

# 基于理想Bode传递函数的分数阶PID频域设计方法及其应用

聂卓贇<sup>1†</sup>, 朱海燕<sup>1</sup>, 刘建聪<sup>1</sup>, 刘瑞娟<sup>2</sup>, 郑义民<sup>1</sup>

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021; 2. 厦门理工学院 应用数学学院, 福建 厦门 361024)

**摘 要:** 基于理想Bode传递函数, 提出一种简便的分数阶PID控制器频域设计方法. 采用传递函数模型匹配与辨识方法, 将分数阶PID控制器5个参数的复杂设计问题转化为单个参数的一维搜索问题进行求解; 结合短记忆法实现分数阶PID控制器数字化. 该方法已成功应用于直流电机调速控制系统, 能够达到期望的响应性能, 具有强鲁棒性. 实验结果验证了所提出设计方法的有效性.

**关键词:** 分数阶PID; 理想Bode传递函数; 模型匹配与辨识; 直流电机

**中图分类号:** TP273      **文献标志码:** A

## Fractional order PID controller design in frequency domain based on ideal Bode transfer function and its application

NIE Zhuo-yun<sup>1†</sup>, ZHU Hai-yan<sup>1</sup>, LIU Jian-cong<sup>1</sup>, LIU Rui-juan<sup>2</sup>, ZHENG Yi-min<sup>1</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, National Huaqiao University, Xiamen 361021, China; 2. School of Applied Mathematics, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China)

**Abstract:** A simple fractional-order PID controller design method based on the ideal Bode transfer function is proposed in this paper. Model matching and identification are introduced, such that the design problem of the fractional-order PID controller, with five variables involved, is transformed into a simple one dimensional search problem. A short-memory method is used for the implementation of the fractional-order PID controller. The proposed design method is applied to the speed tuning of a DC motor with good performance and robustness. Experimental results are provided to illustrate the effectiveness and availability of the proposed method.

**Keywords:** fractional-order PID; ideal Bode transfer function; model matching and identification; DC motor

## 0 引 言

分数阶PID(FOPID)是常规整数阶PID控制器的推广,一方面保留了常规PID控制器的结构简单、鲁棒性强的特点;另一方面增加了两个可调参数,使得系统的控制性能可以进一步提高<sup>[1-5]</sup>. 由于FOPID控制器参数以非线性的方式出现,常规PID控制器的整定方法难以直接应用.

针对FOPID控制器的参数整定和优化问题,文献[6]提出了一类基于相位裕度、增益不变性和增益截止频率指标的参数整定方法;文献[7]利用参数空间法研究分数阶PI<sup>λ</sup>控制器实现时滞系统的闭环极点配置,从极点配置的角度揭示了分数阶控制器的优越性;文献[8]在FOPID控制下,考虑设定输入的跟踪控制和扰动抑制问题,并采用优化方法计算控制器参数;文献[9]在相位裕度、幅值裕度的基础上增加了

灵敏度函数和补灵敏度函数等约束条件求解FOPID控制器. 上述方法都是在常规PID控制算法基础上进行的改进,但都存在着较为复杂的公式推导和优化计算,难以在实际应用中推广.

文献[10]分析了一种理想Bode传递函数,并用于设计PID控制器. 在此基础上,文献[11]提出了基于理想Bode传递函数的FOPID控制器设计方法,使得闭环系统对增益的变化具有很强的鲁棒性,并采用ITAE指标寻优求解控制器参数. 考虑到FOPID控制器参数较多,且ITAE指标缺乏解析表达式,这类方法的计算过程较为复杂. 针对这个问题,本文提出一种简便的FOPID控制器频域设计方法. 该方法以理想Bode传递函数为目标,推导FOPID控制下的理想对象模型,通过传递函数匹配和辨识方法确定控制器参数. 与文献[11-13]比较,模型匹配能够更加直接

收稿日期: 2018-02-08; 修回日期: 2018-07-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61403149); 福建省自然科学基金项目(2015J01261, 2016J05165); 华侨大学资助项目(ZQN-PY408, Z14Y0002).

责任编辑: 段志生.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: yezhuyun2004@sina.com.

实现理想传递函数,还能将多个参数( $k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu$ )的优化问题转化为单个参数( $\mu$ )的一维搜索问题,从而大大降低控制器设计难度. 进一步,本文还致力于FOPID控制器的实际应用研究,通过短记忆法,将FOPID控制器应用于直流电机调速控制,实验结果验证了所提出方法的有效性.

### 1 分数阶微积分与分数阶PID控制

在分数阶微积分理论发展过程中,Grünwald-Letnikov(G-L)是最广泛应用的定义之一. 针对输入信号,G-L分数阶微积分定义<sup>[14]</sup>为

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} \omega_j^{(\alpha)} f(t-jh). \quad (1)$$

其中: $t, a$ 为算子的积分上、下界; $\alpha$ 为微积分的阶次; $h$ 为步长; $[(t-a)/h]$ 是取整运算,代表在时间 $[a, t]$ 内采样点的个数; $\omega_j^{(\alpha)} = (-1)^j \begin{bmatrix} \alpha \\ j \end{bmatrix}$ 为多项式系数.

引入Gamma函数 $\Gamma(\cdot)$ ,有

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ j \end{bmatrix} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{j! \Gamma(\alpha-j+1)} = \frac{\alpha!}{j!(\alpha-j)!}. \quad (2)$$

本文采用FOPID控制器的表达式

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad 0 < \lambda, \mu < 2. \quad (3)$$

其中: $k_p, k_i$ 和 $k_d$ 分别为比例、积分和微分增益; $\lambda$ 和 $\mu$ 为积分项和微分项的分数阶次. 针对 $G_p(s)$ ,FOPID控制器的单位反馈控制系统如图1所示. 其中: $r(t)$ 为设定输入, $y(t)$ 为系统输出, $e(t) = r(t) - y(t)$ 为跟踪误差, $u(t)$ 为控制输入.

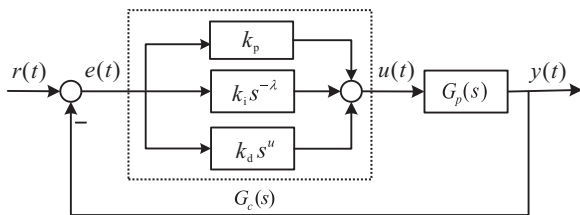


图1 分数阶PID单位反馈控制系统

### 2 控制器设计

#### 2.1 理想Bode传递函数

文献[10]讨论了一类理想Bode传递函数

$$H(s) = \frac{\omega_c^\alpha}{s^\alpha}. \quad (4)$$

其中: $\alpha \in (1, 2)$ , $\omega_c$ 为截止频率. $H(s)$ 具有对增益变化不敏感的理想特性. 由 $H(s)$ 构成的闭环系统性能指标与 $\omega_c$ 和 $\alpha$ 之间的关系为

$$\sigma\% \approx 0.8(\alpha-1)(\alpha-0.75), \quad 1 < \alpha < 2; \quad (5)$$

$$T_p \approx \frac{1.106(\alpha-0.255)^2}{(\alpha-0.921)\omega_c}, \quad 1 < \alpha < 2; \quad (6)$$

$$T_r \approx \frac{0.131(\alpha+1.157)^2}{(\alpha-0.724)\omega_c}, \quad 1 < \alpha < 2. \quad (7)$$

本文选取 $H(s)$ 作为FOPID控制系统的开环参考模型,模型参数由期望的闭环性能指标(5)~(7)选定.

#### 2.2 模型匹配与辨识

根据开环参考模型 $H(s)$ ,得到被控对象的理想模型为

$$\tilde{G}_p(s) = \frac{H(s)}{G_c(s)} = \frac{\omega_c^\alpha s^\lambda}{(k_p s^\lambda + k_i + k_d s^{\mu+\lambda}) s^\alpha}. \quad (8)$$

在实际系统中, $G_p(s)$ 可能存在高阶动态特性,此时 $\tilde{G}_p(s)$ 可认为是 $G_p(s)$ 的降阶模型. 本文拟采用频域辨识方法并对式(8)进行模型匹配,从而得到FOPID控制器参数. 对被控对象作如下假设:

- 1)  $G_p(s)$  稳定,且存在非零稳态值 $G_p(j0)$ ;
- 2)  $G_p(s)$  无时滞,使得 $G_p(s)G_c(s)$ 与式(4)无时滞保持一致.

在一定频率范围 $[0, \omega_x]$ 内,对模型(8)进行辨识,其中 $\omega_x$ 可选对象 $G_p(s)$ 的增益/相位穿越频率,且 $\omega_c \leq \omega_x$ . 模型匹配与辨识过程如下.

Step 1: 零频 $\omega = 0$ 模型匹配. 当且仅当 $\lambda \equiv \alpha$ 时, $\tilde{G}_p(s)$ 存在非零稳态. 故选取 $\lambda = \alpha$ ,式(8)表示为

$$\tilde{G}_p(s) = \frac{H(s)}{G_c(s)} = \frac{\omega_c^\alpha s^\lambda}{(k_p s^\lambda + k_i + k_d s^{\mu+\lambda}) s^\alpha}. \quad (9)$$

进一步,令 $\tilde{G}_p(j0) = G_p(j0)$ ,得到

$$k_i = \frac{\omega_c^\alpha}{G_p(j0)}. \quad (10)$$

Step 2:  $\omega = \omega_x$ 模型匹配. 考虑理想对象 $\omega = \omega_x$ 的频率响应,有

$$\tilde{G}_p(j\omega_x) = \frac{\omega_c^\alpha}{(k_p \omega_x^\alpha j^\alpha + k_i + k_d \omega_x^{\mu+\lambda} j^{\mu+\lambda})}, \quad (11)$$

其中 $t = \alpha + \mu$ . 利用欧拉公式处理式(11)中的 $j^\alpha$ 和 $j^t$ ,有

$$\begin{cases} j^t = a + jb, \\ j^\alpha = c + jd. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $a = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ , $b = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ , $c = \cos\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)$ 和 $d = \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha\right)$ .

设实际对象 $G_p(s)$ 在 $\omega = \omega_x$ 处的频率响应为

$$G_p(j\omega_x) = p + jq. \quad (13)$$

其中: $p = \text{Re}[G_p(j\omega_x)]$ , $q = \text{Im}[G_p(j\omega_x)]$ . 令 $\tilde{G}_p(j\omega_x) = G_p(j\omega_x)$ ,结合式(11)~(13),可得

$$\begin{cases} k_d(\mu) = -\frac{(dp+cq)\omega_x^\alpha k_p + k_i q}{(pb+qa)\omega_x^t}, \\ k_p(\mu) = \frac{bk_i(p^2+q^2) - (pb+qa)\omega_c^\alpha}{(da-cb)(p^2+q^2)\omega_x^\alpha}. \end{cases} \quad (14)$$

Step 3: 在 $(0, \omega_x)$ 范围内的模型优化匹配. 设定

频率步长  $\Delta\omega$ , 在  $(0, \omega_x)$  范围内取  $G_p(j\omega)$  的频率响应数据; 针对每个迭代的  $\mu$  值, 取式(9)中  $\tilde{G}_p(j\omega)$  的频率响应数据, 其中  $\alpha = \lambda, k_i$  满足式(10),  $k_d(\mu)$  和  $k_p(\mu)$  满足式(14)计算误差平方和, 建立频域响应误差指标

$$J = \sum_{\omega=0}^{\omega_x} |G_p(j\omega) - \tilde{G}_p(j\omega)|^2, \quad (15)$$

并在  $0 < \mu < 2$  内构建优化问题, 通过寻优使  $J$  最小以确定  $\mu$  值, 即

$$\min_{\mu} J = \sum_{\omega=0}^{\omega_x} |G_p(j\omega) - \tilde{G}_p(j\omega)|^2. \quad (16)$$

至此, FOPID 控制器参数的设计便转化为式(16)中  $\mu$  的一维搜索优化问题, 可以采用 Matlab 工具箱中的“fminsearch”函数实现求解。

**注1** 基于理想 Bode 传递函数的设计方法, 能使系统具有良好的稳定裕度, 其中增益裕度  $A_m \approx \infty$ , 相位裕度  $\phi_m \approx \pi - \alpha\pi/2$  [10];

**注2** 若系统不稳定, 则可先设计镇定控制器  $C_0$ , 构建具有内部反馈控制的等效对象  $G_p^*$ , 再采用本文方法设计 FOPID 控制器;

**注3** 该方法可直接用于整数阶 PID 控制器设计, 通过  $\omega = 0$  和  $\omega = \omega_x$  处的频率响应进行模型匹配, 即可求解 PID 控制器参数。

### 3 仿真实例

考虑文献[10]和文献[11]中的三阶控制对象

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^3}, \quad (17)$$

采用本文方法设计 FOPID 控制器。首先, 选取  $\omega_c = \omega_x = 1.74$  ( $\angle G_p(j\omega_x) = -\pi$ ), 使得闭环系统响应速度比开环系统略快。为了验证本文方法, 选取 3 个理想 Bode 模型, 即  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1.1$  和  $\alpha_3 = 1.2$ , 分别进行模型匹配与辨识, 最终得到 3 个 FOPID 控制器

$$G_{c_1} = 5.9592 + \frac{1.74}{s} + 5.0931s^{1.372}, \quad (18)$$

$$G_{c_2} = 6.8755 + \frac{1.8391}{s^{1.1}} + 4.9854s^{1.35}, \quad (19)$$

$$G_{c_3} = 8.0264 + \frac{1.9438}{s^{1.2}} + 4.8008s^{1.348}. \quad (20)$$

同时, 与整数阶 PID 控制器进行比较。采用 Matlab 控制系统工具箱(Control system toolbox9.7)设计一类鲁棒性与响应性能最优的 PID 控制器

$$G_{c_4} = 2.2242 + \frac{0.93321}{s} + 1.3252s. \quad (21)$$

图2给出了闭环系统的阶跃响应曲线。在相同  $\omega_c$  参数下, 系统的响应速度保持一致, 而超调量在不同  $\alpha$  阶次下有所不同。同时, 与理想闭环系统  $H(s)/[1+H(s)]$  的阶跃响应  $y^*(t)$  进行比较, 图2也给出了响应误差  $e^*(t) = y^*(t) - y(t)$  曲线, 设计的控制器都能使

系统较为准确地达到期望响应性能。

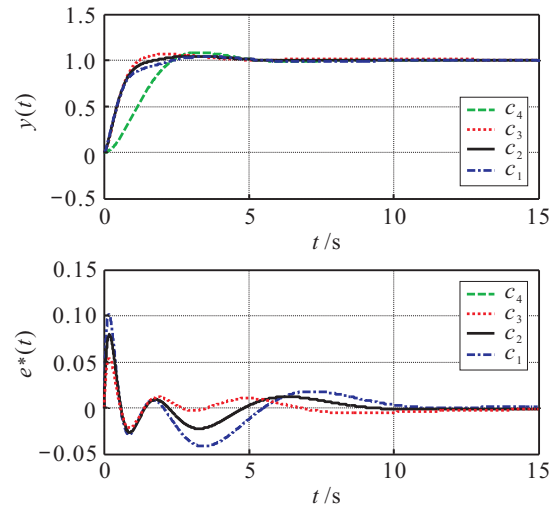


图2 阶跃响应及误差曲线

图3给出了  $G_p G_{c_1}$ 、 $G_p G_{c_2}$ 、 $G_p G_{c_3}$  和  $G_p G_{c_4}$  开环系统的 Bode 图, 系统的增益裕度都接近于无穷大, 相位裕度近似满足  $\phi_m \approx \pi - \alpha\pi/2$ , 与理想 Bode 传递函数是一致的。可以看到, 本文提出的频域设计方法能够很好地实现理想 Bode 传递函数的模型匹配。系统的阶跃响应和频率响应表明, 与整数阶 PID 控制器相比较, 本文方法能够更好地兼顾系统响应的快速性和稳定裕度。

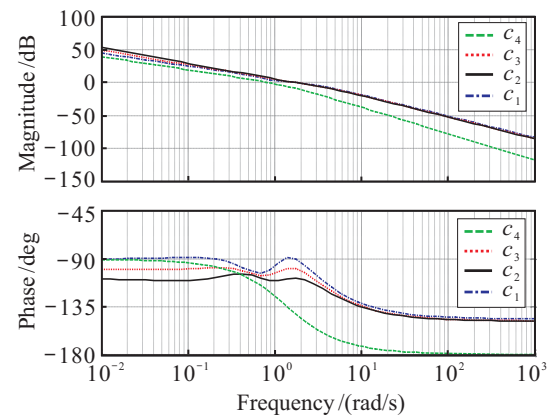


图3 Bode图

## 4 运动控制平台

### 4.1 实验平台

针对直流电机, 采用 FOPID 控制器进行调速控制实验。实验平台如图4所示, 包括直流电机、12 V 稳压直流电源、L298N 驱动器、Arduino Mega 2560 控制器和 Omron 测速编码器。通过在驱动器输入端引入可调电压, 作为电机的外部扰动, 用于测试电机调速控制性能。Arduino 控制器是一款便捷灵活的开源电子原型平台, 具备多种 IO 接口, 控制器通过 USB 串口连接上位机, 并在上位机 Arduino IDE 编程环境下, 实现 FOPID 控制器算法, 设置控制器参数。

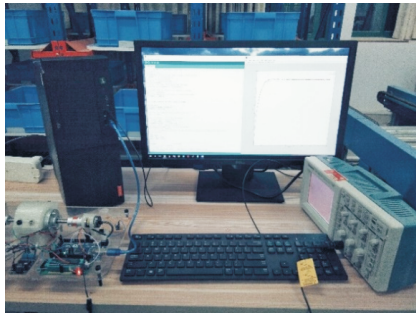


图4 电机调速控制实验平台

对实验系统进行阶跃响应测试,得到对象的整数阶传递函数模型

$$G_p(s) = \frac{112\ 553}{s^2 + 85.5s + 1\ 829} \quad (22)$$

式(22)作为电机系统的标称模型,用于提供系统设计所需的频率响应数据.

### 4.2 控制器实现

G-L定义的分数阶微积分,其本质在于对历史输入信号进行加权求和,可用于FOPID控制器的数字实现.控制器的时域输出表达式为

$$u(t) = k_p e(t) + k_i D_t^{-\lambda} e(t) + k_d D_t^\mu e(t). \quad (23)$$

对式(23)进行离散化处理,得到

$$u(k) = k_p e(k) + k_i h^\lambda \sum_{j=0}^k q_j e(k-j) + k_d h^{-\mu} \sum_{j=0}^k d_j^e(k-j), \quad (24)$$

其中 $q_j$ 和 $d_j$ 为距当前时刻第 $j$ 个采样点的积分和微分权值.

在实际应用中,受运算速度和字长等限制,需要对加权求和进行近似处理.短记忆法是一种通过选取合适步长和记忆长度来近似理想分数阶微积分的方法<sup>[15]</sup>.分数阶微积分的实现一般都是在整数阶的基础上进行“插值”.以阶次 $0 < \alpha < 1$ 的积分算子为例,应用短记忆法表示为

$${}_a D_t^{-\alpha} f(t) \approx {}_{t-L} D_t^{-\alpha} f(t) = h^\alpha \sum_{j=0}^N q_j f(t-jh). \quad (25)$$

其中: $L = wh$ 为记忆时间长度, $w$ 为采样点个数; $N = \min \left\{ \left\lceil \frac{t}{h} \right\rceil, \left\lceil \frac{L}{h} \right\rceil \right\}$ ;  $q_j$ 表示为

$$q_0 = 1, q_j = \left(1 + \frac{\alpha-1}{j}\right) q_{j-1}, j = 1, 2, \dots \quad (26)$$

权值 $q_j$ 表示对过去信号记忆的强弱.权值 $q_j$ 在“越远点”的值越趋于零,表示距当前时刻越久的信号在积分中所占比重越小;且阶次 $\alpha$ 越小,权值趋于零的速度越快.记忆长度越长,逼近的精度也越高.

同理,对于 $0 < \alpha < 1$ 的微分算子和权值可表示为

$${}_a D_t^\alpha f(t) \approx {}_{t-L} D_t^\alpha f(t) = h^{-\alpha} \sum_{j=0}^N d_j f(t-jh), \quad (27)$$

$$d_0 = 1, d_j = \left(1 - \frac{\alpha+1}{j}\right) d_{j-1}, j = 1, 2, \dots \quad (28)$$

考虑Arduino单片机的运算速度、字长和存储空间等因素的制约,实验中选取 $L = 4\text{ s}$ ,其中步长 $h = 20\text{ ms}$ ,加权数据个数为 $w = 200$ ,以确保控制、测量和显示的实时性.

### 4.3 实验结果

针对电机调速系统,选取理想Bode传递函数参数 $\omega_c = 4.2$ 和 $\alpha = 1.05$ .采用本文方法,设计得到的FOPID控制器为

$$G_{c\text{FOPID}}(s) = 0.0029 + \frac{0.0733}{s^{1.05}} + 3.1523 \times 10^{-5} s^{0.97}. \quad (29)$$

采用Matlab工具箱设计整数阶PID控制器为

$$G_{c\text{PID}} = 0.003\ 192 + \frac{0.068\ 25}{s} + 3.732 \times 10^{-5} s. \quad (30)$$

实验中,设定电机转速 $r(t) = 40\text{ r/s}$ .在 $t = 10\text{ s}$ 时加入电压波动,使得电机输入电压增加 $0.7\text{ V}$ .在实验中还考虑电机系统的增益不确定性 $\beta$ ,即在常规条件下 $\beta = 1$ ,当系统增益具有10%误差时有 $\beta = 0.9, 1.1$ .

图5给出了电机调速控制的实际效果.在FOPID控制器作用下,电机启动过程略有微小超调,响应速度快,与理想Bode闭环系统一致.实验中,即使调速系统的增益发生变化,对调速控制效果的影响也非常小.从控制输入电压 $u$ 的角度,当系统增益变小时,控制量 $u$ 相应增大,以抵消增益变小的影响.当电机

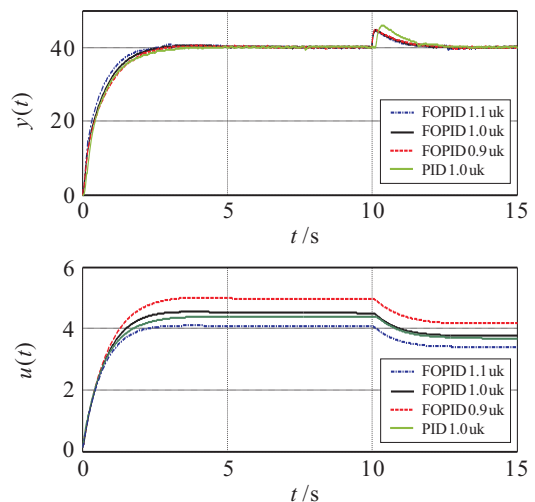


图5 调速控制效果

在  $t = 10\text{ s}$  时受到电源电压波动影响,输入电压增大  $0.7\text{ V}$  时,控制量  $u$  主动减小,使得转速在  $2\text{ s}$  时间内快速恢复到稳态,表现出良好的鲁棒性和抗扰性能。

在实验中,分数阶 PID 控制与整数阶 PID 控制均具有较好的响应性能,但分数阶 PID 控制对电压波动具有更好的抗扰控制效果,其原因在于:在控制器 (29) 和 (30) 中,增益参数大小相似,但分数阶积分项阶次  $\lambda = \alpha > 1$ ,使得分数阶积分控制器能够更快地克服跟踪误差。

## 5 结论

本文介绍了一种 FOPID 控制器的简便设计方法。基于理想 Bode 传递函数,采用传递函数匹配与辨识方法,将 FOPID 控制器 5 个参数的复杂设计问题转化为单个参数的一维搜索问题进行求解,为 FOPID 控制器的设计提供了新思路。采用 G-L 定义加短记忆法,对 FOPID 控制器进行数字化实现,并成功地应用于直流电机调速控制系统,实验结果验证了所提出方法的有效性。

### 参考文献(References)

- [1] Podlubny Igor. Fractional-order systems and controllers[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999: 44(1): 208-214.
- [2] 李大字, 刘浪, 靳其兵. 基于最大灵敏度的加热系统分数阶内模控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(10): 1899-1902.  
(Li D Z, Liu L, Jin Q B. Maximum sensitivity based fractional order internal model control for heating system[J]. Control and Decision, 2015, 30(10): 1899-1902.)
- [3] Mahto T, Mukherjee V. Fractional order fuzzy PID controller for wind energy-based hybrid power system using quasi-oppositional harmony search algorithm[J]. IET Generation Transmission & Distribution, 2017, 11(13): 3299-3309.
- [4] 高哲. 一类采用分数阶  $PI^\lambda$  控制器的分数阶系统可镇定性判定准则[J]. 自动化学报, 2017, 43(11): 1993-2002.  
(Gao Z. Stabilization criterion for a class of interval fractional-order systems using fractional-order  $PI^\lambda$  controllers[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(11): 1993-2002.)
- [5] 戚志东, 周茜, 卞慧娟, 等. PEMFC 动态建模与模糊分数阶 FOPID 控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(6): 1148-1152.  
(Qi Z D, Zhou X, Bian H J, et al. The dynamic model of PEMFC and study on fuzzy fractional FOPID controller[J]. Control and Decision, 2017, 32(6): 1148-1152.)
- [6] Luo Y, Chen Y Q. Fractional order [Proportional derivative] controller for a class of fractional order systems[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2446-2450.
- [7] 雷淑英, 王德进, 范毅军. 时滞系统分数阶  $PI^\lambda$  极点配置控制器设计[J]. 控制与决策, 2015, 30(6): 1131-1134.  
(Lei S Y, Wang D J, Fan Y J. Pole placement with fractional-order  $PI^\lambda$  controllers for time-delay systems[J]. Control and Decision, 2015, 30(6): 1131-1134.)
- [8] Padula F, Visioli A. Set-point weight tuning rules for fractional-order PID controllers[J]. Asian J of Control, 2013, 15(3): 678-690.
- [9] Monje C A, Vinagre B M, Feliu V, et al. Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications[J]. Control Engineering Practice, 2008, 16(4): 798-812.
- [10] Barbosa R S, Machado J A T, Ferreira I M. Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 38(1/2/3/4): 305-321.
- [11] 何一文, 许维胜, 程艳. Bode 理想传递函数在分数阶控制中的应用[J]. 信息与控制, 2010, 39(2): 200-206.  
(He Y W, Xu W S, Cheng Y. Application of Bode's ideal transfer function to fractional order control[J]. Information and Control, 2010, 39(2): 200-206.)
- [12] Li C, Zhang N, Lai X, et al. Design of a fractional-order PID controller for a pumped storage unit using a gravitational search algorithm based on the Cauchy and Gaussian mutation[J]. Information Sciences, 2017, 396: 162-181.
- [13] Aware M V, Junghare A S, Khubalkar S W, et al. Design of new practical phase shaping circuit using optimal pole-zero interlacing algorithm for fractional order PID controller[J]. Analog Integrated Circuits & Signal Processing, 2017, 91(1): 131-145.
- [14] Monje C A, Chen Y Q, Vinagre B M, et al. Fractional-order systems and control[M]. London: Springer, 2010: 9-11.
- [15] Samko S G, Kilbas A A, Marichev O I. Fractional integrals and derivations[M]. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1993: 371-385.

### 作者简介

聂卓赞 (1983—), 男, 副教授, 博士, 从事先进控制理论及运动控制应用等研究, E-mail: yezhuyun2004@sina.com;  
朱海燕 (1994—), 女, 硕士生, 从事分数阶控制的研究, E-mail: 1365137174@qq.com;  
刘建聪 (1993—), 男, 硕士生, 从事轮式机器人运动控制的研究, E-mail: 932407638@qq.com;  
刘瑞娟 (1982—), 女, 副教授, 博士, 从事鲁棒抗扰控制与分数阶控制等研究, E-mail: liuruijuan0313@163.com;  
郑义民 (1977—), 男, 讲师, 博士, 从事 PID 控制的研究, E-mail: zh\_even@sina.com.

(责任编辑: 李君玲)