第 34 卷 第 10 期
2019 年 10 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.34 No.10
Oct. 2019

文章编号: 1001-0920(2019)10-2268-05　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.0256

一类具有非三角结构的不确定非线性系统的自适应扰动抑制

邵　钰[1], 孙宗耀[1†], 蔡　彬[1], 陈智强[2], 孟庆华[3], 谭庆全[4]

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所，山东 曲阜 273165；2. 国立成功大学 系统及船舶机电工程学系，台湾 台南 70101；3. 杭州电子科技大学 机械工程学院，杭州 310018；4. 北京市地震局，北京 100080)

摘　要: 研究一类不确定非线性系统的自适应扰动抑制问题. 借助自适应技术与连续占优方法,所提出的控制策略能够处理多种不确定性的严重耦合,这些不确定性包括未知非线性参数、外部扰动和具有未知下界的时变控制系数. 自适应状态反馈控制器是一维的,且其性能可以借助于 L_2-L_{2p} 增益进行评估.

关键词: 自适应扰动抑制；不确定的非线性系统；连续占优

中图分类号: O231.2　　**文献标志码:** A

Adaptive disturbance attenuation for a class of uncertain nonlinear systems with non-triangular structure

SHAO Yu[1], *SUN Zong-yao*[1†], *CAI Bin*[1], *CHEN Chih-chiang*[2], *MENG Qing-hua*[3], *TAN Qing-quan*[4]

(1. Institute of Automation，Qufu Normal University，Qufu 273165, China；2. Department of Systems and Naval Mechatronic Engineering，National Cheng Kung University，Tainan 70101，China；3. School of Mechanical Engineering，Hangzhou Dianzi University，Hangzhou 310018，China；4. Earthquake Administration of Beijing Municipality，Beijing 100080，China)

Abstract: The problem of adaptive disturbance attenuation for a class of uncertain nonlinear systems is studied. Based on the adaptive technique and continuous domination method, the proposed control strategy can deal with serious coexistence of various uncertainties which include unknown nonlinear parameters, external disturbances and time-varying control coefficients with unknown lower bound. The adaptive state-feedback controller is one-dimensional, and its performance is evaluated in terms of L_2-L_{2p} gain.

Keywords: adaptive disturbance attenuation；uncertain nonlinear systems；continuous domination

0　引　言

本文讨论一类具有非三角结构的不确定非线性系统的自适应扰动抑制问题,因为该类系统在原点附近具有不可控的线性化,所以其稳定性研究一直被认为是最具挑战性的问题之一. 随着增加幂次积分方法和齐次占优思想的提出,研究者已经取得许多成果[1-8]. 如果不考虑参数的不确定性,则其部分控制问题已被解决[9-15]. 但是,实际的控制系统总是受到各种未知干扰和不确定性的影响,因此必须要考虑它们的影响[12-15]. 那么一个新问题是:对于存在外部干扰的非线性系统,构造反馈控制器时允许多大的不确定性存在?解决上述问题的困难主要来自以下两个方面:

1) 不确定性的辨识. 除了可能的干扰外,系统的未知部分还可由不可测状态、未知参数和不清楚的结构组成. 本文主要处理的是未知参数. 为了尽可能地扩大控制策略的适用范围, 系统包含未知控制系数并允许未知参数以非线性形式进入状态方程. 同时为了抑制不确定性,引入一个恰当的非线性函数,将变换方法与自适应技术相结合,以抑制不确定性的影响.

2) 控制器的简化. 本文的显著特点是动态补偿器的阶次等于 1,这大大简化了闭环系统的控制设计和稳定性分析过程.

1　预备知识

给出本文用到的一些关键引理.

引理 1 [1]　给定 $r \geqslant 0$,对于任意的 $x \in \boldsymbol{R}, y \in \boldsymbol{R}$,有 $|x+y|^r \leqslant c_r(|x|^r+|y|^r)$. 其中若 $r \geqslant 1$,则 $c_r =$

收稿日期: 2018-03-05；**修回日期:** 2018-07-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773237, 61473170)；中国博士后科学基金项目(2017M610414)；山东省研究生教育优质课程项目(SDYKC17079)；浙江省自然科学基金项目(LY16E050003).

责任编委: 刘允刚.

†通讯作者. E-mail: sunzongyao@sohu.com.

2^{r-1};若$0 \leqslant r < 1$,则$c_r = 1$. 此外,若r为奇数且$0 < r \leqslant 1$,则$|x^r - y^r| \leqslant 2^{1-r}|x-y|^r$.

引理2[1]　给定正实数m、n和函数$a(x,y)$,对于任意$x \in \boldsymbol{R}, y \in \boldsymbol{R}, c(x,y) > 0$,有

$$\begin{aligned}&|a(x,y)x^m y^n| \leqslant\\&c(x,y)|x|^{m+n}+\\&\frac{n}{m+n}\Big(\frac{m}{(m+n)c(x,y)}\Big)^{\frac{m}{n}}|a(x,y)|^{\frac{m+n}{n}}|y|^{m+n}.\end{aligned}$$

引理3　对于连续函数$f(x,y)$,其中$x \in \boldsymbol{R}^m$, $y \in \boldsymbol{R}^n$,存在光滑函数$a(x) \geqslant 0, b(y) \geqslant 0, c(x) \geqslant 1, d(y) \geqslant 1$,满足$|f(x,y)| \leqslant a(x) + b(y), |f(x,y)| \leqslant c(x)d(y)$.

引理4　对于连续可微函数$f: \boldsymbol{R}^+ \to \boldsymbol{R}$,假设对某一$p \in [1,\infty)$,有$f, \dot f \in L_\infty$,且$f \in L_p$,则有$\lim\limits_{t\to\infty} f(t) = 0$.

引理5　设$f(x,y): \boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^m \to \boldsymbol{R}$是一个连续可微函数且$f(0,y) = 0$,则存在一个正光滑函数$\tilde f(x,y)$使得$f(x,y) \leqslant \tilde f(x,y)\sum\limits_{i=1}^{n}|x_i|$.

2　问题陈述

考虑以下不确定非线性系统:

$$\begin{cases}\dot x_i = d_i(t,x,u,\theta)x_{i+1} + f_i(t,x,u,\theta)+\\ \qquad g_i(t,x,u,\theta)\omega,\\ \dot x_n = d_n(t,x,u,\theta)u + f_n(t,x,u,\theta)+\\ \qquad g_n(t,x,u,\theta)\omega,\\ y = h(x_1).\end{cases} \tag{1}$$

其中: $i = 1,2,\cdots,n-1$; $x \in \boldsymbol{R}^n$, $u \in \boldsymbol{R}$和$y \in \boldsymbol{R}$分别为系统状态、控制输入和系统输出. 初始条件是$x(0) = x_0$. $u \triangleq x_{n+1}$. $\omega: \boldsymbol{R}^+ \to \boldsymbol{R}^s$表示一个连续时变干扰信号,满足$\omega \in L_2$; $\theta \in \boldsymbol{R}^m$表示一个时不变的/时变的未知参数向量. 非线性函数$f_i(\cdot)$、$g_i(\cdot)$和$d_i(\cdot)$连续, 函数$h(x_1)$连续可微且$h(0) = 0$.

自适应干扰抑制(ADA)定义如下: 对于系统(1), 设计连续的自适应控制器

$$\begin{cases}u(t) = u(x(t),\hat\Theta(t)),\ u(0,\hat\Theta(t)) = 0,\\ \dot{\hat\Theta}(t) = \tau(x(t),\hat\Theta(t)),\ \tau(0,\hat\Theta(t)) = 0.\end{cases} \tag{2}$$

其中$\hat\Theta(t)$表示依赖于θ的未知参数Θ的在线估计,使得闭环系统(1)和(2)满足以下特征:

1) 当$\omega(t) = 0$时,闭环系统的状态在区间$[0,\infty)$上全局一致有界,且$\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = 0$.

2) 当$\omega(t) \in L_2$时,对于任意的$t \in [0,\infty]$和任意预先给定的小实数$\varepsilon > 0$,有

$$\int_0^t |y(s)|^2 \mathrm{d}s \leqslant \varepsilon^2\int_0^t \|\omega(s)\|^2\mathrm{d}s + \delta(x(0),\hat\Theta(0)),$$

$\delta(\cdot)$为取决于闭环系统的初始状态的非负函数.

为实现控制目标,需作如下假设.

假设1　对于每个$i = 1,2,\cdots,n$,有$0 < a_i\lambda_i(\bar x_i) \leqslant |d_i(\cdot)| \leqslant \mu_i(\bar x_{i+1},\theta)$. 其中: a_i为一个未知常数, λ_i为一个正的光滑函数, μ_i为一个连续函数.

假设2　对于每个$i = 1,2,\cdots,n$,存在非负连续函数$f_{il}(\bar x_i,\theta)$且$f_{il}(0,\theta) = 0$,使得$|f_i(\cdot)| \leqslant \sum\limits_{l=1}^{j_i} f_{il}(\bar x_i,\theta)\cdot|x_{i+1}|^{q_{il}}$, 其中$j_i$为有限正整数,且$q_{il}$为满足$0 < q_{i1} < q_{i2} < \cdots < q_{ij_i} < 1$的实数.

假设3　对于每个$i = 1,2,\cdots,n$,存在非负连续可微函数$\varphi_i(\bar x_i,\theta)$且$\varphi_i(0,\theta) = 0$,使得$\|g_i(\cdot)\| \leqslant \varphi_i(\cdot)$.

注1　假设1表明, $d_i(\cdot)$严格为正或负. 在控制设计中,仅考虑$d_i > 0$的情形. 与文献[2,5]中的假设相比,除了$|d_i|$的下界未知外,本文还将上界μ_i放宽为关于$x_1,\cdots,x_{i+1},\theta$的函数. 经过一些复杂的推导,假设2可以变为

$$|f_i| \leqslant \frac{d_i}{2}|x_{i+1}| + f_i^*(\bar x_i,\theta)\sum_{j=1}^{i}|x_j|,$$

反之亦然,其中f_i^*是一个正光滑函数. 该不等式经常被使用[2-3,5-6]. 由于ω和θ耦合,假设3的条件在某种程度上比文献[9-10]更弱.

3　主要结果

定理1　如果系统(1)满足假设1～假设3,则自适应干扰抑制问题是可解的.

证明 Step1: 引入如下坐标变换:

$$z_1 = x_1,\ z_k = x_k - \alpha_{k-1},\ k = 2,3,\cdots,n+1. \tag{3}$$

其中: $\alpha_i = -\beta_i z_i, i = 1,2,\cdots,k-1, u = \alpha_n$. 可以推出$z_{n+1} = 0$. $\beta_1,\cdots,\beta_n$为正光滑函数,后面将给出其明确形式. 设$\alpha_0 = 0$,由式(3)可知,能够找到非负光滑函数$\bar\gamma_i(\bar x_i,\hat\Theta), \bar\varphi_i(\bar x_i,\hat\Theta), \bar\mu_i(\bar x_{i+1})$和一个未知常数$\bar\Theta_1 \geqslant 1$,使得对于$i = 1,2,\cdots,n$,有

$$\begin{cases}|f_i| \leqslant \dfrac{d_i}{2}|x_{i+1}| + \bar\Theta_1\bar\gamma_i\sum\limits_{j=1}^{i}|z_j|,\\ \varphi_i \leqslant \bar\Theta_1\bar\varphi_i\sum\limits_{j=1}^{i}|z_j|,\ \mu_i \leqslant \bar\Theta_1\bar\mu_i.\end{cases} \tag{4}$$

此外,由式(4)可知,存在未知常数$\bar\Theta_2 \geqslant 1$和正光滑函数$\rho_i(\bar x_k,\hat\Theta), l_i(\bar x_{k-1},\hat\Theta)$,使得对每个$k = 2,3,\cdots,n, i = 1,2,\cdots,k-1$,有

$$\begin{cases}\Big|\dfrac{\partial\alpha_{k-1}}{\partial x_i}(d_i x_{i+1} + f_i)\Big| \leqslant \bar\Theta_2\rho_i\sum\limits_{j=1}^{k}|z_j|,\\ \Big|\dfrac{\partial\alpha_{k-1}}{\partial x_i}\Big|\|g_i\| \leqslant \bar\Theta_2 l_i\sum\limits_{j=1}^{k-1}|z_j|.\end{cases} \tag{5}$$

值得强调的是,$\hat{\Theta}(t)$表示未知参数Θ的恰当估计,且Θ定义为

$$\Theta \triangleq \max\Big\{\bar{\Theta}_1^2,\bar{\Theta}_2^2,\frac{1}{a},\frac{1}{a^2},\frac{\bar{\Theta}_1^2}{a},\frac{\bar{\Theta}_2^2}{a}\Big\},$$

其中$a \triangleq \min\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$.

另一方面,由式(3)可知

$$u(t) = -\sum_{i=1}^{n}\Big(\prod_{j=i}^{n}\beta_j\Big)x_i. \tag{6}$$

对于每个$k=1,2,\cdots,n$,定义函数$W_k(\bar{x}_k,\hat{\Theta})$为

$$W_k(\cdot) = \frac{1}{2}z_k^2. \tag{7}$$

不难看出W_k连续可微,且对$i=1,2,\cdots,k-1$,满足

$$\frac{\partial W_k}{\partial x_k} = z_k,\ \frac{\partial W_k}{\partial \chi_i} = -z_k\frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \chi_i}, \tag{8}$$

其中$\chi_i = x_i$且$\chi_k = \hat{\Theta}$.

Step 2: 确定光滑函数$\beta_1(x_1,\hat{\Theta})$. 取

$$V_1(x_1,\tilde{\Theta}) = W_1(x_1) + \frac{a}{2}\tilde{\Theta}^2,$$

其中$\tilde{\Theta}(t) = \Theta - \hat{\Theta}(t)$. 由引理5可知,存在正光滑函数$\rho_0(x_1)$满足$h(x_1) \leqslant \rho_0(x_1)|x_1|$,则有

$$\dot{V}_1 \leqslant d_1z_1z_2 + d_1z_1\alpha_1 + \frac{d_1}{2}|z_1x_2| + \bar{\Theta}_1\bar{\gamma}_1z_1^2 + \bar{\Theta}_1\bar{\varphi}_1\|\omega\|z_1^2 - a\tilde{\Theta}\dot{\hat{\Theta}} + x_1^2\rho_0^2 - y^2. \tag{9}$$

显然,由$d_1z_1\alpha_1 \leqslant 0$可推出

$$d_1z_1\alpha_1 + \frac{d_1}{2}|z_1x_2| \leqslant \frac{d_1}{2}|z_1z_2| + \frac{d_1}{2}z_1\alpha_1.$$

利用引理2可得

$$\bar{\Theta}_1\bar{\varphi}_1\|\omega\|z_1^2 \leqslant \frac{\bar{\Theta}_1^2\bar{\varphi}_1^2z_1^4}{4\eta} + \eta\|\omega\|^2,$$

其中$\eta > 0$是正的设计参数. 如果定义

$$\tau_1 = h_1z_1^2,\ h_1 = n + \bar{\gamma}_1 + \frac{\bar{\varphi}_1^2(1+z_1^2)}{4\eta} + \rho_0^2,$$

$$\beta_1 = \frac{2h_1}{\lambda_1}\sqrt{1+\hat{\Theta}^2},$$

则式(9)可以被重写为

$$\dot{V}_1 \leqslant -\frac{n}{a}z_1^2 + \frac{3}{2}d_1|z_1z_2| + a\tilde{\Theta}(\tau_1 - \dot{\hat{\Theta}}) - y^2 + \eta\|\omega\|^2. \tag{10}$$

Step $k(k=2,3,\cdots,n)$: 假设在第$k-1$步,找到一个连续可微的Lyapunov函数$V_{k-1}: \boldsymbol{R}^{k-1}\times\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$,以及式(3)中定义的一组正光滑函数$\beta_1,\cdots,\beta_{k-1}$,使得

$$\dot{V}_{k-1} \leqslant -\frac{(n-k+2)}{a}\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 + a\tilde{\Theta}(\tau_{k-1} - \dot{\hat{\Theta}}) - y^2 + \bar{c}_{k-1}d_{k-1}|z_{k-1}||z_k| - \sum_{i=2}^{k-1}\frac{\partial W_i}{\partial \hat{\Theta}}(\tau_{k-1} - \dot{\hat{\Theta}}) + (k-1)\eta\|\omega\|^2. \tag{11}$$

其中:$\tau_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1}h_i(\bar{x}_i,\hat{\Theta})z_i^2$为确定的正光滑函数,$\bar{c}_{k-1}$为已知的正常数. 显然,当$k=2$时,式(11)即为(10). 这一步的目标是确定光滑函数$\beta_k(\bar{x}_k,\hat{\Theta})$. 取$V_k = V_{k-1} + W_k$,利用式(8)和(11),沿式(1)的解对时间求导可得

$$\dot{V}_k \leqslant \frac{(n-k+2)}{a}\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 + a\tilde{\Theta}(\tau_{k-1} - \dot{\hat{\Theta}}) + \sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial W_k}{\partial x_i}\dot{x}_i + \frac{\partial W_k}{\partial \hat{\Theta}}\dot{\hat{\Theta}} + z_k(d_kx_{k+1} + f_k + g_k\omega) - y^2 - \eta\|\omega\|^2 + k\eta\|\omega\|^2 - \sum_{i=2}^{k-1}\frac{\partial W_i}{\partial \hat{\Theta}}(\tau_{k-1} - \dot{\hat{\Theta}}) + \bar{c}_{k-1}d_{k-1}|z_{k-1}||z_k|. \tag{12}$$

首先,由假设1、式(4)和引理2可得

$$\bar{c}_{k-1}d_{k-1}|z_{k-1}||z_k| \leqslant a\Theta h_{k1}(\bar{x}_k)z_k^2 + \frac{1}{4a}\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2, \tag{13}$$

其中$h_{k1} = (\bar{c}_{k-1}\bar{\mu}_{k-1})^2$. 其次,存在正常数$\bar{c}_k$和正光滑函数$h_{k2}(\bar{x}_k,\hat{\Theta})$,满足不等式

$$z_k(d_kx_{k+1} + f_k + g_k\omega) \leqslant \frac{1}{2}d_kz_k\alpha_k + a\Theta h_{k2}z_k^2 + \frac{1}{4a}\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 - \frac{n}{a}z_k^2 + \bar{c}_kd_k|z_k||z_{k+1}| + \frac{\eta}{2}\|\omega\|^2. \tag{14}$$

再次,对于$i=1,2,\cdots,k$, 容易验证

$$\Big|\frac{\partial W_k}{\partial \chi_i}\Big| \leqslant |z_k|\Big|\frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \chi_i}\Big|. \tag{15}$$

因此,由式(5)、(15)、引理1和引理2可以看出

$$\sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial W_k}{\partial x_i}\dot{x}_i = \sum_{i=1}^{k-1}\frac{\partial W_k}{\partial x_i}(d_ix_{i+1} + f_i + g_i\omega) \leqslant |z_k|\sum_{i=1}^{k-1}\Big|\frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial x_i}\Big|(|d_ix_{i+1} + f_i| + \|g_i\|\|\omega\|) \leqslant a\Theta h_{k3}(\bar{x}_k,\hat{\Theta})z_k^2 + \frac{1}{4a}\sum_{i=1}^{k-1}z_i^2 + \frac{\eta}{2}\|\omega\|^2, \tag{16}$$

其中h_{k3}是光滑正函数. 令

$$h_k = h_{k1} + h_{k2} + h_{k3},\ \tau_k = \tau_{k-1} + h_kz_k^2.$$

引理2表明

$$\sum_{i=2}^{k-1}\frac{\partial W_i}{\partial \hat{\Theta}}h_kz_k^2 + \frac{\partial W_k}{\partial \hat{\Theta}}\tau_k \leqslant$$

$$a\bar{h}_k z_k^2 + \frac{k-1}{a} z_k^2 + \frac{1}{4a}\sum_{i=1}^{k-1} z_i^2,$$

其中$\bar{h}_k(\bar{x}_k, \hat{\Theta})$是光滑正函数. 选择

$$\beta_k = \frac{2}{\lambda_k}(h_k\sqrt{1+\hat{\Theta}^2} + \bar{h}_k),$$

将式(13)、(14)和(16)代入(12),有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_k \leqslant \\ &-\frac{(n-k+1)}{a}\sum_{i=1}^{k} z_i^2 + a\tilde{\Theta}(\tau_k - \dot{\hat{\Theta}}) - y^2 + \\ &k\eta\|\omega\|^2 + \bar{c}_k d_k |z_k||z_{k+1}| - \sum_{i=2}^{k}\frac{\partial W_i}{\partial\hat{\Theta}}(\tau_k - \dot{\hat{\Theta}}).\end{aligned}$$

上式对$k=n$仍然成立,其中$z_{n+1}=0$.

从上面的分析可以看出,一旦$\beta_1,\cdots,\beta_n$被适当选择,那么实际的自适应控制器便可构造如下:

$$\begin{cases} u(t) = \alpha_n = -\sum\limits_{i=1}^{n}\Big(\prod\limits_{j=i}^{n}\beta_j\Big)x_i, \\ \dot{\hat{\Theta}} = \tau_n = \sum\limits_{i=1}^{n} h_i\Big(x_i + \sum\limits_{j=1}^{i-1}\Big(\prod\limits_{l=j}^{i-1}\beta_l\Big)x_j\Big)^2. \end{cases} \tag{17}$$

令$\eta = \varepsilon^2/n$,有

$$\dot{V}_n + y^2 - \varepsilon^2\|\omega\|^2 \leqslant -\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{n} z_i^2, \tag{18}$$

其中$V_n(x,\tilde{\Theta}) = \sum\limits_{i=1}^{n} W_i + \frac{a}{2}\tilde{\Theta}^2$.

闭环系统由式(1)和(17)组成,文献[11]的定理2.1表明,对于$i=1,2,\cdots,n$,由于h_i,β_i,f_i,g_i,d_i和ω均为连续的非线性函数,对于$t_m>0$,闭环系统的状态在时间间隔$[0,\ t_m)$上有定义. 本文感兴趣的是$t_m=\infty$时的情况. 事实上,存在正常数c_{k1}和c_{k2},满足

$$c_{k1}|x_k - \alpha_{k-1}| \leqslant W_k \leqslant c_{k2}z_k^2,\ k=1,2,\cdots,n. \tag{19}$$

由式(19)容易证明函数V_n是正定的,且$\|[x,\tilde{\Theta}]^{\mathrm{T}}\| \to \infty, V_n(x,\tilde{\Theta}) \to \infty$. 此外,由式(8)有

$$\dot{V}_n(x(t),\tilde{\Theta}(t)) \leqslant \varepsilon^2\|\omega(t)\|^2,\ \forall t\in[0,t_m). \tag{20}$$

对上述不等式从0到t积分,由$\omega\in L_2$可以得到

$$\begin{aligned}&V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t)) \leqslant \\ &V_n(x(0),\tilde{\Theta}(0)) + \varepsilon^2\int_0^t \|\omega(s)\|^2\mathrm{d}s \leqslant \\ &V_n(x(0),\tilde{\Theta}(0)) + \varepsilon^2\int_0^\infty \|\omega(s)\|^2\mathrm{d}s < \infty.\end{aligned} \tag{21}$$

对于每个有限的$t, V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))$的上界是有限的,且只有当$t\to\infty$时,$V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))$趋于无穷大. 因此,闭环系统的状态不可能有一个有限的逃逸时间,下面利用反证法进行说明.

假设t_1为闭环系统状态的一个有限逃逸时间,则$t_1\in[0,t_m)$,使得$\lim\limits_{t\to t_1}\|[x(t),\tilde{\Theta}(t)]^{\mathrm{T}}\| \to \infty$,那么当$t\to t_1$时,$V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))\to\infty$,与上述分析矛盾. 因此$t_m=\infty$. 下面分两部分进行证明.

1) 当$\omega=0$时.

由式(21)可得$W_i\in L_\infty$且$\tilde{\Theta}\in L_\infty$. 又因为$\hat{\Theta}=\Theta-\tilde{\Theta}$,故$\hat{\Theta}\in L_\infty$. 注意到$W_1 = x_1^2/2$,容易得到$x_1\in L_\infty$. 因此连续函数$\beta_1$有界且$\hat{\Theta}\in L_\infty$,可得$\alpha_1 = -\beta_1(x_1,\hat{\Theta}), x_1\in L_\infty$.

考虑到式(19)和引理1,有

$$x_2 \leqslant |x_2-\alpha_1| + |\alpha_1| \leqslant W_2/c_{k1} + |\alpha_1| \in L_\infty.$$

类似地,可以证明$x_3\in L_\infty,\cdots,x_n\in L_\infty$. 由式(17)可知,$u\in L_\infty$. 由上述分析可知,闭环系统的状态$[x(t),\hat{\Theta}(t)]^{\mathrm{T}}$和控制输入$u(t)$在区间$[0,\infty)$上全局一致有界.

下面证明$\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=0$. 由式(20)可以看出$\dot{V}_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))\leqslant 0, V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))$单调非增且以零为下界,故$\lim\limits_{t\to\infty}V_n(x(t),\tilde{\Theta}(t))$存在且有限,有

$$0 \leqslant \int_0^\infty z_i^2(s)\mathrm{d}s \leqslant aV_n(x(0),\tilde{\Theta}(0)) < \infty. \tag{22}$$

$z_i\in L_2, i=1,2,\cdots,n$. 显然,由$x\in L_\infty$和$u\in L_\infty$可知$x_1\in L_2\bigcap L_\infty$且$\dot{x}_1\in L_\infty$. 由引理4可知$\lim\limits_{t\to\infty}x_1(t)=0$.

下面证明$\lim\limits_{t\to\infty}x_2(t)=0$. 因为$\beta_1\in L_\infty$,所以$\beta_1^2(x_1,\hat{\Theta})\leqslant\varXi$,其中$\varXi$是正常数. 再由引理1,可以推导出

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty x_2^2(s)\mathrm{d}s \leqslant \\ &2\int_0^\infty z_2^2(s)\mathrm{d}s + 2\varXi^2\int_0^\infty z_1^2(s)\mathrm{d}s < \infty,\end{aligned}$$

因此$x_2\in L_2$. 由引理4可知$\lim\limits_{t\to\infty}x_2(t)=0$,同样地,有$\lim\limits_{t\to\infty}x_i(t)=0, i=3,4,\cdots,n$,进而可得$\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=0$.

2) 当$\omega\neq0(\omega\in L_2)$时.

采用与1)相同的证明过程,可以断定在区间$[0,\infty)$上闭环系统的状态仍然是全局一致有界的,但是$x(t)$的收敛性由以下估计替换:

$$\begin{aligned}&\int_0^t |y(s)|^2\mathrm{d}s \leqslant \\ &\varepsilon^2\int_0^t \|\omega(s)\|^2\mathrm{d}s - \\ &\int_0^t \Big(\dot{V}_n(x(s),\tilde{\Theta}(s)) + \frac{1}{a}\sum_{i=1}^{n} z_i^2(s)\Big)\mathrm{d}s \leqslant \\ &\varepsilon^2\int_0^t \|\omega(s)\|^2\mathrm{d}s + \delta(x(0),\hat{\Theta}(0)),\end{aligned}$$

其中$\delta(x(0),\hat{\Theta}(0))=V_n(x(0),\tilde{\Theta}(0))$. □

注2 本文遇到的困难和处理方式如下: 1) 如文献[10]所述,即使系统(1)中不含未知参数,其ADD问题的解决也是非常困难的. 解决ADD问题的关键是当$\omega\neq 0$时,如何实现$g_i(t,x,u,\theta)\omega$与未知参数向量θ的解耦. 由于本文必须从g_i中同时分离θ和ω,解耦比文献[10]更加困难. 2) 证明$t_m=\infty$和$x(t)$收敛到零是非常困难的. 前者是由于存在外部扰动和未知参数,后者是由于强稳定性理论不适用于自适应镇定问题.

4 结 论

本文研究了一类不确定非线性系统的自适应扰动抑制问题,借助于自适应技术和连续占优方法,给出构造性的解. 在干扰存在的情况下,设计了一个自适应控制器保证系统的全局稳定性,并用L_2-L_{2p}增益以任意精度降低干扰对输出的影响.

参考文献(References)

[1] Qian C, Lin W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001,46(7): 1061-1079.

[2] Lin W, Qian C. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: The smooth feedback case[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(8): 1249-1266.

[3] Lin W, Qian C. Adaptive control of nonlinear parameterized systems: A nonsmooth feedback framework[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(5): 757-774.

[4] Polendo J, Qian C. A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently nonlinear systems via output feedback[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(7): 605-629.

[5] Sun Z, Liu Y. Adaptive stabilisation for a large class of high-order uncertain non-linear systems[J]. Int J of Control, 2009, 82(7): 1275-1287.

[6] Fu J, Ma R, Chai T. Global finite-time stabilization of a class of switched nonlinear systems with the powers of positive odd rational numbers[J]. Automatica, 2015, 54(4): 360-373.

[7] Sun Z, Xue L, Zhang K. A new approach to finite-time adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear system[J]. Automatica, 2015, 58(8): 60-66.

[8] Sun Z, Li T, Yang S. A unified time-varying feedback approach and its applications in adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2016, 70(8): 249-257.

[9] Shang F, Liu Y. Adaptive disturbance attenuation via output feedback for nonlinear systems with polynomial-of-output growth rate[J]. Int J of Control, 2014, 87(3): 600-611.

[10] Qian C, Lin W. Almost disturbance decoupling for a class of high-order nonlinear systems[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 2000, 45(6): 1208-1214.

[11] Hale J. Ordinary differential equations[M]. New York: John Wiley & Sons, 1980: 144-171.

[12] Khalil H. Nonlinear systems[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2002: 111-217.

[13] Krstić M, Kanellakopoulos I, Kokotović P. Nonlinear and adaptive control design[M]. New York: Wiley, 1995: 19-121.

[14] Zhu Y, Wen C, Su H, et al. Modular-based adaptive control of uncertain nonlinear time-varying systems with piecewise jumping parameters[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2014, 28(11): 1266-1289.

[15] Huang J, Wen C, Wang W, et al. Design of adaptive finite-time controllers for nonlinear uncertain systems based on given transient specifications[J]. Automatica, 2016, 69(7): 395-404.

作者简介

邵钰(1993−), 女, 博士生, 从事非线性控制、自适应控制、时滞系统的稳定性的研究, E-mail: yushao365smile@sohu.com;

孙宗耀(1979−), 男, 教授, 博士, 从事非线性控制、自适应控制、时滞系统的稳定性等研究, E-mail: sunzongyao@sohu.com;

蔡彬(1964−), 男, 教授, 博士, 从事非线性控制、风电机组磁悬浮偏航系统、 智能变换器等研究, E-mail: bincai1027@126.com;

陈智强(1987−), 男, 博士, 从事非光滑控制及齐次系统理论等研究, E-mail: ccchenevan@mail.ncku.edu.tw;

孟庆华(1977−), 男, 教授, 博士, 从事车辆检测与故障诊断、电动汽车、汽车电子等研究, E-mail: mengqinghua@hdu.edu.cn;

谭庆全(1980−), 男, 高级工程师, 博士, 从事非线性系统控制、 信息管理系统的研究与应用等研究, E-mail: tanqq@bjsies.cn.

(责任编辑:郑晓蕾)