^{n*}$  和  $E_M^{n*}$  代入式(2),可解得产品减排量为  $x^{n*}$ ,进而可得产品需求量为  $D^{n*}$ . 于是将  $s_1^{n*}$ 、 $s_2^{n*}$ 、 $m_1^{n*}$ 、 $m_2^{n*}$  代入表达式  $W_S^n(x^n)$  和  $W_M^n(x^n)$  中,可得到  $W_S^{n*}(x^n)$  和  $W_M^{n*}(x^n)$ . 进而可得到无成本分担的分散式决策情形下供应商、制造商以及供应链系统的利润分别为  $P_S^{n*}$ 、 $P_M^{n*}$ 、 $P_T^{n*}$ .

同理可知  $t$  时刻政府的目标函数为  $P_G^n(x^n) = e^{-\rho t} W^n(x^n)$ , 根据最优控制理论,  $W^n(x^n)$  对任意  $x^n \geq 0$  都满足 HJB 方程,即

$$\rho W^n(x^n) = \max_{\varphi_S^n, \varphi_M^n} \left[ (M_S + M_M)(D_0 + \omega x^n) - \frac{\eta_S}{2} (E_S^n)^2 - \frac{\eta_M}{2} (E_M^n)^2 + W^{n'}(x^n)(\alpha E_M^n + \beta E_S^n - \gamma x^n) \right]. \quad (34)$$

将  $E_S^{n*}$  和  $E_M^{n*}$  代入式(34),分别关于  $\varphi_S^n$  和  $\varphi_M^n$  求一阶偏导,并令其等于零,可解得

$$\varphi_S^n = 1 - \frac{M_S \omega}{W^{n'}(x^n)(\rho + \gamma)}, \quad (35)$$

$$\varphi_M^n = 1 - \frac{M_M \omega}{W^{n'}(x^n)(\rho + \gamma)}. \quad (36)$$

将式(35)和(36)代入式(34)中,整理可得

$$\rho W^n(x^n) = [(M_S + M_M)\omega - \gamma W^{n'}(x^n)]x^n + (M_S + M_M)D_0 + \frac{\alpha^2 (W^{n'})^2}{2\eta_M} + \frac{\beta^2 (W^{n'})^2}{2\eta_S}. \quad (37)$$

根据式(37)的结构特点,  $W^n(x^n)$  关于  $x^n$  的线性解析式可假设为  $W^n(x^n) = g_1^n x^n + g_2^n$ , 其中  $g_1^n$  和  $g_2^n$  均为常数,显然  $W^{n'}(x^n) = g_1^n$ . 将  $W^n(x^n)$  和  $W^{n'}(x^n)$  代入式(37),然后对比等式两端的同类项系数,可得到  $g_1^{n*}$  和  $g_2^{n*}$ . 由  $g_1^{n*}$  可知  $W^{n*}(x^n)$ , 然后将  $W^{n*}(x^n)$  代入式(35)和(36),可得到无成本分担的分散式决策下政府对供应商和制造商的最优补贴系数为  $\varphi_S^{n*}$  和  $\varphi_M^{n*}$ . 将  $\varphi_S^{n*}$  和  $\varphi_M^{n*}$  代入  $E_S^{n*}$ 、 $E_M^{n*}$ 、 $x^{n*}$ 、 $D^{n*}$ 、 $P_S^{n*}$ 、 $P_M^{n*}$ 、 $P_T^{n*}$  中,可得到  $E_S^{n**}$ 、 $E_M^{n**}$ 、 $x^{n**}$ 、 $D^{n**}$ 、 $P_S^{n**}$ 、 $P_M^{n**}$ 、 $P_T^{n**}$ . □

### 2.2.3 成本分担契约下的分散式决策

集中式决策情形是理想的情况,然而现实中很难达到这种状态,可将它作为研究契约协调效果的标杆. 实际中,无成本分担的分散式决策情形比较常见,但是此情形下供应链常出现双重边际效应. 因此,可通过引入契约对分散式决策情形下的供应链进行改善. 由于产品的减排量会影响产品的市场需求,此时制造商希望通过分担供应商的减排成本提高产品的减排量,进而提高市场需求. 因此,引入了成本分

担契约,即制造商作为主导方为激励上游供应商提供低碳化的原材料,同时进一步提高其减排的积极性,对供应商的减排投资予以支持,为其分担比例为  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 1$ ) 的减排成本. 在引入成本分担契约下的分散式决策情形时,供应商和制造商构成 Stackelberg 博弈. 政府、供应商和制造商组成一个三阶段的博弈. 博弈顺序为政府先规定减排补贴系数;然后制造商确定最优减排努力水平和制造商对供应商的减排成本分担量;最后供应商根据制造商的减排努力水平和制造商对供应商的减排成本分担量确定自身的最优减排努力水平. 供应商、制造商和政府的决策目标分别为(用上角标  $s$  表示成本分担契约下的分散式决策情形)

$$P_S^s(x^s) = \max_{E_S^s} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ M_S(D_0 + \omega x^s) - (1 - \varphi_S^s - \theta) \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 \right] dt, \quad (38)$$

$$P_M^s(x^s) = \max_{E_M^s} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ M_M(D_0 + \omega x^s) - (1 - \varphi_M^s) \frac{\eta_M}{2} (E_M^s)^2 + \theta \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 \right] dt, \quad (39)$$

$$P_G^s(x^s) = \max_{\varphi_S^s, \varphi_M^s} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left[ (M_S + M_M)(D_0 + \omega x^s) - \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 - \frac{\eta_M}{2} (E_M^s)^2 \right] dt. \quad (40)$$

**命题3** 有政府补贴时成本分担契约下的分散式决策情形下的均衡结果:

1) 政府对供应商和制造商的最优补贴系数、供应商和制造商的最优减排努力水平以及制造商为供应商分担的减排努力成本比例分别为

$$\begin{cases} \varphi_S^{s*} = \frac{M_S}{2(M_S + M_M)}, \\ \varphi_M^{s*} = \frac{M_S}{M_S + M_M}, \\ E_S^{s**} = \frac{\beta(M_S + 2M_M)\omega}{2\eta_S(1 - \varphi_S^{s*})(\rho + \gamma)}, \\ E_M^{s**} = \frac{\alpha M_M \omega}{\eta_M(1 - \varphi_M^{s*})(\rho + \gamma)}; \end{cases} \quad (41)$$

$$\theta^{**} = \frac{(1 - \varphi_S^{s*})(2M_M - M_S)}{2M_M + M_S}. \quad (42)$$

2) 产品减排量的最优轨迹为

$$x^{s**} = \lambda^s - (\lambda^s - x_0)e^{-\gamma t}, \quad (43)$$

其中  $\lambda^s = \alpha E_M^{s**} / \gamma + \beta E_S^{s**} / \gamma$ .

3) 供应商、制造商以及供应链系统的最优利润分别为

$$P_S^{s**} = e^{-\rho t} (s_1^{s**} x^{s**} + s_2^{s**}), \quad (44)$$

$$P_M^{s**} = e^{-\rho t} (m_1^{s**} x^{s**} + m_2^{s**}), \quad (45)$$

$$P_T^{s^{**}} = e^{-\rho t}((s_1^{s^{**}} + m_1^{s^{**}})x^{s^{**}} + s_2^{s^{**}} + m_2^{s^{**}}). \tag{46}$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} s_1^{s^{**}} &= \frac{M_S \omega}{\rho + \gamma}, \\ s_2^{s^{**}} &= \frac{M_S D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 M_S M_M \omega^2}{\rho \eta_M (1 - \varphi_M^{s^{**}}) (\rho + \gamma)^2} + \frac{\beta^2 M_S (M_S + 2M_M) \omega^2}{4\rho \eta_S (1 - \varphi_S^{s^{**}}) (\rho + \gamma)^2}, \\ m_1^{s^{**}} &= \frac{M_M \omega}{\rho + \gamma}, \\ m_2^{s^{**}} &= \frac{M_M D_0}{\rho} + \frac{\alpha^2 M_M^2 \omega^2}{2\rho \eta_M (1 - \varphi_M^{s^{**}}) (\rho + \gamma)^2} + \frac{\beta^2 (M_S + 2M_M)^2 \omega^2}{8\rho \eta_S (1 - \varphi_S^{s^{**}}) (\rho + \gamma)^2}. \end{aligned} \right.$$

**证明** 由式(38)可知,  $t$ 时刻供应商的最优利润值函数为

$$P_S^{s^*}(x^s) = \max_{E_S^s} \int_t^\infty e^{-\rho v} [M_S(D_0 + \omega x^s) - (1 - \varphi_S^s - \theta) \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2] dv. \tag{47}$$

令  $P_S^{s^*}(x^s) = e^{-\rho t} W_S^s(x^s)$ , 根据最优控制理论,  $W_S^s(x^s)$  对任意  $x^s \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\begin{aligned} \rho W_S^s(x^s) = & \max_{E_S^s} \left[ M_S(D_0 + \omega x^s) - (1 - \varphi_S^s - \theta) \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 + \right. \\ & \left. W_S^{s'}(x^s) (\alpha E_M^s + \beta E_S^s - \gamma x^s) \right]. \end{aligned} \tag{48}$$

式(48)是关于  $E_S^s$  的凹函数, 求式(48)关于  $E_S^s$  的一阶偏导并令其等于零, 可解得供应商的减排努力水平为

$$E_S^s = \frac{\beta W_S^{s'}(x^s)}{\eta_S (1 - \varphi_S^s - \theta)}. \tag{49}$$

同理可知,  $t$ 时刻制造商的最优利润值函数可转化为  $P_M^{s^*}(x^s) = e^{-\rho t} W_M^s(x^s)$ , 根据最优控制理论,  $W_M^s(x^s)$  对任意  $x^s \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\begin{aligned} \rho W_M^s(x^s) = & \max_{E_M^s} \left[ M_M(D_0 + \omega x^s) - \theta \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 - \right. \\ & \left. (1 - \varphi_M^s) \frac{\eta_M}{2} (E_M^s)^2 + W_M^{s'}(x^s) (\alpha E_M^s + \beta E_S^s - \gamma x^s) \right]. \end{aligned} \tag{50}$$

式(50)是关于  $E_M^s$  和  $\theta$  的凹函数, 求式(50)关于  $E_M^s$  和  $\theta$  的一阶偏导并令其等于零, 可解得

$$E_M^s = \frac{\alpha W_M^{s'}(x^s)}{\eta_M (1 - \varphi_M^s)}, \tag{51}$$

$$\theta = \frac{(1 - \varphi_S^s) (2W_M^{s'}(x^s) - W_S^{s'}(x^s))}{2W_M^{s'}(x^s) + W_S^{s'}(x^s)}. \tag{52}$$

将式(49)和(51)代入(48)和(50)中, 整理得

$$\begin{aligned} \rho W_S^s(x^s) = & (M_S \omega - \gamma W_S^{s'}(x^s)) x^s + M_S D_0 + \\ & \frac{\alpha^2 W_S^{s'}(x^s) W_M^{s'}(x^s)}{(1 - \varphi_M^s) \eta_M} + \frac{\beta^2 (W_S^{s'}(x^s))^2}{2(1 - \varphi_S^s - \theta) \eta_S}, \tag{53} \\ \rho W_M^s(x^s) = & (M_M \omega - \gamma W_M^{s'}(x^s)) x^s + M_M D_0 + \\ & \frac{\alpha^2 (W_M^{s'}(x^s))^2}{2(1 - \varphi_M^s) \eta_M} - \frac{\theta \beta^2 (W_S^{s'}(x^s))^2}{2(1 - \varphi_S^s - \theta)^2 \eta_S} + \\ & \frac{\beta^2 W_S^{s'}(x^s) W_M^{s'}(x^s)}{(1 - \varphi_S^s - \theta) \eta_S}. \end{aligned} \tag{54}$$

根据式(53)和(54)的结构特点, 可分别假设  $W_S^s(x^s)$  和  $W_M^s(x^s)$  关于  $x^s$  的线性解析式为  $W_S^s(x^s) = s_1^s x^s + s_2^s$  和  $W_M^s(x^s) = m_1^s x^s + m_2^s$ , 其中  $s_1^s, s_2^s, m_1^s, m_2^s$  均为常数. 显然  $W_S^{s'}(x^s) = s_1^s$  且  $W_M^{s'}(x^s) = m_1^s$ .

将  $W_S^s(x^s), W_M^s(x^s), W_S^{s'}(x^s), W_M^{s'}(x^s)$  代入式(53)和(54), 对比等式两端的同类项系数, 可解得  $s_1^{s^*}, s_2^{s^*}, m_1^{s^*}$  和  $m_2^{s^*}$ . 将  $s_1^{s^*}$  和  $m_1^{s^*}$  分别代入  $W_S^{s'}(x^s)$  和  $W_M^{s'}(x^s)$  中, 可得  $W_S^{s^*}(x^s)$  和  $W_M^{s^*}(x^s)$ , 将  $W_S^{s^*}(x^s)$  和  $W_M^{s^*}(x^s)$  代入式(52), 得到  $\theta^*$ . 然后将  $W_S^{s^*}(x^s), W_M^{s^*}(x^s)$  和  $\theta^*$  代入式(49)和(51), 可得  $E_S^{s^*}$  和  $E_M^{s^*}$ . 于是, 将  $E_S^{s^*}$  和  $E_M^{s^*}$  代入状态方程(2), 可解得产品减排量为  $x^{s^*}$ , 进而可得产品需求量为  $D^{s^*}$ . 将  $s_1^{s^*}, s_2^{s^*}, m_1^{s^*}, m_2^{s^*}, \theta^*$  代入表达式  $W_S^s(x^s)$  和  $W_M^s(x^s)$  中, 可得到  $W_S^{s^*}(x^s)$  和  $W_M^{s^*}(x^s)$ . 进而可得到无成本分担的分散式决策情形下供应商、制造商以及供应链系统的利润分别为  $P_S^{s^*}, P_M^{s^*}, P_T^{s^*}$ .

同理可知,  $t$ 时刻政府的目标函数为  $P_G^{s^*}(x^s) = e^{-\rho t} W^s(x^s)$ , 根据最优控制理论,  $W^s(x^s)$  对任意  $x^s \geq 0$  都满足HJB方程, 即

$$\begin{aligned} \rho W^s(x^s) = & \max_{\varphi_S^s, \varphi_M^s} \left[ (M_S + M_M) (D_0 + \omega x^s) - \frac{\eta_S}{2} (E_S^s)^2 - \right. \\ & \left. \frac{\eta_M}{2} (E_M^s)^2 + W^{s'}(x^s) (\alpha E_M^s + \beta E_S^s - \gamma x^s) \right]. \end{aligned} \tag{55}$$

将  $E_S^{s^*}$  和  $E_M^{s^*}$  代入式(55)中, 分别关于  $\varphi_S^s$  和  $\varphi_M^s$  求一阶偏导, 并令其等于零, 可解得

$$\varphi_S^s = 1 - \frac{(2M_M + M_S) \omega}{W^{s'}(x^s) (\rho + \gamma)}, \tag{56}$$

$$\varphi_M^s = 1 - \frac{M_M \omega}{W^{s'}(x^s) (\rho + \gamma)}. \tag{57}$$

将式(56)和(57)代入(55)中, 整理可得

$$\begin{aligned} \rho W^s(x^s) = & [(M_S + M_M) \omega - \gamma W^{s'}(x^s)] x^s + \\ & (M_S + M_M) D_0 + \frac{\alpha^2 (W^{s'})^2}{2\eta_M} + \frac{\beta^2 (W^{s'})^2}{2\eta_S}. \end{aligned} \tag{58}$$

根据式(58)的结构特点,  $W^s(x^s)$  关于  $x^s$  的线性解析式可假设为  $W^s(x^s) = g_1^s x^s + g_2^s$ , 其中  $g_1^s$  和  $g_2^s$  均为常数, 显然  $W^{s'}(x^s) = g_1^s$ . 将  $W^s(x^s)$  和  $W^{s'}(x^s)$  代入式(58)中, 然后对比等式两端的同类项系数, 可得到  $g_1^{s*}$  和  $g_2^{s*}$ . 由  $g_1^{s*}$  可知  $W^{s'*}(x^s)$ , 然后将  $W^{s'*}(x^s)$  代入式(56)和(57)中, 可得到成本分担契约下的分散式决策下政府对供应商和制造商的最优补贴系数为  $\varphi_S^{s*}$  和  $\varphi_M^{s*}$ . 将  $\varphi_S^{s*}$  和  $\varphi_M^{s*}$  代入  $E_S^{s*}$ 、 $E_M^{s*}$ 、 $\theta^*$ 、 $x^{s*}$ 、 $D^{s*}$ 、 $P_S^{s*}$ 、 $P_M^{s*}$ 、 $P_T^{s*}$  中, 可得到  $E_S^{s**}$ 、 $E_M^{s**}$ 、 $\theta^{**}$ 、 $x^{s**}$ 、 $D^{s**}$ 、 $P_S^{s**}$ 、 $P_M^{s**}$ 、 $P_T^{s**}$ .  $\square$

对集中式、无成本分担的分散式以及成本分担契约下的分散式这3种决策情形下的决策结果进行比较, 得到以下命题. 无政府补贴时, 即政府对供应商和制造商的补贴系数均为零, 并且此时只有供应商和制造商参与博弈, 而政府不参与博弈.

**命题4** 无政府补贴时, 比较集中式、无成本分担的分散式以及成本分担契约下的分散式的供应链决策结果, 可知:

1)  $E_M^{c*} > E_M^{s*} = E_M^{n*}$ .

2) 当  $M_M > M_S/2$  时,  $E_S^{c*} > E_S^{s*} > E_S^{n*}$ ,  $x^{c*} > x^{s*} > x^{n*}$ ,  $D^{c*} > D^{s*} > D^{n*}$ ; 当  $M_M \leq M_S/2$  时,  $E_S^{c*} > E_S^{n*} \geq E_S^{s*}$ ,  $x^{c*} > x^{n*} \geq x^{s*}$ ,  $D^{c*} > D^{n*} \geq D^{s*}$ .

3) 当  $M_M > M_S/2$  时,  $P_S^{s*} > P_S^{n*}$ ,  $P_M^{s*} > P_M^{n*}$ ,  $P_T^{c*} > P_T^{s*} > P_T^{n*}$ .

**证明** 无政府补贴时, 比较集中式和无成本分担的分散式决策下制造商的最优减排努力, 可得

$$E_M^{c*} - E_M^{n*} = \frac{\alpha M_S \omega}{\eta_M(\rho + \gamma)} > 0,$$

因此  $E_M^{c*} > E_M^{n*}$ . 同理可证  $E_M^{s*} = E_M^{n*}$ ,  $E_M^{c*} > E_M^{s*}$ . 比较引入成本分担契约前后供应商的最优减排努力, 可得

$$E_S^{s*} - E_S^{n*} = \frac{\beta(2M_M - M_S)\omega}{\eta_S(\rho + \gamma)}.$$

当  $M_M > M_S/2$  时,  $E_S^{s*} > E_S^{n*}$ ; 当  $M_M \leq M_S/2$  时,  $E_S^{s*} \leq E_S^{n*}$ . 同理可证, 当  $M_M > M_S/2$  时,  $E_S^{c*} > E_S^{s*}$ ,  $x^{c*} > x^{s*} > x^{n*}$ ,  $D^{c*} > D^{s*} > D^{n*}$ ; 当  $M_M \leq M_S/2$  时,  $E_S^{c*} > E_S^{n*} \geq E_S^{s*}$ ,  $x^{c*} > x^{n*} \geq x^{s*}$ ,  $D^{c*} > D^{n*} \geq D^{s*}$ .

对引入成本分担契约前后供应商的最优利润进行比较, 可知

$$P_S^{s*} - P_S^{n*} = e^{-\rho t} \left[ \frac{M_S \omega}{\rho + \gamma} (x^{s*} - x^{n*}) + \frac{\beta^2 M_S (2M_M - M_S) \omega^2}{4\rho\eta_S(\rho + \gamma)^2} \right].$$

当  $M_M > M_S/2$  时,  $P_S^{s*} - P_S^{n*} > 0$ , 因此, 当  $M_M >$

$M_S/2$  时,  $P_S^{s*} > P_S^{n*}$ . 同理可证, 当  $M_M > M_S/2$  时,  $P_M^{s*} > P_M^{n*}$ ,  $P_T^{c*} > P_T^{s*} > P_T^{n*}$ .  $\square$

由命题4可知, 3种决策情形下的反馈均衡策略均与时间无关, 即最优策略不随时间的变化而变化, 这给企业的实践操作带来了可行性, 说明该策略在企业减排实践中的操作性较强, 具有一定的管理实践意义. 在成本分担契约下的分散式决策情形下, 只有当  $M_M > M_S/2$  时, 制造商为供应商分担一部分减排努力成本, 而当  $M_M \leq M_S/2$  时, 制造商不为供应商分担减排努力成本. 因此, 为激励供应商进行减排, 此成本分担契约考虑  $M_M > M_S/2$  时的情形才有价值. 引入成本分担契约后, 当  $M_M > M_S/2$  时, 除制造商的最优减排努力水平仍等于无成本分担的分散式决策情形下的值外, 供应商的最优减排努力水平、产品减排量、需求量以及供应链成员企业的利润均得到提高, 虽然未达到集中决策时的水平, 但是实现了供应商和制造商利润的 Pareto 改善. 所以, 该契约在一定条件下, 具有良好的管理实践意义, 实践中应提倡供应链成员企业间的合作减排, 实现供应链系统长期共赢.

**命题5** 3种决策情形下, 政府对供应商和制造商的最优补贴系数满足:

1)  $\varphi_M^{c*} < \varphi_M^{s*} = \varphi_M^{n*}$ .

2) 当  $M_M > M_S/2$  时,  $\varphi_S^{c*} < \varphi_S^{s*} < \varphi_S^{n*}$ ; 当  $M_M \leq M_S/2$  时,  $\varphi_S^{c*} < \varphi_S^{n*} \leq \varphi_S^{s*}$ .

3)  $\varphi_M^{s*} = 2\varphi_S^{s*}$ .

**证明** 比较集中式和成本分担契约下的分散式决策情形下政府对制造商的最优补贴系数, 可知

$$\varphi_M^{c*} - \varphi_M^{s*} = -\frac{M_S}{M_S + M_M} < 0,$$

因此  $\varphi_M^{c*} < \varphi_M^{s*}$ . 同理可证  $\varphi_M^{c*} < \varphi_M^{n*}$ ,  $\varphi_M^{s*} = \varphi_M^{n*}$ . 比较成本分担契约下的分散式决策和无成本分担契约的分散式决策下政府对供应商的最优补贴系数, 可知

$$\varphi_S^{s*} - \varphi_S^{n*} = \frac{M_S - 2M_M}{2(M_S + M_M)}.$$

因此, 当  $M_M > M_S/2$  时,  $\varphi_S^{s*} < \varphi_S^{n*}$ ; 当  $M_M \leq M_S/2$  时,  $\varphi_S^{s*} \geq \varphi_S^{n*}$ . 同理可证  $\varphi_S^{c*} < \varphi_S^{s*}$ ,  $\varphi_S^{c*} < \varphi_S^{n*}$ . 比较成本分担契约下的分散式决策下政府对供应商和制造商的最优补贴系数, 可知  $\varphi_M^{s*} = 2\varphi_S^{s*}$ .  $\square$

由命题5可知, 在3种决策情形下, 求解出的政府最优补贴系数是与时间无关的参数, 说明该补贴策略具有较强的实践意义. 在集中决策的情形下, 政府不提供补贴来激励企业进行减排投入达到最优产出, 企业会自行按照最优产出的原则选择投入水平; 在无成本分担的分散式决策情形下, 政府对供应商和制



造商的补贴取决于对方的边际利润在总边际利润中的比重;政府在两种分散式决策情形下对制造商的最优补贴系数相等. 当  $M_M > M_S/2$  时,政府对供应商最优补贴系数随着供应商和制造商双方合作紧密程度的增大而减小,在集中决策情形时达到最小,为零. 这表明在此条件下政府减排补贴效果与供应链企业合作程度相关,合作程度越紧密,政府减排补贴效果越好. 成本分担契约下的分散式决策情形下,政府对制造商的补贴系数是对供应商补贴系数的两倍,这是由于供应商和制造商的地位不同,获得的政府减排补贴也不同,领导者将获得相对更多的减排补贴.

**命题6** 有政府补贴时,无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策情形下的供应商和制造商的最优减排努力水平、产品减排量以及需求量均达到了集中决策时的水平,且当  $M_M > M_S/2$  时,  $P_S^{s**} = P_S^{n**}, P_M^{s**} < P_M^{n**}, P_T^{s**} < P_T^{n**}$ .

**证明** 有政府补贴时,比较集中式和无成本分担的分散式决策下供应商的减排努力水平,可知  $E_S^{s**} - E_S^{n**} = 0$ , 因此  $E_S^{s**} = E_S^{n**}$ . 同理可证  $E_M^{s**} = E_M^{n**}, E_C^{s**} = E_C^{n**}$ , 即在政府最优补贴条件下,在无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策情形下,供应商和制造商的最优减排努力均达到了集中决策时的水平. 同理可证  $x^{c**} = x^{s**} = x^{n**}, D^{c**} = D^{s**} = D^{n**}$ , 即在政府最优补贴条件下,在无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策情形下,产品减排量和需求量均达到了集中决策时的水平.

有政府补贴时,对引入成本分担契约前后制造商的最优利润进行比较,可知

$$P_M^{s**} - P_M^{n**} = \frac{\beta^2(M_S + M_M)(M_S - 2M_M)\omega^2 e^{-\rho t}}{4\rho\eta_S(\rho + \gamma)^2}$$

当  $M_M > M_S/2$  时,  $P_M^{s**} - P_M^{n**} < 0$ , 因此当  $M_M > M_S/2$  时,有  $P_M^{s**} < P_M^{n**}$ . 同理可证,当  $M_M > M_S/2$  时,有  $P_S^{s**} = P_S^{n**}, P_T^{s**} < P_T^{n**}$ . □

由命题6可知,政府补贴政策会影响供应链成员的成本构成,从而影响企业之间在不同博弈关系下的利润. 在政府的最优补贴下,无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策情形下的供应商和制造商的最优减排努力、产品减排量以及需求量均得到了提高,且达到了集中决策时的水平;在无成本分担的分散式决策和成本分担下的分散式两种决策情形下供应商的利润相等,且引入契约后制造商的利润比无契约时低,供应链系统总利润在集中决策下

最低,在无成本分担的分散式决策下最高. 这表明了政府的减排补贴政策改变了传统的3种博弈形式下的产品减排量和供应链成员利润的大小关系,因此政府的补贴机制可以使得供应链企业采取不同的博弈形式来提高减排量和最大化自身的利润.

不管是否存在政府补贴,在引入成本分担契约后均有:当  $M_M > M_S/2$  时,供应商和制造商的最优减排努力水平以及供应链成员利润均与边际利润  $M_S$  和  $M_M$  以及其他相关影响系数  $\omega$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  呈正比关系;与减排成本系数  $\eta_S$ 、 $\eta_M$  以及产品减排量的自然衰减率  $\gamma$  呈反比关系. 因此,当  $M_M > M_S/2$  时,随着供应商减排努力对产品减排量影响系数  $\beta$  的增大,产品减排量、需求量、供应链成员利润及系统总利润均增大,说明当产品的减排努力较容易转化为产品减排量时,供应链长期合作减排的效果越明显,产品需求量和供应链成员利润越大;产品减排量、需求量、供应链成员利润及系统总利润均随着  $\omega$  的增大而增大,说明供应链长期合作减排的效果随着消费者低碳购买意识的增强而增强;随着供应商减排成本系数  $\eta_S$  的增大,产品减排量、需求量以及供应链利润不断下降,这表明供应商单位减排投入成本越高,供应链长期合作减排效果越不明显;产品减排量和供应链系统利润随着  $\gamma$  的增大而减小,当  $\gamma$  值大到一定值时,减排量自身的衰减带来的负效用比供应商和制造商减排投入带来的正效用大,导致产品减排量和利润值过低,此时应采用改进减排技术或政府激励措施进行调整.

### 3 算例分析

为了更深入地进行研究,本文利用 Matlab 分别对上述3种微分博弈情形进行算例分析. 对模型中各参数赋值如下:  $M_S = 600, M_M = 800, \eta_S = 15, \eta_M = 20, \alpha = 0.4, \beta = 0.2, \gamma = 0.2, \omega = 3, \rho = 0.9, D_0 = 15, x_0 = 0, t = 1$ .

对无政府补贴时集中、无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策这3种情形下的微分博弈均衡结果进行比较,见表1.

表1 无政府补贴时不同决策情形下的微分博弈均衡结果

项目	集中式决策	无成本分担的分散式决策	成本分担契约下的分散式决策
供应商的减排努力	50.9	21.8	40.0
制造商的减排努力	76.4	43.6	43.6
产品减排量	36.9	19.8	23.1
产品需求量	125.7	74.3	84.2
制造商为供应商分担的最优减排努力成本比例	—	—	0.45
供应商利润	—	31 737.0	35 274.0
制造商利润	—	35 865.0	39 909.0
供应链系统总利润	101 910.0	67 602.0	75 183.0

由表1可看出:1)与集中式决策相比,无成本分担的分散式决策下供应商的减排努力降低57.2%,制造商的减排努力降低42.9%,产品减排量降低46.3%,需求量降低40.9%,供应链整体利润降低33.7%,说明分散式决策时供应链出现双重边际效应;2)与没有使用成本分担契约的分散式决策相比,引入成本分担契约后的分散式决策情形下供应商的减排努力、产品减排量以及需求量均得到提高,制造商减排努力保持不变,且供应商和制造商的利润分别提高了11.1%和11.3%,供应链整体利润提高了11.2%,说明当 $M_M > M_S/2$ 时,成本分担契约的引入,可实现供应商利润、制造商利润和整体利润的Pareto改善.

对有政府补贴时3种决策情形下的微分博弈均衡结果进行比较,见表2.

表2 有政府补贴时不同决策情形下的微分博弈均衡结果

项目	集中式决策	无成本分担的分散式决策	成本分担契约下的分散式决策
供应商的减排努力	50.9	50.9	50.9
制造商的减排努力	76.4	76.6	76.6
产品减排量	36.9	36.9	36.9
产品需求量	125.7	125.7	125.7
制造商为供应商分担的最优减排努力成本比例	-	-	0.36
政府对供应商的补贴系数	0	0.57	0.21
政府对制造商的补贴系数	0	0.42	0.42
供应商利润	-	54 967.0	54 967.0
制造商利润	-	63 254.0	60 118.0
供应链系统总利润	101 910.0	118 220.0	115 080.0

由表2可知:1)无成本分担的分散式决策和成本分担契约下的分散式决策情形下的供应商和制造商的最优减排努力、产品减排量以及需求量均达到了集中决策时的水平.2)无政府补贴时,供应商和制造商在3种决策情形下的总利润不同,且一般是集中决策下总利润最大,但是在政府补贴政策下会影响企业之间在不同决策情形下的利润,并且影响成本分担契约的分散式决策情形下供应链成员间的减排成本分担量,说明政府补贴的引入改变了供应链成员的成本构成,从而影响供应链成员企业在不同博弈关系下的利润.3)当 $M_M > M_S/2$ 时,政府对供应商的补贴系数在无成本分担的分散式决策情形下最大,在成本分担契约下的分散式决策情形下次之,在集中式决策情形下最小,即政府对供应商的最优补贴随着双方合作紧密程度的增大而减小;政府在两种分散式情形下对制造商的最优补贴系数相等,在集中式决策情形下为零;4)在成本分担契约下的分散式决策情形下,政府对制造商的最优补贴系数是对供应商最优补贴系数的两倍.

由于篇幅有限,本文仅对部分相关参数进行灵敏

度分析.图1和图2分别为在无政府补贴时3种决策情形下,制造商减排努力对产品减排量的影响系数 $\alpha$ 等参数对产品减排量的影响.

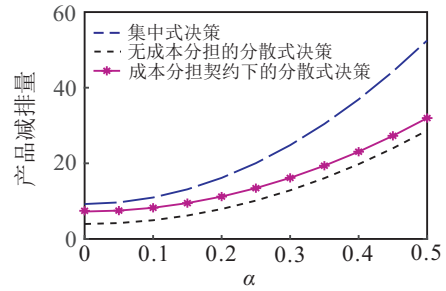


图1 参数 $\alpha$ 对产品减排量的影响

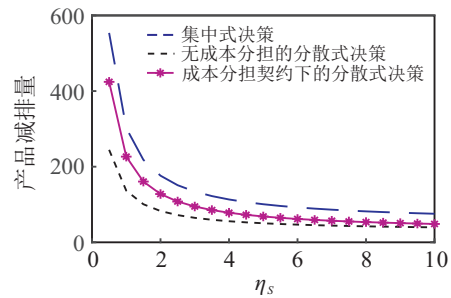


图2 参数 $\eta_s$ 对产品减排量的影响

由图1可知:在同一时刻,对于3种决策情形而言,产品减排量均随着制造商减排努力对产品减排量的影响系数 $\alpha$ 的增大而增大,表明当产品减排量对减排努力的变化越敏感时,即当产品的减排努力较容易转化为产品减排量时,供应链长期合作减排的效果越好;同一时刻,成本分担契约下的分散式决策情形下产品减排量始终高于无成本分担的分散式决策情形下的值,但未达到集中决策情形下的值,表明该成本分担契约的引入,使得产品减排量增大,即改善了供应链合作减排的效果.由图2可知,在同一时刻,对于3种决策情形而言,产品减排量均随着供应商减排成本系数 $\eta_s$ 的增大而减小,这是因为随着供应商的单位减排投入成本越高,实现合作减排所面临的困难越大,此时供应链长期合作减排效果越弱.

图3和图4分别为在有政府补贴时,引入成本分担契约的分散式决策情形下,产品减排量对需求的影响系数 $\omega$ 等参数对产品减排量的影响.

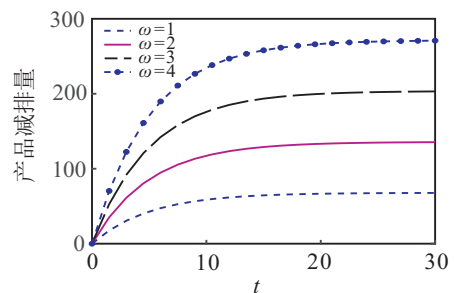


图3 参数 $\omega$ 对产品减排量的影响

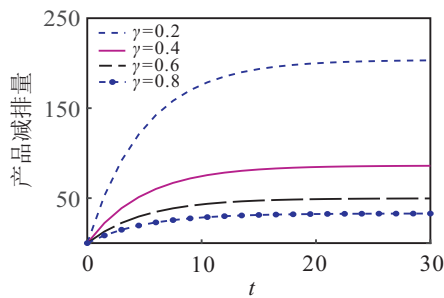


图4 参数 $\gamma$ 对产品减排量的影响

由图3可知:当产品减排量对需求的影响系数 $\omega$ 的值保持不变时,产品减排量随着时间的增加而增加,且增长速率越来越小,即产品减排量随时间的增加,先增加后逐渐趋于稳定,说明该供应链系统的合作减排过程是可控的;在同一时刻,产品减排量的最优轨迹对应的值随着产品减排量对需求的影响系数 $\omega$ 的增大而增大,这是因为随着消费者低碳购买意识的增强,越来越多的消费者更倾向于购买生产时碳排放量较低的产品,即市场需求对产品减排量越敏感,供应链长期合作减排的效果越佳。由图4可知,企业投入的减排设备自然老化速度越快,即产品减排量的自然衰减率 $\gamma$ 越大,供应链长期合作减排效果越弱。

## 4 结论

本文借助微分博弈研究由供应商和制造商组成的供应链合作减排问题,并分析了供应商和制造商的最优减排努力、利润以及政府的最优补贴策略,阐述了政府如何通过补贴来调整博弈结构,从而激励企业降低碳排放量。通过构建集中式、无成本分担的分散式以及成本分担契约下的分散式3种情形下的供应链微分博弈模型,并结合算例比较分析了3种情形下的博弈均衡策略,得到以下结论:

1) 无政府补贴时,引入成本分担契约后,当 $M_M > M_S/2$ 时,供应商的减排努力水平、产品减排量、产品需求量、供应商利润、制造商利润以及供应链系统总利润均得到提高,即实现了供应商利润、制造商利润以及整体利润的Pareto改善,因此引入成本分担契约的减排模式,不仅兼顾了环境因素,还提高了供应链成员企业的利润,从而提升了企业的核心竞争力;且供应链系统反馈均衡策略均与时间无关,即此系统合作减排过程是可控的,因此该策略具有较强的可行性和可操作性。

2) 产品减排量对减排努力的变化越敏感以及消费者低碳购买意识越强,供应链系统长期合作减排效果越佳;当供应商和制造商单位减排成本投入越高或者企业投入的减排设备自然老化的速度越快时,供应链系统长期合作减排的效果越弱。

3) 当 $M_M > M_S/2$ 时,政府对供应商最优补贴系数随着供应商和制造商双方合作紧密程度的增大而减小,在集中决策情形时达到最小值为零;成本分担契约下的分散式决策情形下,由于供应商和制造商的地位不同,获得的政府减排补贴系数也不同,领导者将获得相对更大的减排补贴系数;政府的减排补贴政策改变了传统的3种博弈形式下的供应链成员的最优减排努力水平和利润的大小关系,即政府的规制可以使得供应链企业采取不同的博弈形式降低碳排放且最大化自身的利润。因此作为政府,在制定减排策略时需要充分考虑企业的合作方式和整个社会福利水平,应根据供应链博弈结构灵活运用减排补贴政策。

所得结论为供应链上下游企业长期开展合作减排以及政府补贴策略的科学制定提供了理论依据。但是,本文未考虑零售商通过低碳宣传推广参与合作减排,这将是进一步的研究方向。

## 参考文献(References)

- [1] 何大义,陈小玲,许加强. 限额交易减排政策对企业生产策略的影响[J]. 系统管理学报, 2016, 25(2): 302-307.  
(He D Y, Chen X L, Xu J Q. Impacts of cap-and-trade abatement policy on firms' production strategy[J]. J of Systems & Management, 2016, 25(2): 302-307.)
- [2] Daria Battini, Alessandro Persona, Fabio Sgarbossa. A sustainable EOQ model: Theoretical formulation and applications[J]. Int J of Production Economics, 2014, 149(2): 145-153.
- [3] Hovelaque V, Bironneau L. The carbon-constrained EOQ model with carbon emission dependent demand[J]. Int J of Production Economics, 2015, 164: 285-291.
- [4] Hammami R, Nouria I, Frein Y. Carbon emissions in a multi-echelon production-inventory model with lead time constraints[J]. Int J of Production Economics, 2015, 164: 292-307.
- [5] Benjaafar S, Li Yanzhi, Daskin M. Carbon footprint and the management of supply chains: Insights from simple models[J]. Automation Science and Engineering, 2013, 10(1): 99-116.
- [6] 周艳菊, 黄雨晴, 陈晓红, 等. 促进低碳产品需求的供应链减排成本分担模型[J]. 中国管理科学, 2015, 23(7): 85-93.  
(Zhou Y J, Huang Y Q, Chen X H, et al. Carbon emission reduction cost-sharing model in supply chain based on improving the demand for low-carbon products[J]. Chinese J of Management Science, 2015, 23(7): 85-93.)
- [7] 周艳菊, 鲍茂景, 陈晓红, 等. 基于公平关切的低碳供应链广告合作-减排成本分担契约与协调[J]. 中国管理科学, 2017, 25(2): 121-129.  
(Zhou Y J, Bao M J, Chen X H, et al. Co-op

- advertising and emission reduction cost sharing contract and coordination in low-carbon supply based on fairness concerns[J]. Chinese J of Management Science, 2017, 25(2): 121-129.)
- [8] 杨仕辉, 王平. 基于碳配额政策的两级低碳供应链博弈与优化[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 924-928.  
(Yang S H, Wang P. Game and optimization of a two-level low-carbon supply chain under the carbon quota policy[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 924-928.)
- [9] 张汉江, 张佳雨, 赖明勇. 低碳背景下政府行为及供应链合作研发博弈分析[J]. 中国管理科学, 2015, 23(10): 57-66.  
(Zhang H J, Zhang J Y, Lai M Y. The game analysis of the supply chain cooperative R&D and the government's behavior under the low-carbon background[J]. Chinese J of Management Science, 2015, 23(10): 57-66.)
- [10] 朱庆华, 夏西强, 王一雷. 政府补贴下低碳与普通产品制造商竞争研究[J]. 系统工程学报, 2014, 29(5): 640-651.  
(Zhu Q H, Xia X Q, Wang Y L. Study of the competition between low carbon products and ordinary products manufacturer based on government subsidies[J]. J of Systems Engineering, 2014, 29(5): 640-651.)
- [11] 李友东, 赵道致, 夏良杰. 低碳供应链纵向减排合作下的政府补贴策略[J]. 运筹与管理, 2014, 23(4): 1-11.  
(Li Y D, Zhao D Z, Xia L J. Governmental subsidy policy for enterprises' cooperative behavior in emission reduction in low-carbon supply chain[J]. Operations Research and Management Science, 2014, 23(4): 1-11.)
- [12] 赵敬华, 林杰. 不同补贴对象下的闭环供应链定价模型[J]. 管理工程学报, 2017, 31(1): 85-92.  
(Zhao J H, Lin J. Pricing models of closed-loop supply chain under different subsidy policies[J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2017, 31(1): 85-92.)
- [13] Mohamad Y Jaber, Christoph H Glock, Ahmed M A El Saadany. Supply chain coordination with emissions reduction incentives[J]. Int J of Production Research, 2013, 51(1): 69-82.
- [14] Giovanni P D. Environmental collaboration in a closed loop supply chain with a reverse revenue sharing contract[J]. Annals of Operations Research, 2014, 220(1): 135-157.
- [15] 赵道致, 原白云, 徐春秋. 低碳环境下供应链纵向减排合作的动态协调策略[J]. 管理工程学报, 2016, 30(1): 147-154.  
(Zhao D Z, Yuan B Y, Xu C Q. Dynamic coordination strategy of vertical cooperative on carbon emission reduction in supply chain under low-carbon era[J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(1): 147-154.)
- [16] 叶同, 关志民, 陶瑾, 等. 考虑消费者低碳偏好和参考低碳水平效应的供应链联合减排动态优化与协调[J]. 中国管理科学, 2017, 25(10): 52-61.  
(Ye T, Guan Z M, Tao J, et al. Dynamic optimization and coordination about joint emission reduction in a supply chain considering consumer preference to low carbon and reference low-carbon level effect[J]. Chinese J of Management Science, 2017, 25(10): 52-61.)
- [17] 游达明, 朱桂菊. 低碳供应链生态研发、合作促销与定价的微分博弈分析[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1047-1056.  
(You D M, Zhu G J. Differential game analysis of ecological R&D, cooperative promotion and pricing in the low-carbon supply chain[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1047-1056.)
- [18] 杨磊, 张琴, 张智勇. 碳交易机制下供应链渠道选择与减排策略[J]. 管理科学学报, 2017, 20(11): 75-87.  
(Yang L, Zhang Q, Zhang Z Y. Channel selection and carbon emissions reduction policies in supply chains with the cap-and-trade scheme[J]. J of Management Sciences in China, 2017, 20(11): 75-87.)
- [19] Plambeck E L. Reducing greenhouse gas emissions through operations and supply chain management[J]. Energy Economics, 2012, 34(3): 64-74.
- [20] 赵道致, 原白云, 徐春明. 低碳供应链纵向合作减排的动态优化[J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1340-1344.  
(Zhao D Z, Yuan B Y, Xu C M. Dynamic optimization about vertical cooperation on carbon emissions reduction in low-carbon supply chain[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1340-1344.)

### 作者简介

王道平(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、知识管理等研究, E-mail: dpwang@ustb.edu.cn;

王婷婷(1990—), 女, 博士生, 从事供应链管理的研究, E-mail: wang\_tt926@163.com;

张博卿(1991—), 男, 博士生, 从事供应链管理的研究, E-mail: zhangboqing1991@126.com.

(责任编辑: 孙艺红)