

# 含未标定摄像机参数的非完整移动机器人的 自适应动力学跟踪控制

梁振英<sup>1†</sup>, 徐玉镜<sup>1</sup>, 董莉莉<sup>1</sup>, 李彩虹<sup>2</sup>

(1. 山东理工大学 数学与统计学院, 山东 淄博 255000;

2. 山东理工大学 计算机科学与技术学院, 山东 淄博 255000)

**摘 要:** 结合一类非完整移动机器人的运动学模型和链式转换, 在质心与几何中心重合的情况下, 研究含有未知参量的非完整移动机器人的跟踪控制问题. 首先, 利用针孔摄像机模型提出一种基于视觉伺服的运动学跟踪误差模型; 然后在此模型下, 将动态反馈、Back-stepping 技巧与自适应控制相结合, 设计一个区别于以往处理方法、含有两个动态反馈的自适应跟踪控制器, 从而实现动力学系统的全局渐近轨迹跟踪, 并通过李亚普诺夫方法严格证明闭环系统的稳定性和估计参数的有界性; 最后, 利用 Matlab 仿真验证所提出的控制器的有效性.

**关键词:** 非完整系统; 轮式移动机器人; 视觉伺服; 反步法; 自适应控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Adaptive dynamics tracking control for nonholonomic mobile robots with uncalibrated camera parameters

LIANG Zhen-ying<sup>1†</sup>, XU Yu-jing<sup>1</sup>, DONG Li-li<sup>1</sup>, LI Cai-hong<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics and Statistics, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China; 2. College of Computer Science and Technology, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China)

**Abstract:** The trajectory tracking control problem of nonholonomic mobile robots with a fixed camera is investigated based on a kind of nonholonomic robot kinematics model and chained transformations, when the center of mass and geometric center coincide. Firstly, a robot-camera visual servoing kinematic tracking error model is proposed by utilizing the pin-hole camera model. Then, based on this model, an adaptive torque tracking controller involving a kind of dynamic feedback parameters is designed by using the Lyapunov direct method and backstepping technique, which is different from the previous treatment method. The controller realizes the global asymptotic trajectories tracking of the dynamic system. The stability of the closed-loop system and the boundedness of the estimated parameters are strictly proved using the Lyapunov method. Finally, Matlab simulation is carried out to verify the effectiveness of the proposed controller.

**Keywords:** nonholonomic systems; wheeled mobile robot; visual servoing; backstepping; adaptive control

## 0 引 言

近 30 年来, 非完整移动机器人 (WMR) 引起越来越广泛的关注. 在 WMR 的实际应用中, 其运动状态可以通过马达的编码器、超声、红外等传感器测量获得. 但是, 由于模型的不确定性、机械方面的限制以及噪声等影响, 其状态的精确度受到干扰. 而视觉伺服可以在环境不确定的情形下模拟人类的视觉感官, 成为克服状态测量问题的一个有效途径. 近年来, 视觉反馈已被广泛应用于机器人控制方面<sup>[1-3]</sup>. 2006 年, Liu 等<sup>[2-3]</sup> 设计了基于图像的动态视觉伺服策略, 通过自适应算法在线估计未知摄像机内外参数, 提出

了深度独立图像交互矩阵和机械手自适应视觉反馈控制方法. 2014 年, Mackunis 等<sup>[4]</sup> 利用投影几何关系, 建立了易于控制的 WMR 运动学模型, 研究了基于视觉伺服一致跟踪和调节问题.

基于视觉伺服研究机器人轨迹跟踪是重要控制问题. 根据研究系统的不同, 跟踪问题被分为运动学系统和动力学系统的轨迹跟踪问题. 文献 [5-6] 的研究基于运动学的模型, 忽略了机器人动力学中的非线性力. 考虑到非完整动力学系统研究具有较强的应用背景, 基于动力学系统的控制问题已得到广泛关注<sup>[7-8]</sup>. Dixon 等<sup>[9]</sup> 对固定在天花板的非标定的

收稿日期: 2018-02-10; 修回日期: 2018-07-09.

基金项目: 山东省自然科学基金项目 (ZR2017LF011).

责任编辑: 方勇纯.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: lzhenying@sdut.edu.cn.

摄像机视觉反馈系统,设计了一个自适应跟踪控制器,补偿摄像机和机器人动力学的不确定参数,并用Lyapunov技术来补偿深度信息. 吴玉香等<sup>[7]</sup>针对一类带有未知惯性参数、未建模动态及外界干扰的非完整动力学系统的鲁棒镇定问题,利用滑模控制及非完整运动学系统的镇定控制策略,给出了基于力矩的鲁棒镇定控制器设计方法.

本文针对一类基于视觉伺服具有未标定摄像机参数的不确定非完整移动机器人的轨迹跟踪问题,将动态反馈、Backstepping技巧与自适应控制相结合,设计一个自适应动力学跟踪控制器. 该控制器含有两个动态反馈,其设计区别于以往处理方法,且控制输入可以确保系统误差渐近收敛到零.

### 1 问题陈述

本节提出基于视觉伺服的运动学跟踪误差模型. 如图1所示,假设一个针孔摄像机固定在天花板上,在摄像机下有一个(2,1)型移动机器人<sup>[10]</sup>,该机器人由一个中心轮和两个离心轮构成.

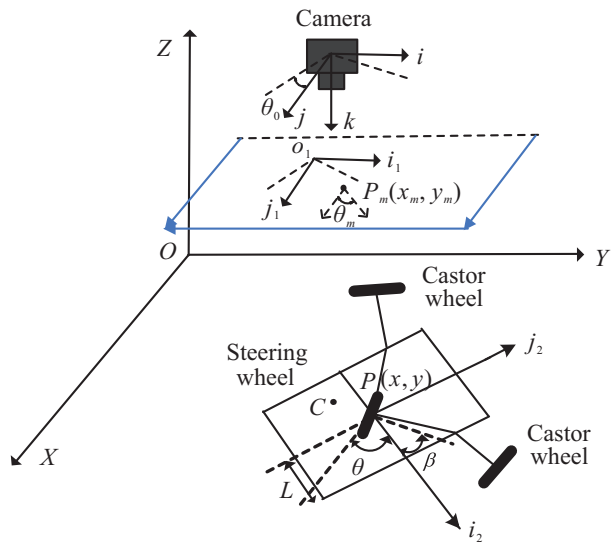


图1 单目摄像机下的移动机器人

#### 1.1 系统配置

图1所示为摄像机-机器人控制系统. 假设摄像机平面与图像坐标系平面以及机器人平面分别平行. 建立3个坐标系,分别为惯性坐标系X-Y-Z、摄像机坐标系*i-j-k*和图像坐标系*i<sub>1</sub>-o<sub>1</sub>-j<sub>1</sub>*. *c*是摄像机光轴与X-Y平面的交点,其坐标为(*c<sub>x</sub>*, *c<sub>y</sub>*). 摄像机光轴与图像坐标平面的交点坐标为(*O<sub>c1</sub>*, *O<sub>c2</sub>*). 机器人质心*P*在X-Y平面上的坐标为(*x*, *y*). 设中心驱动轮的轮平面与*i<sub>2</sub>*轴的夹角为*β*(*t*), *i<sub>2</sub>*轴与X轴逆时针方向夹角为*θ*.

设机器人质心*P*(*x*, *y*)相对于图像坐标系坐标为(*x<sub>m</sub>*, *y<sub>m</sub>*),其在摄像机下的模型<sup>[11]</sup>为

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_{c1} \\ O_{c2} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中:*α<sub>1</sub>*和*α<sub>2</sub>*为摄像机内部参数;*(c<sub>x</sub>, c<sub>y</sub>)*由摄像机相对于世界坐标系的方位决定,称为摄像机外部参数. 在式(1)中

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix}.$$

#### 1.2 运动学和动力学模型

假设机器人质心与几何中心重合,机器人在运动过程中满足无侧滑非完整约束<sup>[10]</sup>,即

$$\dot{x} \sin(\theta + \beta) + \dot{y} \cos(\theta + \beta) = 0, \quad (2)$$

则非完整移动机器人的运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = -v_1 \sin(\theta + \beta), \\ \dot{y} = v_1 \cos(\theta + \beta), \\ \dot{\theta} = v_0, \\ \dot{\beta} = v_2. \end{cases} \quad (3)$$

其中:*v<sub>1</sub>*为机器人的移动方向,*v<sub>0</sub>*、*v<sub>2</sub>*分别代表机器人与中心轮的旋转角速度.

系统(3)可以写成如下矩阵形式:

$$\dot{q} = S(q)v(t). \quad (4)$$

其中:*v*(*t*) = [*v<sub>0</sub>*, *v<sub>1</sub>*, *v<sub>2</sub>*]<sup>T</sup>, *q* = (*x*, *y*, *θ*, *β*)<sup>T</sup>,且

$$S(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta + \beta) & 0 \\ 0 & \cos(\theta + \beta) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据Euler-Lagrange公式,非完整移动机器人的不确定动力学模型为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \tau_d = B(q)\tau + A^T(q)\lambda. \quad (6)$$

其中:*M*(*q*) ∈ *R*<sup>3×3</sup>为正定对称惯性矩阵,*λ*为约束力的Lagrange乘子,*C*(*q*, *q̇*) ∈ *R*<sup>3×3</sup>为中心力和哥氏力矩阵,*B*(*q*) ∈ *R*<sup>3×3</sup>为列满秩输入变换矩阵,*τ<sub>d</sub>* ∈ *R*<sup>3</sup>表示有界的未知扰动和未建模动态,*τ* ∈ *R*<sup>3</sup>表示应用在中心方向轮和离心方向轮的力矩.

对式(4)两边同时微分并代入式(6),同时左乘*S<sup>T</sup>*(*q*),得

$$M_1(q)\dot{v} + C_1(q, \dot{q})v + \bar{\tau}_d = B_1(q)\tau. \quad (7)$$

在动力学系统(7)中,*λ*可以被估测,且

$$\begin{aligned} M_1(q) &= S^T(q)M(q)S(q), \\ \bar{\tau}_d &= S^T(q)\tau_d, \quad B_1(q) = S^T(q)B(q), \\ C_1(q, \dot{q}) &= S^T(q)(M(q)\dot{S}(q) + C(q)S(q)). \end{aligned}$$

假设1  $\|\cdot\|$ 为欧几里德范数,  $\|\bar{\tau}_d\|$ 为有界标量, 存在已知常数  $d_B$ , 使得  $\|\bar{\tau}_d\| \leq d_B$ .

### 2 基于视觉伺服的不确定跟踪误差模型

通常,  $(x, y)$  可以通过仪器(超声波传感器、红外传感器等)测量获得. 但是, 对于复杂的环境, 其状态的精确测量很难实现. 因此, 本文将利用视觉伺服来解决这一问题.

图1中的摄像机用来测量机器人质心  $P$  在  $X$ - $Y$  平面上的坐标  $(x, y)$ , 其像  $(x_m, y_m)$  可以通过式(1)获得. 通过式(1)和(3)得到基于视觉伺服的移动机器人的运动学模型

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v_1\alpha_1 \sin(\theta + \beta - \theta_0) \\ v_1\alpha_2 \cos(\theta + \beta - \theta_0) \\ v_0 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

根据式(1), 惯性坐标系到图像坐标系的状态变换为

$$q_m = Fq + H. \quad (9)$$

其中:  $q_m = (x_m, y_m, \theta, \beta)^T$ ;  $F$  和  $H$  是常数矩阵, 且

$$F = \begin{bmatrix} \alpha_1 \cos \theta_0 & \alpha_1 \sin \theta_0 & 0 & 0 \\ -\alpha_2 \sin \theta_0 & \alpha_2 \cos \theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} -c_x\alpha_1 \cos \theta_0 - c_y\alpha_1 \sin \theta_0 + O_{c1} \\ c_x\alpha_2 \sin \theta_0 - c_y\alpha_2 \cos \theta_0 + O_{c2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

由变换(9), 动力学模型(7)可转化为

$$M_2(q_m)\dot{v} + C_2(q_m, \dot{q}_m)v + \bar{\tau}_d = B_2(q_m)\tau. \quad (10)$$

其中

$$M_2(q_m) = M_1(q)|_{q=F^{-1}(q_m-H)},$$

$$C_2(q_m, \dot{q}_m) = C_1(q, \dot{q})|_{q=F^{-1}(q_m-H)},$$

$$B_2(q_m) = B_1(q)|_{q=F^{-1}(q_m-H)}.$$

对式(8)进行如下状态和输入变换:

$$\begin{cases} x_0 = \theta, \\ x_1 = x_m \cos \theta + y_m \sin \theta, \\ x_2 = -x_m \sin \theta + y_m \cos \theta, \\ x_3 = \tan \beta - x_m \cos \theta - y_m \sin \theta; \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u_0 = v_0, \\ u_1 = v_1 \cos \beta, \\ u_2 = v_2 \sec^2 \beta - x_2 v_0. \end{cases} \quad (12)$$

可得到不确定链式系统

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0 + (x_1 + x_3)u_1 \iota_1 + u_1 \iota_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 u_0 + (x_1 + x_3)u_1 \iota_3 + u_1 \iota_4, \\ \dot{x}_3 = u_2 - (x_1 + x_3)u_1 \iota_1 - u_1 \iota_2. \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $x_0, x_1, x_2, x_3$  为新的状态变量;  $u_0, u_1, u_2$  为新的控制输入; 且

$$\begin{aligned} \iota_1 &= -\alpha_1 \cos \theta_0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \sin(x_0 - \theta_0) \sin x_0, \\ \iota_2 &= \alpha_1 \sin \theta_0 - (\alpha_1 - \alpha_2) \cos(x_0 - \theta_0) \sin x_0, \\ \iota_3 &= \alpha_1 \sin \theta_0 + (\alpha_1 - \alpha_2) \sin(x_0 - \theta_0) \cos x_0, \\ \iota_4 &= \alpha_1 \cos \theta_0 - (\alpha_1 - \alpha_2) \cos(x_0 - \theta_0) \cos x_0. \end{aligned}$$

在系统(13)中, 因摄像机的参数未校准, 故有未知参数  $\theta_0, \alpha_1$  和  $\alpha_2$  存在.

根据状态和输入变换(11)和(12), 动力学模型(10)相应地变为

$$M_3(h)\dot{u} + C_3(h, \dot{h})u + \bar{\tau}_d = B_3(h)\tau. \quad (14)$$

其中

$$M_3(h) = Q^T M_2(q_m)Q|_{q_m=T^{-1}h},$$

$$C_3(h, \dot{h}) = Q^T (C_2(q_m, \dot{q}_m)Q + M_2(q_m)\dot{Q})|_{q_m=T^{-1}h},$$

$$B_3(h) = Q^T B_2(q_m)|_{q_m=T^{-1}h},$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & 0 & \tan \beta / \beta \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sec \beta & 0 \\ x_2 \cos^2 \beta & 0 & \cos^2 \beta \end{bmatrix}.$$

为了方便控制器设计, 系统(14)有以下几个重要的性质:

- 性质1<sup>[10]</sup>  $M_3(h)$  为正定对称矩阵;
- 性质2<sup>[10]</sup>  $\dot{M}_3 - 2C_3$  为反对称矩阵;
- 性质3<sup>[10]</sup> 对于任意可微向量  $\xi$ , 存在未知的惯性参数向量  $\phi$  和已知的  $h, \dot{h}, \dot{\xi}$ , 使得

$$M_3(h)\dot{\xi} + C_3(h, \dot{h})\xi = Y(h, \dot{h}, \dot{\xi})\phi. \quad (15)$$

### 3 自适应控制器设计

本节采用动态反馈、Backstepping技巧与自适应控制相结合, 设计一个动态反馈自适应跟踪控制器来证明闭环误差系统的稳定性.

如果  $\theta_0 \neq 0, \alpha_1, \alpha_2$  未知, 则可通过以下输入变换为  $\theta_0 = 0$ :

$$\begin{cases} x_0 = \theta, \\ x_1 = x_m \cos(\theta - \theta_0) + y_m \sin(\theta - \theta_0), \\ x_2 = -x_m \sin(\theta - \theta_0) + y_m \cos(\theta - \theta_0), \\ x_3 = \tan \beta - x_m \cos(\theta - \theta_0) - y_m \sin(\theta - \theta_0); \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} u_0 = v_0, \\ u_1 = v_1 \cos \beta, \\ u_2 = v_2 \sec^2 \beta - x_2 v_0. \end{cases} \quad (17)$$

可以得到不确定链式系统

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0 + (x_1 + x_3) u_1 \chi_1 + u_1 \chi_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 u_0 + (x_1 + x_3) u_1 \chi_3 + u_1 \chi_4, \\ \dot{x}_3 = u_2 - (x_1 + x_3) u_1 \chi_1 - u_1 \chi_2. \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $x_0, x_1, x_2, x_3$  为新的状态变量;  $u_0, u_1, u_2$  为新的控制输入; 且

$$\begin{aligned} \chi_1 &= -\alpha_1 + (\alpha_1 - \alpha_2) \sin^2(x_0 - \theta_0), \\ \chi_2 &= (\alpha_2 - \alpha_1) \cos(x_0 - \theta_0) \sin(x_0 - \theta_0), \\ \chi_3 &= (\alpha_1 - \alpha_2) \sin(x - x_0) \cos(x - x_0), \\ \chi_4 &= \alpha_1 - (\alpha_1 - \alpha_2) \cos^2(x_0 - \theta_0). \end{aligned}$$

因此, 只需要对系统(18)进行讨论.

**假设 2**  $\theta_0 = 0, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  未知, 存在正常数  $\underline{\alpha}$  和  $\bar{\alpha}$  使得  $\underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}$ .

**注 1**  $\theta_0 = 0$  意味着  $j$  轴与  $X$  轴一致.  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  意味着  $i_1$  轴与  $j_1$  轴伸缩比一致, 且以上假设可以实现. 一般地, 摄像机焦距、伸缩因子等标量因素的上下界是可以预先估计的.

根据假设(2), 系统(16)可以写成

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0 - \alpha(x_1 + x_3) u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 u_0 + \alpha u_1, \\ \dot{x}_3 = u_2 + \alpha(x_1 + x_3) u_1. \end{cases} \quad (19)$$

设期望轨迹  $q_d(t) = (x_{0d}(t), x_{1d}(t), x_{2d}(t), x_{3d}(t))$ ,

则有

$$\begin{cases} \dot{x}_{0d} = u_{0d}, \\ \dot{x}_{1d} = x_{2d} u_{0d} - \alpha(x_{1d} + x_{3d}) u_{1d}, \\ \dot{x}_{2d} = -x_{1d} u_{0d} + \alpha u_{1d}, \\ \dot{x}_{3d} = u_{2d} + \alpha(x_{1d} + x_{3d}) u_{1d}. \end{cases} \quad (20)$$

**假设 3**  $u_{0d}, u_{1d}, u_{2d}$  以及它们的导数都是有界的.

**假设 4**  $x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}$  有界.

由式(19)和(20), 得到如下运动学跟踪误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = u_0 - u_{0d}, \\ \dot{e}_1 = -\alpha x_1(u_1 - u_{1d}) - \alpha x_3(u_1 - u_{1d}) + \\ \quad x_2(u_0 - u_{0d}) - \alpha e_1 u_{1d} - \alpha e_3 u_{1d} + e_2 u_{0d}, \\ \dot{e}_2 = \alpha(u_1 - u_{1d}) - x_1(u_0 - u_{0d}) - e_1 u_{0d}, \\ \dot{e}_3 = \alpha x_1(u_1 - u_{1d}) + \alpha x_3(u_1 - u_{1d}) + \\ \quad (u_2 - u_{2d}) + \alpha e_1 u_{1d} + \alpha e_3 u_{1d}. \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $e_i = x_i - x_{id}; i = 0, 1, 2, 3$ .

考虑以下子系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -\alpha x_1(u_1 - u_{1d}) - \alpha x_3(u_1 - u_{1d}) + \\ \quad x_2(u_0 - u_{0d}) - \alpha e_1 u_{1d} - \alpha e_3 u_{1d} + e_2 u_{0d}, \\ \dot{e}_2 = \alpha(u_1 - u_{1d}) - x_1(u_0 - u_{0d}) - e_1 u_{0d}. \end{cases} \quad (22)$$

选择候选的 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2). \quad (23)$$

两边微分并定义新的变量  $p_0 = u_0 - u_{0d}, p_1 = u_1 - u_{1d}$ , 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1(-\alpha x_1 p_1 - \alpha x_3 p_1 + x_2 p_0 - \alpha e_1 u_{1d} - \\ &\quad \alpha e_3 u_{1d} + e_2 u_{0d}) + e_2(\alpha p_1 - x_1 p_0 - e_1 u_{0d}) = \\ &\quad -\alpha e_1^2 u_{1d} - \alpha e_3 e_1 u_{1d} + (x_2 e_1 - x_1 e_2) p_0 + \\ &\quad (-\alpha x_1 e_1 - \alpha x_3 e_1 + \alpha e_2) p_1. \end{aligned} \quad (24)$$

定义新的变量  $e_{3d}$  和  $\xi_3$  分别为

$$e_{3d} = k_2 u_{1d} e_1 - e_1, \quad (25)$$

$$\xi_3 = e_3 - e_{3d}, \quad (26)$$

其中  $k_2$  是正增益. 则式(24)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -k_2 \alpha u_{1d}^2 e_1^2 - \alpha \xi_3 u_{1d} e_1 + (x_2 e_1 - x_1 e_2) p_0 + \\ &\quad (-\alpha x_1 e_1 - \alpha x_3 e_1 + \alpha e_2) p_1. \end{aligned} \quad (27)$$

对系统(21), 选择以下候选的 Lyapunov 函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}(\xi_3^2 + p_0^2 + p_1^2 + e_0^2). \quad (28)$$

根据式(24), 对  $V_2$  求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \\ &\quad -k_2 \alpha u_{1d}^2 e_1^2 - \alpha \xi_3 u_{1d} e_1 + (x_2 e_1 - x_1 e_2) p_0 + \\ &\quad (-\alpha x_1 e_1 - \alpha x_3 e_1 + \alpha e_2) p_1 + p_0 \dot{p}_0 + p_1 \dot{p}_1 + \\ &\quad e_0 \dot{p}_0 + \xi_3(u_2 - u_{2d} + \alpha x_1 p_1 + \alpha x_3 p_1 + \alpha e_1 u_{1d} + \\ &\quad \alpha e_3 u_{1d} + (1 - k_2 u_{1d})(-\alpha x_1 p_1 - \alpha x_3 p_1 + \\ &\quad x_2 p_0 - \alpha e_1 u_{1d} - \alpha e_3 u_{1d} + e_2 u_{0d}) - k_2 u_{1d} e_1. \end{aligned} \quad (29)$$

选择如下动态反馈控制律:

$$\begin{cases} u_r = [u_{0r}, u_{1r}, u_{2r}]^T, \\ u_{0r} = u_{0d} + p_0, \\ u_{1r} = u_{1d} + p_1, \\ u_{2r} = -k_3\xi_3 + u_{2d} - \hat{\alpha}e_3u_{1d} + \\ \quad \hat{\alpha}(1 - k_2u_{1d})e_1u_{1d} + \\ \quad \hat{\alpha}(1 - k_2u_{1d})e_3u_{1d} - \\ \quad (1 - k_2u_{1d})e_2u_{0d} + k_2\dot{u}_{1d}e_1; \\ \dot{p}_0 = -k_4p_0 - e_1x_2 + e_2x_1 - e_0 - \\ \quad \xi_3x_2(1 - k_2u_{1d}), \\ \dot{p}_1 = -k_5p_1 + \hat{\alpha}e_1x_1 + \hat{\alpha}e_1x_3 - \\ \quad \hat{\alpha}e_2 - \xi_3\hat{\alpha}x_1 - \xi_3\hat{\alpha}x_3 + \\ \quad (1 - k_2u_{1d})\xi_3\hat{\alpha}x_1 + (1 - k_2u_{1d})\xi_3\hat{\alpha}x_3. \end{cases} \quad (30)$$

其中:  $\hat{\alpha}$  为  $\alpha$  的估计,  $\tilde{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}$ ,  $k_3, k_4$  表示正增益. 现定义

$$\eta = [\eta_0, \eta_1, \eta_2]^T = u - u_r, \quad (31)$$

其中  $u = (u_0, u_1, u_2)^T$ . 将式(30)、(31)代入(21), 得到关于  $e(t)$  的闭环误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = p_0 + \eta_0, \\ \dot{e}_1 = -\alpha x_1(p_1 + \eta_1) - \alpha x_3(p_1 + \eta_1) + \\ \quad x_2(p_0 + \eta_0) - \alpha e_1u_{1d} - \alpha e_3u_{1d} + e_2u_{0d}, \\ \dot{e}_2 = \alpha(p_1 + \eta_1) - x_1(p_0 + \eta_0) - e_1u_{0d}, \\ \dot{e}_3 = \alpha x_1(p_1 + \eta_1) + \alpha x_3(p_1 + \eta_1) + \\ \quad (\eta_2 + u_{2r} - u_{2d}) + \alpha e_1u_{1d} + \alpha e_3u_{1d}, \\ \dot{p}_0 = -k_4p_0 - e_1x_2 + e_2x_1 - e_0 - \xi_3x_2(1 - k_2u_{1d}), \\ \dot{p}_1 = -k_5p_1 + \hat{\alpha}e_1x_1 + \hat{\alpha}e_1x_3 - \\ \quad \hat{\alpha}e_2 - \xi_3\hat{\alpha}x_1 - \xi_3\hat{\alpha}x_3 + \\ \quad (1 - k_2u_{1d})\xi_3\hat{\alpha}x_1 + (1 - k_2u_{1d})\xi_3\hat{\alpha}x_3. \end{cases} \quad (32)$$

把式(32)代入(29), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_2\alpha u_{1d}^2 e_1^2 - k_3\xi_3^2 - k_4p_0^2 - k_5p_1^2 + \\ & \tilde{\alpha}(-\xi_3u_{1d}e_1 + (-x_1e_1 - x_3e_1 + e_2)p_1 + \\ & \xi_3k_2u_{1d}(x_1p_1 + x_3p_1 + e_1u_{1d} + e_3u_{1d})) + \\ & e_0\eta_0 + \xi_3\eta_2 + \alpha\xi_3k_2u_{1d}x_1\eta_1 + \\ & \alpha\xi_3k_2u_{1d}x_3\eta_1 + \xi_3(1 - k_2u_{1d})x_2\eta_0. \end{aligned} \quad (33)$$

对式(31)两边同时微分并左乘  $M_3$ , 得

$$M_3(h)\dot{\eta} = -Y_c\phi - C_3(h, \dot{h})\eta + B_3(h)\tau. \quad (34)$$

其中  $Y_c\phi$  定义如下:

$$Y_c\phi = M_3(h)\dot{u}_r + C_3(h, \dot{h})u_r - \bar{\tau}_d. \quad (35)$$

这里  $Y_c\phi \in R^3$  为已知的期望回归矩阵,  $\phi$  的定义见式(15).

设计力矩控制输入  $\tau$ , 取候选的 Lyapunov 函数

$$V = V_2 + \frac{1}{2}(\eta^T M_3\eta + \tilde{\phi}^T \Gamma_1^{-1}\tilde{\phi} + \Gamma_2^{-1}\tilde{\alpha}^2). \quad (36)$$

其中:  $\Gamma_1, \Gamma_2$  为正定增益矩阵,  $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$ ,  $\hat{\phi}$  为  $\phi$  的估计值.

$V$  的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_2\alpha u_{1d}^2 e_1^2 - k_3\xi_3^2 - k_4p_0^2 - k_5p_1^2 + \\ & \tilde{\alpha}(-\xi_3u_{1d}e_1 + (-x_1e_1 - x_3e_1 + e_2)p_1 + \\ & \xi_3k_2u_{1d}(x_1p_1 + x_3p_1 + e_1u_{1d} + e_3u_{1d})) + \\ & e_0\eta_0 + \xi_3\eta_2 + \alpha\xi_3k_2u_{1d}x_1\eta_1 + \\ & \alpha\xi_3k_2u_{1d}x_3\eta_1 + \xi_3(1 - k_2u_{1d})x_2\eta_0 + \\ & \eta^T(-Y_c\phi - C_3\eta + B_3\tau + \dot{M}_3\eta) + \\ & \tilde{\phi}^T \tau_1^{-1}\dot{\tilde{\phi}} + \tau_2^{-1}\tilde{\alpha}\dot{\tilde{\alpha}}. \end{aligned} \quad (37)$$

设计力矩输入  $\tau$  如下:

$$\tau = B_3^{-1}\bar{\tau}, \quad (38)$$

其中  $\bar{\tau} \in R^3$  为辅助控制信号, 定义为

$$\bar{\tau} = Y_c\hat{\phi} - K_d\eta - \begin{bmatrix} e_0 + \xi_3(1 - k_2u_{1d})x_2 \\ \hat{\alpha}\xi_3k_2u_{1d}x_3 + \hat{\alpha}\xi_3k_2u_{1d}x_1 \\ \xi_3 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

这里  $K_d$  为正定增益矩阵. 参数估计值的自适应更新律为

$$\dot{\hat{\phi}} = -\Gamma_1 Y_c^T \eta, \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}} = & \Gamma_2(-\xi_3u_{1d}e_1 + (-x_1e_1 - x_3e_1 + e_2)p_1 + \\ & \xi_3k_2u_{1d}(x_1(p_1 + \eta_1) + \\ & x_3(p_1 + \eta_1)e_1u_{1d} + e_3u_{1d})). \end{aligned} \quad (41)$$

将式(38)~(41)代入(37), 得

$$\dot{V} = -k_2\alpha u_{1d}^2 e_1^2 - k_3\xi_3^2 - k_4p_0^2 - k_5p_1^2 - \eta^T K_d \eta. \quad (42)$$

下面利用引理1来证明本文的主要定理.

**引理1** 如果连续函数  $f(t)$  和  $g(t)$  有界,  $\varepsilon$  为比较小的常数, 有

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \inf_{\sigma \in [t, +\infty)} |f(\sigma)| = \varepsilon, \quad (43)$$

且  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)g(t) = 0$ , 则  $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 0$ .

**定理1** 基于假设1~假设4, 如果

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \inf_{\sigma \in [t, +\infty)} |u_{0d}(\sigma)| = \varepsilon,$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \inf_{\sigma \in [t, +\infty)} |u_{1d}(\sigma)| = \varepsilon,$$

则动态反馈控制率 (30) 和力矩控制输入 (38)~(41) 可以使  $p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2, \xi_3$  以及系统 (21) 中的误差信号  $e_0, e_1, e_2, e_3$  收敛到零。

**证明** 只需要证明当  $t$  趋于无穷时,  $e_0$  以及  $e_1, e_2, e_3, \xi_3, p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2$  渐近收敛到零。根据式 (36) 和 (42), 函数  $V(t)$  非增且有非负极限  $V_{\lim} \geq 0$ , 因此,  $e_0, e_1, e_2, \xi_3, p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2$  均有界, 从而  $e_3$  有界。在假设 4 下,  $x_1, x_2, x_3$  均有界。根据式 (21)、(30)、(41) 以及假设 3, 有  $\dot{e}_0, \dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3, \dot{\xi}_3, \dot{p}_0, \dot{p}_1, \dot{\alpha}, \dot{\eta}_0, \dot{\eta}_1, \dot{\eta}_2$  均有界, 因此  $\dot{V}$  有界,  $\dot{V}$  一致连续。由 Barbalat 引理知,  $\dot{V}$  收敛到零, 因此可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_{1d} e_1, \xi_3, p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2 = 0. \quad (44)$$

根据  $u_{1d}$  的假设和引理 1, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1, \xi_3, p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2 = 0. \quad (45)$$

由式 (25)、(26)、(45) 知  $e_3$  收敛到零。根据  $e_1, e_2$  以及  $e_3, x_1, x_2, x_3, u_{0d}, u_{1d}, p_0, p_1$  有界性, 可以证明  $\dot{e}_1$  有界, 从而  $\dot{e}_1$  一致连续。根据 Barbalat 引理, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_1 = 0.$$

根据式 (32) 的第 2 个式子, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_2 u_{0d} = 0.$$

根据  $u_{0d}$  的假设和引理 1, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_2 = 0.$$

对式 (32) 的第 1 个式子运用 Barbalat 引理, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_0 = 0.$$

综上所述, 证得  $e_0, e_1, e_2, e_3, \xi_3, p_0, p_1, \eta_0, \eta_1, \eta_2$  收敛到零。□

### 4 仿真实例

对于 (2,1) 型非完整移动机器人系统, 式 (7) 中的动力学参数如下:

$$M_1(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & I_c \end{bmatrix}, \quad C_1(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1(q) = \begin{bmatrix} (2L+d)\sin\beta & -2L/r & 0 \\ -d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

其中:  $d$  为机器人的宽度,  $r$  为轮子半径,  $m$  为机器人的质量,  $I_\varphi$  为离心轮转动的惯性力矩,  $I_c$  为中心轮转动的惯性力矩。

经变换可得

$$M_3(h) = \begin{bmatrix} m + x_2^2 \cos^4 \beta I_c & 0 & x_2 \cos^4 \beta I_c \\ 0 & \sec^2 \beta I_\varphi & 0 \\ x_2 \cos^4 \beta I_c & 0 & \cos^4 \beta I_c \end{bmatrix},$$

$$B_3(h) = \begin{bmatrix} (2L+d)\sin\beta & -2L/r & x_2 \cos^2 \beta \\ -d \sec \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 \beta \end{bmatrix},$$

$$C_3(h, \dot{h}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}.$$

其中

$$c_{11} = x_2 \dot{x}_2 \cos^4 \beta I_c - x_2^2 \cos^2 \beta \sin(2\beta) \dot{\beta} I_c,$$

$$c_{13} = -x_2 \cos^2 \beta \sin(2\beta) \dot{\beta} I_c,$$

$$c_{22} = \sec^2 \beta \tan \beta \dot{\beta} I_\varphi,$$

$$c_{31} = \dot{x}_2 \cos^4 \beta I_c - x_2 \cos^2 \beta \sin(2\beta) \dot{\beta} I_c,$$

$$c_{33} = -\cos^2 \beta \sin(2\beta) \dot{\beta} I_c,$$

$$c_{12} = 0, c_{21} = 0, c_{23} = 0, c_{32} = 0,$$

$$\beta = \arctan \frac{x_1 + x_3}{L}.$$

机器人回归矩阵  $Y_c$  和惯性参数向量  $\phi$  选择如下:

$$Y_c = \begin{bmatrix} u_{0r} & 0 & x_2 \vartheta - x_2 \varrho \\ 0 & \sec^2 \beta (u_{1r} + \tan \beta \dot{\beta} u_{1r}) & 0 \\ 0 & 0 & \vartheta - \varrho \end{bmatrix}.$$

其中

$$\vartheta = \cos^4 \beta (x_2 u_{0r} + u_{2r} + \dot{x}_2 u_{0r}),$$

$$\varrho = \sin(2\beta) \cos^2 \beta \dot{\beta} (x_2 u_{0r} + u_{2r}),$$

$$\phi = [m, I_\varphi, I_c]^T.$$

对式 (38)~(41) 定义的控制率及相应的闭环系统进行仿真。选择  $\alpha = 1, \bar{\alpha} = 3, \alpha = 2, I_\varphi = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_c = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, L = 1 \text{ m}$ 。令期望速度  $u_{0d} = 1 \text{ m/s}, u_{1d} = 0.1 \text{ rad/s}, u_{2d} = 0 \text{ rad/s}$ 。期望轨迹为  $[-0.3, 0.2, -0.8, -0.1]$ 。控制器参数取为  $k_2 = 5, k_3 = 10, k_4 = 100, k_5 = 2000, K_d = \text{diag}(10, 10)$ 。控制增益  $\Gamma_1 = \text{diag}(1, 1), \Gamma_2 = 5$ 。仿真结果如图 2~图 5 所

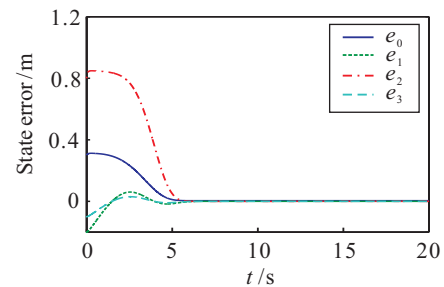


图 2 跟踪误差  $e_0, e_1, e_2$  和  $e_3$  的响应曲线

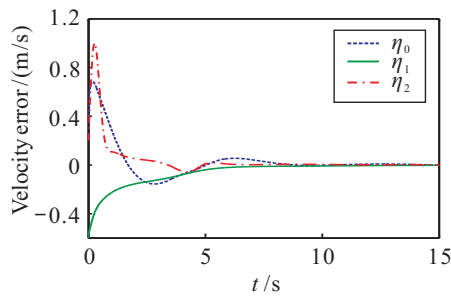


图3 速度误差 $\eta_0$ 、 $\eta_1$ 和 $\eta_2$ 的响应曲线

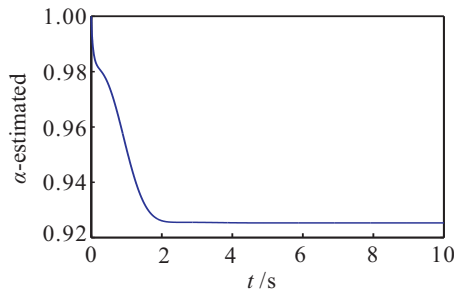


图4 估计参数 $\hat{\alpha}$ 的响应曲线

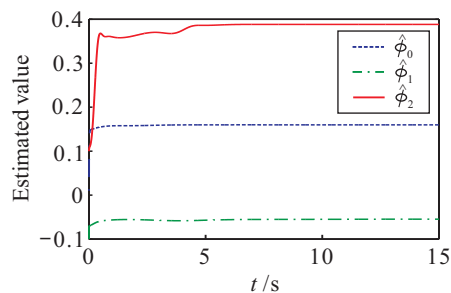


图5 估计参数 $\hat{\phi}_0$ 、 $\hat{\phi}_1$ 和 $\hat{\phi}_2$ 的响应曲线

示. 从图2和图3可以看出,跟踪误差 $e_0$ 、 $e_1$ 、 $e_2$ 、 $e_3$ 和速度误差 $\eta_0$ 、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 渐近收敛到零. 从图4和图5可以看出估计参数 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\phi}_0$ 、 $\hat{\phi}_1$ 、 $\hat{\phi}_2$ 的有界性. 仿真结果表明了控制器的有效性.

## 5 结论

针对具有未标定摄像机参数的(2,1)型不确定非完整移动机器人的轨迹跟踪问题,在质心与几何中心重合的情况下,利用针孔摄像机模型,本文提出了一种基于视觉伺服的运动学跟踪误差模型. 基于该模型,将动态反馈、Back-stepping技巧与自适应控制相结合,设计了一个区别于文献[11]含有两个动态反馈的自适应跟踪控制器. 控制输入可以确保系统误差渐近收敛到零,实现了动力学系统的全局渐近轨迹跟踪,并通过李亚普诺夫方法严格证明了闭环系统的稳定性和估计参数的有界性. 最后,利用Matlab仿真验证了控制器的有效性. 本文讨论了 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 未知、 $\theta_0$ 已知情形下的轨迹跟踪问题,对于 $\theta_0$ 、 $\alpha_1 \neq \alpha_2$ 均未知的动力学跟踪控制问题,将在后续工作中进行研究.

## 参考文献(References)

- [1] Wang C L, Mei Y C, Liao Q W. Robust regulation of nonholonomic mobile robots with visual servoing[C]. Proc of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Weica: IEEE, 2008: 2153-2158.
- [2] Liu Y H, Wang H S, Wang C Y, et al. Uncalibrated visual servoing of robots using a depth-independent interaction matrix[J]. IEEE Trans on Robotics, 2006, 22(4): 804-817.
- [3] Wang H, Liu Y H, Chen W. Uncalibrated visual tracking control without visual velocity[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 18(6): 1359-1370.
- [4] Mackunis W, Gans N, Parikh A, et al. Unified tracking and regulation visual servo control for wheeled mobile robots[J]. Asian J of Control, 2014, 16(3): 669-678.
- [5] Jiang Z P, Nijmeijer H. A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(2): 265-279.
- [6] Liang X W, Wang H S, Chen W D, et al. Adaptive image-based trajectory tracking control of wheeled mobile robots with an uncalibrated fixed camera[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2015, 23(6): 2266-2282.
- [7] Wu Y X, Hu Y M. Robust stabilization of uncertain nonholonomic mobile robots manipulators[J]. Control and Decision, 2006, 21(11): 1289-1292.
- [8] Dong W J, Huo W. Robust stabilization of uncertain dynamic nonholonomic systems[J]. Control Theory & Applications, 1999, 16(5): 708-710.
- [9] Dixon W E, Dawson D M, Zergeroglu E, et al. Adaptive tracking control of a wheeled mobile robot via an uncalibrated camera system[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2001, 31(3): 341-352.
- [10] Campion G, Bastin G B D. Structural properties and classification on kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots[J]. Centre Automatique Et Systèmes, 2011, 12(1): 733-769.
- [11] Yang F, Wang C L. Adaptive tracking control for dynamic nonholonomic mobile robots with uncalibrated camera parameters[C]. Proc of the 8th Asian Control Conf. Kaohsiung, 2011: 269-274.

## 作者简介

梁振英(1964-),女,副教授,博士,从事非完整轮式移动机器人的路径规划、轨迹跟踪、鲁棒镇定、自适应控制和基于摄像机的视觉伺服控制等研究, E-mail: lzhengying@sdut.edu.cn;

徐玉镜(1990-),女,硕士生,从事机器人非线性控制的研究, E-mail: xuyujing17@126.com;

董莉莉(1992-),女,硕士生,从事机器人非线性控制的研究, E-mail: 578105149@qq.com;

李彩虹(1970-),女,教授,博士,从事计算机应用技术、智能移动机器人控制技术、人工智能信息处理等研究, E-mail: lich@sdut.edu.cn.