

全信息变权缓冲算子的拓展、优化及其应用

王正新[†], 何凌阳

(浙江财经大学 经济学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对冲击扰动系统的建模预测问题, 对全信息变权缓冲算子进行拓展, 提出两类含幂指数的全信息变权缓冲算子, 并从理论上揭示强化缓冲算子与弱化缓冲算子的转换关系. 在此基础上, 给出新算子参数优化机理以及具体算法, 并探讨算法的时间复杂度问题. 最后, 以全国风力发电装机容量的冲击扰动数据预测为例, 验证算子的有效性和优越性. 结果表明: 所提出的新算子及其优化算法在不增加时间复杂度的条件下, 能够显著提高缓冲算子对冲击扰动系统的适应能力和灰色模型的预测精度. 此外, 全信息变权强化(弱化)缓冲算子为新算子的特殊形式, 当幂指数取值为 1 时, 新算子退化为全信息变权强化缓冲算子; 当幂指数取值为 -1 时, 新算子退化为全信息变权弱化缓冲算子.

关键词: 灰色系统; 强化缓冲算子; 弱化缓冲算子; 变权缓冲算子; 新信息优先; 遗传算法; 预测

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Extension, optimization and application of variable-weight buffer operators with perfect information

WANG Zheng-xin[†], HE Ling-yang

(School of Economics, Zhejiang University of Finance & Economics, Hangzhou 310018, China)

Abstract: For the modeling and forecasting problems of shock perturbation systems, this paper expands the variable-weighted buffer operator with full information, and proposes two kinds of perfect information variable weighted buffer operators with a power index, and theoretically reveals the conversion relationship of the buffer operator. On this basis, this paper gives a new operator parameters optimization mechanism and specific algorithm, and discusses the time complexity of the algorithm. Finally, the forecast of disturbance data of the installed capacity of wind power in the country is taken as an example to verify the effectiveness and superiority of the new operator. The results show that the new operator proposed and its optimization algorithm significantly improve the adaptability of the buffer operator to the shock perturbation system and the accuracy of the gray model without increasing time complexity. In addition, the perfect information variable weighting strengthening (weakening) buffer operator is a special form of the new operator; When the power index is 1, the new operator degenerates into the perfect information variable weighted strengthening buffer operator; when the power index is taken as the value at -1 , the new operator degenerates into the perfect information variable weight weakening buffer operator.

Keywords: grey system; strengthening buffer operator; weakening buffer operator; variable-weight buffer operator; new information priority; genetic algorithm; forecasting

0 引 言

在定量预测研究中, 预测模型往往受到系统外部噪音的强烈干扰而失去应有的功效. 在给定模型边界假设的条件下, 这并非模型本身问题, 问题产生的根源在于冲击扰动项的存在使得系统行为数据失真^[1]. 刘思峰^[2] 首先提出缓冲算子的公理体系, 并基于算术平均数的性质构造了一类有效的缓冲算子, 该类算子已被广泛应用于冲击扰动系统的预测建

模. 缓冲算子通常分为弱化缓冲算子和强化缓冲算子, 前者使缓冲序列的增长(衰减)速度减缓或振幅减小, 后者使缓冲序列的增长(衰减)速度加快或振幅增大^[3-4]. 文献[5-8] 从不同的角度构造了若干实用的弱化缓冲算子, 文献[9-12] 则从不同的角度构造了若干实用的强化缓冲算子, 这些算子虽然能够提高预测精度, 但其形式单一、种类繁多. 文献[13] 通过引入新参数 γ , 对上述缓冲算子作了形式上的统一, γ 的正

收稿日期: 2018-02-28; 修回日期: 2018-05-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71571157, 71101132).

责任编辑: 毛志忠.

[†]通讯作者. E-mail: jenkins226@163.com.

和负分别对应缓冲算子的强化和弱化,这一思想不但简化了缓冲算子的形式,也为后续研究者提供了新的研究方向.然而,无论是一阶还是高阶缓冲算子,在针对某些问题的预测时,都难以得到满意的效果.随着对缓冲算子的进一步了解,学者发现问题的关键在于传统缓冲算子的单一形式导致其不能微调作用强度.由此,文献[14-15]引入了变权思想,提出了变权缓冲算子,这类算子虽在一定程度上提高了预测水平,但其简单的结构往往导致无法充分利用原始数据信息.为此,文献[16]提出了新信息优先思想,并构造了一类基于新信息优先的缓冲算子;文献[17]在此思想的基础上构造了全信息变权缓冲算子,根据数据新旧赋予其依次递减的权值,从而更加合理地利用了每一个原始数据,有效地提高了预测精度;文献[18]则给出了新信息优先的判定,从理论上解决了算子是否满足新信息优先的问题;文献[19]更进一步从线性空间的角度提出了组合算子的概念,通过对不同算子进行组合来调整缓冲程度,以提高预测精度;文献[20]提出了多变量缓冲算子的思想,即通过增加参数来提高缓冲算子的适应能力.

本文结合上述文献的思想,通过增加全信息变权缓冲算子的参数,得到了两类新的全信息变权缓冲算子,并且探讨了这两类算子的对应关系以及参数的优化方案,最后通过案例验证了新算子的有效性和优越性.

1 全信息变权缓冲算子的拓展

与传统缓冲算子相比,全信息变权缓冲算子赋予了新旧数据依次递减的权重,权重的变化不仅能够调节缓冲程度,同时又保证了新信息优先.但对于趋势突变较为强烈的数据序列,λ的取值范围往往会限制全信息变权缓冲算子的调节强度,使得缓冲效果达不到理想的程度.本节将通过引入幂指数对全信息变权缓冲算子进行拓展,以增强其对突变数据序列的适应性.

1.1 新全信息变权缓冲算子的构造

本部分将在缓冲算子的公理体系下,构造两类含幂指数的全信息变权缓冲算子.

定理1 设 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 为冲击扰动系统的行为数据序列,令

$$XD_1 = (x(1)d_1, x(2)d_1, \dots, x(n)d_1),$$

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)} \right]^\gamma =$$

$$x(k) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma.$$

其中:λ是权重调节因子, $0 \leq \lambda \leq 1; k = 1, 2, \dots, n$. 则有:

- 1) 当 $\gamma > 0$ 时,无论 X 为单增序列、单减序列或振荡序列, D_1 都为强化缓冲算子;
- 2) 当 $\gamma < 0$ 时,无论 X 为单增序列、单减序列或振荡序列, D_1 都为弱化缓冲算子;
- 3) 当 $\gamma = 0$ 时, XD_1 与原始序列等价, D_1 为恒等算子.

证明 根据缓冲算子三公理,容易验证 D_1 为缓冲算子.

1) 当 $\gamma > 0$ 时,分为3种情况:

① 若 X 为单增序列时,对于 $i = 0, 1, \dots, n - k$, 有 $x(n - i) \geq x(k)$, 则

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma \leq x(k) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(k)} \right]^\gamma = x(k),$$

即当 X 为单增序列时, D_1 为强化缓冲算子.

② 若 X 为单减序列时,对于 $i = 0, 1, \dots, n - k$, 有 $x(n - i) \leq x(k)$, 则

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma \geq x(k) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(k)} \right]^\gamma = x(k),$$

即当 X 为单减序列时, D_1 为强化缓冲算子.

③ 当 X 为振荡序列时,设

$$\begin{cases} x(l) = \max\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \\ x(h) = \min\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \end{cases}$$

由于

$$x(l)d_1 = x(l) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-l+1})x(l)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-l} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma \geq$$

$$x(l) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-l+1})x(l)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-l} \lambda^i x(l)} \right]^\gamma = x(l),$$

$$x(h)d_1 =$$

$$x(h) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-h+1})x(h)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-h} \lambda^i x(n-i)} \right]^\gamma \geq$$

$$x(h) \left[\frac{(1 - \lambda^{n-h+1})x(h)}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-h} \lambda^i x(h)} \right]^\gamma = x(h),$$

D_1 对于振荡序列为强化缓冲算子。

2) 当 $\gamma < 0$ 时,只要在1)的证明过程中将 $\gamma > 0$ 变成 $\gamma < 0$,相应地不等式反向,便自然得到所要求证结果。

3) 当 $\gamma = 0$ 时,显然成立。□

定理2 设 $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$ 为冲击扰动系统的行为数据序列,令

$$XD_2 = (x(1)d_2, x(2)d_2, \dots, x(n)d_2),$$

$$x(k)d_2 =$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{[x(n)x(n-1)^\lambda \dots x(k)^{\lambda^{n-k}}]^{1+\lambda+\lambda^2+\dots+\lambda^{n-k}}} \right\}^\gamma =$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(n-i)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}} \right\}^\gamma.$$

其中: λ 是权重调节因子, $0 \leq \lambda \leq 1; k = 1, 2, \dots, n$. 则有:

1) 当 $\gamma > 0$ 时,无论 X 为单增序列、单减序列或振荡序列, D_2 都为强化缓冲算子;

2) 当 $\gamma < 0$ 时,无论 X 为单增序列、单减序列或振荡序列, D_2 都为弱化缓冲算子;

3) 当 $\gamma = 0$ 时, XD_2 与原始序列等价, D_2 为恒等算子。

证明 根据缓冲算子三公理,容易验证 D_2 为缓冲算子。

1) 当 $\gamma > 0$ 时,分为3种情况:

① 若 X 为单增序列时,对于 $i = 0, 1, \dots, n - k$, 有 $x(n - i) \geq x(k)$, 则

$$x(k)d_2 =$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(n-i)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}} \right\}^\gamma \leq$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(k)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}} \right\}^\gamma = x(k),$$

即当 X 为单增序列时, D_2 为强化缓冲算子。

② 若 X 为单减序列时,对于 $i = 0, 1, \dots, n - k$, 有 $x(n - i) \leq x(k)$, 则

$$x(k)d_2 =$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(n-i)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}} \right\}^\gamma \geq$$

$$x(k) \left\{ \frac{x(k)}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(k)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}} \right\}^\gamma = x(k),$$

即当 X 为单减序列时, D_2 为强化缓冲算子。

③ 当 X 为振荡序列时,设

$$\begin{cases} x(l) = \max\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \\ x(h) = \min\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \end{cases}$$

由于

$$x(l)d_2 =$$

$$x(l) \left\{ \frac{x(l)}{\left[\prod_{i=0}^{n-l} x(n-i)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-l+1}}}} \right\}^\gamma \geq$$

$$x(l) \left\{ \frac{x(l)}{\left[\prod_{i=0}^{n-l} x(l)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-l+1}}}} \right\}^\gamma = x(l),$$

$$x(h)d_2 =$$

$$x(h) \left\{ \frac{x(h)}{\left[\prod_{i=0}^{n-h} x(n-i)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-h+1}}}} \right\}^\gamma \leq$$

$$x(h) \left\{ \frac{x(h)}{\left[\prod_{i=0}^{n-h} x(h)^{\lambda^i} \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-h+1}}}} \right\}^\gamma = x(h),$$

D_2 对于振荡序列为强化缓冲算子。

2) 当 $\gamma < 0$ 时,只要在1)的证明过程中将 $\gamma > 0$ 变成 $\gamma < 0$,相应地不等式反向,便自然得到所要求证结果。

3) 当 $\gamma = 0$ 时,显然成立。□

1.2 新全信息变权缓冲算子与已有缓冲算子的联系

幂指数 γ 的引入拓展了已有缓冲算子的形式,增强了缓冲算子作用强度的可控性,同时也在强化算子和弱化算子之间建立了联系。

推论1 当 $\gamma = 1$ 时,新缓冲算子

$$x(k)d_1 = \frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)^2}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)} x(k) = \frac{(1 - \lambda^{n-k+1})x(k)^2}{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)}$$

退化为文献[17]中的全信息变权强化缓冲算子. 进一步地,若权重调节因子 $\lambda \rightarrow 1$,即时点权重相等, D_1 退化为平均强化缓冲算子^[9],此时

$$x(k)d_1 = \frac{(n-k+1)x(k)^2}{\sum_{i=k}^n x(i)}$$

推论2 当 $\gamma = -1$ 时,新缓冲算子

$$x(k)d_1 = \frac{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k}} = \frac{(1 - \lambda) \sum_{i=0}^{n-k} \lambda^i x(n-i)}{1 - \lambda^{n-k+1}}$$

退化为文献[17]中的全信息变权弱化缓冲算子. 进一步地,若权重调节因子 $\lambda \rightarrow 1$ 时,即时点权重相等, D_1 退化平均弱化缓冲算子^[5],此时

$$x(k)d_1 = \frac{1}{n-k+1} \sum_{i=k}^n x(i).$$

推论3 当 $\gamma = 1$ 时,新缓冲算子

$$x(k)d_2 = \frac{x(k)^2}{[x(n)x(n-1)\lambda \dots x(k)\lambda^{n-k}]^{\frac{1}{1+\lambda+\lambda^2+\dots+\lambda^{n-k}}}} = \frac{x(k)^2}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(n-i)\lambda^i \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}}$$

退化为文献[17]中的全信息变权强化缓冲算子. 进一步地,若权重调节因子 $\lambda \rightarrow 1$ 时,即时点权重相等, D_2 退化为几何平均强化缓冲算子^[9],此时

$$x(k)d_2 = \frac{x(k)^2}{\left[\prod_{i=k}^n x(i) \right]^{\frac{1}{n-k+1}}}$$

推论4 当 $\gamma = -1$ 时,新缓冲算子

$$x(k)d_2 = \frac{x(n)x(n-1)\lambda \dots x(k)\lambda^{n-k}}{\left[\prod_{i=0}^{n-k} x(n-i)\lambda^i \right]^{\frac{1-\lambda}{1-\lambda^{n-k+1}}}}$$

退化为文献[17]中的全信息变权弱化缓冲算子. 进一步地,若权重调节因子 $\lambda \rightarrow 1$ 时,即时点权重相等, D_1 退化为几何平均弱化缓冲算子^[5],此时

$$x(k)d_2 = [x(n)x(n-1)\dots x(k)]^{\frac{1}{n-k+1}}.$$

1.3 新全信息变权缓冲算子的参数优化机理及算法

1.3.1 参数的优化机理

权重调节因子 λ 以及指数 γ 均能调节新全信息变权缓冲算子的作用强度,因此,针对具体的预测问题,如何选取参数 λ 和 γ 的值来提高模型预测精度是需要解决的问题. 文中 λ 的取值范围为 $(0, 1)$ 之间的实数, γ 的取值范围在理论上可以是除去0之外的整个实数域,然而,在实际问题中 γ 并不需要取遍实数域,而是可以被锁定在某一区间内,在该区间内,新全信息变权缓冲算子便足以精确调节缓冲程度,减小预测误差. 该部分以缓冲算子 D_1 为例,说明如何确定指数 γ 的取值范围以及如何通过遗传算法对参数 λ 和 γ 进行优化. 为了便于说明,给出如下推论.

推论5 当 $\gamma(\gamma \neq 0)$ 一定时,缓冲算子 D_1 对冲击扰动系统行为数据序列 X 的缓冲程度与权重调节因子 λ 有关,并且随着 λ 的变化呈现出单调变化趋势.

证明 不妨设 $\gamma > 0$,此时

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)} \right]^\gamma = x(k) \left[\frac{x(k) + \lambda x(k) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k}x(k)} \right]^\gamma.$$

1) 当 X 为单调增长序列时,即对于 $i = 0, 1, \dots, n-k$,有 $x(n-i) \geq x(k)$. 不妨设权重 λ 增加了 $\mu(0 < \mu \leq 1/\lambda)$ 倍,由 λ 增加为 $\mu\lambda$,则

$$x(k)d'_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \mu\lambda + \mu^2\lambda^2 + \dots + \mu^{n-k}\lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \mu\lambda x(n-1) + \dots + \mu^{n-k}\lambda^{n-k}x(k)} \right]^\gamma = x(k) \left[\frac{x(k) + \mu\lambda x(k) + \dots + \mu^{n-k}\lambda^{n-k}x(k)}{x(n) + \mu\lambda x(n-1) + \dots + \mu^{n-k}\lambda^{n-k}x(k)} \right]^\gamma.$$

对比 $x(k)d_1$ 和 $x(k)d'_1$,不难发现,在 $x(k)d'_1$ 展开式的括号中,分子的每一项与 $x(k)d_1$ 相比增加了 $\mu^i x(k)$ 倍,而分母的每一项与 $x(k)d_1$ 相比增加了 $\mu^i x(n-i)$ 倍. 因为 $\mu > 0$, $x(n-i) \geq x(k)$,所以 $\mu^i x(n-i) \geq \mu^i x(k)$,从而有分子增量之和小于分母增量之和,即 $x(k)d'_1 \leq x(k)d_1$. 又因为 X 为单调增长序列,所以 D_1 的缓冲程度随着权重 λ 的增加而增加,并在 λ 等于1时达到最大.

2) 当 X 为单减或振荡序列时,证明方法与1)类

似,不再赘述. □

推论6 当λ一定时,缓冲算子D₁对冲击扰动系统行为数据序列X的缓冲程度与权重调节因子γ有关,并在γ的不同区间内随γ的变化呈单调变化趋势.

证明 1) 当γ > 0时, D₁为强化缓冲算子:

① 若X为单调递增序列,则对于i = 0, 1, ..., n - k, 有x(n - i) ≥ x(k), 即

$$x(k) + \lambda x(k) + \dots + \lambda^{n-k} x(k) \leq x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k),$$

$$0 < \frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \leq 1.$$

因此,随着γ的增加,有

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \right]^\gamma$$

逐渐减小. 又因为X为单调递增序列,所以D₁的缓冲程度增加.

② 若X为单调递减序列,则对于i = 0, 1, ..., n - k, 有x(n - i) ≤ x(k), 即

$$x(k) + \lambda x(k) + \dots + \lambda^{n-k} x(k) \geq x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k),$$

$$\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \geq 1.$$

因此,随着γ的增加,有

$$x(k)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(k)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \right]^\gamma$$

逐渐增加. 又因为X为单调递减序列,所以D₁的缓冲程度增加.

③ 若X为振荡序列,令

$$\begin{cases} x(l) = \max\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \\ x(h) = \min\{x(k) | k = 1, 2, \dots, n\}, \end{cases}$$

则有

$$x(l) + \lambda x(l) + \dots + \lambda^{n-k} x(l) \geq x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k),$$

$$\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(l)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \geq 1,$$

$$x(h) + \lambda x(h) + \dots + \lambda^{n-k} x(h) \leq x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k),$$

$$\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(h)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \leq 1.$$

因此,随着γ的不断加,有

$$x(l)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(l)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \right]^\gamma$$

逐渐增加,

$$x(h)d_1 = x(k) \left[\frac{(1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-k})x(h)}{x(n) + \lambda x(n-1) + \dots + \lambda^{n-k} x(k)} \right]^\gamma$$

逐渐减小,二者之差(振幅)增加,即D₁的缓冲程度增加.

2) 当γ < 0时, D₁为弱化缓冲算子,证明方法与1)类似,不再赘述. □

下面以单增序列的强化缓冲(γ > 0)为例,结合图示以及推论5、推论6来说明如何确定参数γ的取值范围.

图1为缓冲算子的作用机制示意图,其中X为原始序列, X₀为理想的最优缓冲结果. 由推论5可知,当γ > 0时,缓冲强度随着λ的增加而增加,所以假设序列X₁为λ = 0时的缓冲结果. 又由推论6可知,γ的增加能够使缓冲程度增加,即存在γ = γ₁(γ₁ > 0),使得序列X₁能够通过D₁作用后变成序列X₀. 同理,若X₂为λ = 1时的缓冲结果,由推论6可知,γ的减小能够使缓冲程度减小,即存在γ = γ₂(γ₂ < 0),使得序列X₂可以通过D₁作用后变成序列X₀. 不难发现,对于任意的λ = λ'(λ' ∈ (0, 1)),均存在γ ∈ (γ₂, γ₁),使得序列X'可以通过D₁作用后变成序列X₀,所以当γ落在(γ₂, γ₁)之间时,缓冲算子D₁便能够精确调节缓冲程度. 但是,在实际问题中,γ的上下限往往需要根据具体问题的不同而发生变化,所以首先要找到γ的上下限,并进一步在该区域内搜寻最优的参数γ值.

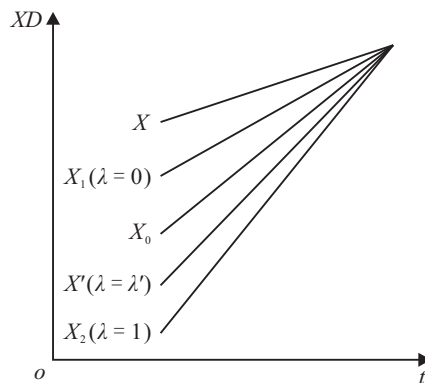


图1 缓冲算子作用机制

1.3.2 优化算法

由于权重调节因子λ和幂指数γ与预测误差之间为复杂的非线性关系,本文使用遗传算法在参数

λ 和 γ 的对应区间内搜索其最优值. 具体步骤描述如下.

1) 确定 γ 范围. 根据具体问题的不同找出 γ 上下限,方法如下:

① 令 $\lambda = 0$,则缓冲算子 D_1 变为只含 γ 的单参数缓冲算子,在此基础上使用遗传算法在不同的区间内搜索出参数 γ 的最优值 γ_1 ,区间的设置方式如下:

i) 若对原始序列进行强化缓冲,则 $\gamma > 0$,此时可在区间 $[0, 1], [1, 2], [2, 3], \dots$ 内分别进行搜索,直至找到最小的平均预测误差,该误差值所对应的 γ 值即为 γ_1 . 由1.3.1节可知, γ_1 必然存在,并且随着区间端点值的增加,平均预测误差必然会先减后增,所以该方法是可行的.

ii) 若对原始序列进行弱化缓冲,则 $\gamma < 0$,此时可在区间 $[0, -1], [-1, -2], [-2, -3], \dots$ 内分别进行搜索,直至找到最小的平均预测误差,该误差值所对应的 γ 值即为 γ_1 ,方法与i)相同.

② 令 $\lambda = 1$,重复①的步骤,使用遗传算法在不同的区间内搜索出参数 γ 的最优值 γ_2 .

2) 双参数优化. 得到 γ 的上下限后,便可以使用双参数的遗传算法进行优化,由于 λ 介于0和1之间, γ 介于 γ_2 和 γ_1 之间,从而可以在 λ 和 γ 的对应区间内得到平均预测误差最小时所对应的参数组合 (λ_0, γ_0) .

1.3.3 算法的时间复杂度分析

双参数全信息变权缓冲算子虽然提升了缓冲算子的适应能力,但参数增加是否会导致算法复杂程度增加是需要考虑的问题. 由于时间复杂度是度量算法效率高低的一个标准,有必要探讨遗传算法的参数个数与时间复杂度的关系.

假设待优化参数为 x_1, x_2, \dots, x_m, m 为正整数且 $m \geq 2$,不妨设 x_i 的取值范围为 (a_i, b_i) ,按照遗传算法的编码规则,可以生成长度为 $(k_1 + k_2 + \dots + k_m)$ 的二进制串(染色体),其中 $k_i = \log_2 \left(\frac{b_i - a_i}{\delta} + 1 \right)$, δ 为精度. 由于遗传算法的时间复杂度可由适应度函数被调用的次数得出,而适应度函数的调用次数与种群数量 M 、种群进化代数 T 、交叉率 P_m 以及变异率 P_c 相关^[21-22]. 参数增加虽然会导致二进制串(染色体)的长度增加,但却并未改变种群数量 M 、种群进化代数 T 、交叉率 P_m 以及变异率 P_c ,这是因为这些变量均是外生给定的. 染色体作为一个整体在参与遗传、变异、解码等过程时,并不会因为长度的改变导致其参与适应度函数运算的次数增加. 另外,虽然

单个染色体适应度函数的时间复杂度也会影响遗传算法的时间复杂度,但其也不会因参数的增加而出现显著的增加,因为遗传算法的染色体转码以及适应度函数值计算均是并行的,所以参数增加并不会导致算法时间复杂度阶数的增加.

为了更加直观地比较两类算子的时间复杂度,本文将在下一部分给出单参数缓冲算子和双参数缓冲算子的算法运行时间,以突出本文构造全信息变权缓冲算子的优势.

2 应用实例

近年来,风能作为一种可持续的无污染新能源,正逐步得到世界各国的广泛开发和利用. 我国风电产业自2006年进入正式规模化发展以来,引导性政策的力度逐年上升. 表1为2001年~2010年全国风电装机容量数据,从表1可以看出,2001年~2005年中国风电装机容量的增长率明显慢于2005年之后的增长率. 如果直接使用该时间段的数据来预测2005年之后数据,则误差必然会很大. 因此,采用强化缓冲算子对2006年以前增长较慢的数据加以处理使其符合2006年以后的发展趋势,能够有效提高预测精度.

表1 2001年~2010年全国风电装机容量

年份	装机容量/万千瓦	增长率/%
2001	38	—
2002	47	23.68
2003	55	17.02
2004	82	49.09
2005	106	29.27
2006	207	95.28
2007	420	102.90
2008	838.77	99.71
2009	1759.94	109.82
2010	2957.55	68.05

本部分以2001年~2005年全国风电装机容量数据为训练集,以2006年~2010年的数据为测试集,分别以单参数全信息变权缓冲算子和双参数全信息变权缓冲算子对数据缓冲处理,比较预测精度和算法时间复杂度.

采用文献[17]提出的单参数全信息变权强化缓冲算子对2001年~2005年的数据进行处理,在误差最小化目标下得到的最优权重调节因子 $\lambda = 5.14985 \times 10^{-5}$,缓冲序列为

$$XD = (13.62, 20.84, 28.54, 63.43, 106).$$

运用本文构造的新算子 D_1 作用于 2001 年~2005 年的数据, 首先令 $\lambda = 0$, 在误差最小化目标下可以得到 $\gamma_1 = 1.6940$; 然后令 $\lambda = 1$, 在误差最小化目标下可以得到的 $\gamma_2 = 2.999$; 最后在参数 $\lambda \in [0, 1]$ 以及 $\gamma \in [1.6940, 2.999]$ 的区间内求得平均相对误差最小

时对应的参数 $\lambda = 0.4637, \gamma = 2.0965$, 将其代入 D_1 , 得到缓冲结果

$$XD_1 = (6.42, 11.9, 18.43, 55.79, 106),$$

预测结果见表 2.

表 2 两类缓冲算子预测结果及相对误差

年份	风电装机容量实际值/万千瓦	单参数全信息变权强化缓冲算子		双参数全信息变权强化缓冲算子	
		预测值/亿元	相对误差/%	预测值/亿元	相对误差/%
2006	207	172.40	16.72	198.30	4.20
2007	420	303.64	27.71	407.83	2.90
2008	838.77	534.78	36.24	839.77	0
2009	1759.94	941.88	46.48	1725.04	1.98
2010	2957.55	1658.89	43.91	3547.78	19.96
平均相对误差/%	—	—	34.21	—	5.81
程序运行时间/s	—	0.984		1.015	

从表 2 可以看出, 使用文献 [17] 提出的单参数全信息变权强化缓冲算子处理后再建模预测的平均预测误差分别为 34.21%, 而使用新算子预测的平均相对误差仅为 5.81%。另外, 从表 2 还可以看出, 两类缓冲算子的程序运行时间基本接近, 可见, 本文构造的新全信息变权缓冲算子比单参数全信息变权缓冲算子具有更好的适应能力。

3 结论

本文对现有全信息变权缓冲算子进行了拓展, 并提出了参数 λ 和 γ 的优化机理和算法, 实例分析验证了新全信息变权缓冲算子在对序列进行微调的能力上优于传统缓冲算子。本文构造的全信息变权缓冲算子之所以比单参数的全信息变权缓冲算子更优越, 是因为全信息变权缓冲算子具有两个参数, 即 λ 和 γ , 二者均能有效调节缓冲算子的作用强度, 使其在调节时更加灵活。在对不同时点数据的权重赋值时, 全信息变权缓冲算子采用新信息优先原则, 即新数据到旧数据权重依次递减。事实上, 在此原则下如何考虑外在冲击扰动等因素的影响, 是下一步需要研究的问题。

参考文献(References)

[1] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用 [M]. 第 3 版. 北京: 科学出版社, 2004: 26-49.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. 3ed ed. Beijing: Science Press, 2004: 26-49.)

[2] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子 [J]. 华中

理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator[J]. J of Huazhong Univeristy of Science and Technology, 1997, 25(1): 25-27.)

[3] Liu S F. The three aximos of buffer operator and their application[J]. The J of Grey System, 1991, 3(1): 39-48.

[4] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用 [M]. 第 5 版. 北京: 科学出版社, 2010: 57-60.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and its application[M]. 5th ed. Beijing: Science Press, 2010: 57-60.)

[5] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究 [J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the buffer weakening operator[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 108-111.)

[6] 崔杰, 党耀国. 一类新的弱化缓冲算子的构造及其应用 [J]. 控制与决策, 2008, 23(7): 741-744.
(Cui J, Dang Y G. A kind of new weakening buffer operators and their applications[J]. Control and Decision, 2008, 23(7): 741-744.)

[7] 吴正朋, 刘思峰, 崔立志. 基于不动点的新弱化缓冲算子的研究 [J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1805-1809.
(Wu Z P, Liu S F, Cui L Z. Study on the sequence of weakening buffer operator based on back cumulative-sum method[J]. Control and Decision, 2009. 24(12): 1805-1809.)

[8] 高岩, 周德群, 刘晨琛. 基于指数型新弱化缓冲算子的能源需求预测 [J]. 管理学报, 2010, 7(8): 1211-1215.
(Gao Y, Zhou D Q, Liu C C. Energy requirement

- forecast based on the new weakening buffer operators with exponential type[J]. Chinese J of Management, 2010, 7(8): 1211-1215.)
- [9] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. On the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1332-1336.)
- [10] 关叶青, 刘思峰. 基于不动点的强化缓冲算子序列及其应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1189-1192.
(Guan Y Q, Liu S F. Sequence of strengthening buffer operator and its application based on fixed point[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1189-1192.)
- [11] 崔杰, 党耀国, 刘思峰, 等. 一类新的强化缓冲算子及其数值仿真[J]. 中国工程科学, 2010, 12(2): 108-112.
(Cui J, Dang Y G, Liu S F, et al. Study on a kind of new strengthening buffer operators and numerical simulations[J]. Engineering Science, 2010, 12(2): 108-112.)
- [12] 崔立志, 刘思峰, 吴正朋. 新的强化缓冲算子的构造及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(3): 484-489.
(Cui L Z, Liu S F, Wu Z P. New strengthening buffer operators and their applications[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2010, 30(3): 484-489.)
- [13] 魏勇, 孔星海. 几类强弱缓冲算子的构造方法及其内在联系[J]. 控制与决策, 2010, 25(2): 196-202.
(Wei Y, Kong X H. Constructing method of several kinds of strengthening and weakening buffer operators and their inner link[J]. Control and Decision, 2010, 25(2): 196-202.)
- [14] 王正新, 党耀国, 刘思峰. 变权缓冲算子及其作用强度的研究[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1218-1222.
(Wang Z X, Dang Y G, Liu S F. Study on buffer operators with variable weights and their effect strength to original sequence[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1218-1222.)
- [15] 张庆, 刘思峰, 王正新, 等. 几何变权缓冲算子及其作用强度研究[J]. 系统工程, 2009, 27(10): 113-118.
(Zhang Q, Liu S F, Wang Z X, et al. Geometry buffer operators with variable weights and the intensity of their influence on original sequence[J]. Systems Engineering, 2009, 27(10): 113-118.)
- [16] 戴文战, 苏永. 基于新信息优先的强化缓冲算子的构造及应用[J]. 自动化学报, 2012, 38(8): 1329-1334.
(Dai W Z, Su Y. New strengthening buffer operators and their applications based on prior use of new information[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(8): 1329-1334.)
- [17] 王正新. 全信息变权缓冲算子的构造及应用[J]. 浙江大学学报, 2013, 47(6): 1120-1128.
(Wang Z X. Construction and application of variable-weight buffer operators with perfect information[J]. J of Zhejiang University, 2013, 47(6): 1120-1128.)
- [18] 吴利丰, 刘思峰, 姚立根. 缓冲算子是否新信息优先的判别方法[J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(4): 991-996.
(Wu L F, Liu S F, Yao L G. Distinguishing method of operators whether meet the principle of new information priority[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(4): 991-996.)
- [19] 刘松, 李平. 灰色预测中缓冲算子的组合性质及应用[J]. 控制与决策, 2016, 31(10): 1798-1802.
(Liu S, Li P. Properties and application of combined buffer operator in grey prediction[J]. Control and Decision, 2016, 31(10): 1798-1802.)
- [20] Wu L F, Liu S F, Yang J J. Multi-variable weakening buffer operator and its application[J]. Information Sciences, 2016, 339: 98-107.
- [21] Soltani A R, Tawfik H, Goulermas J Y, et al. Path planning in construction sites: Performance evaluation of the Dijkstra, A*, and GA search algorithms[J]. Advanced Engineering Informatics, 2002, 16(4): 291-303.
- [22] Lobo F G, Goldberg D E, Pelikan M. Time complexity of genetic algorithms on exponentially scaled problems, IlliGAL report 2000015[R]. Urbana-Champaign: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2000.

作者简介

王正新(1981—), 男, 教授, 博士生导师, 从事小样本时间序列预测、数量经济学等研究, E-mail: jenkins226@163.com;

何凌阳(1993—), 男, 硕士生, 从事时间序列分析的研究, E-mail: 625219958@qq.com.

(责任编辑: 齐 霖)