

低渗透油井产能预测的灰建模

郭金海^{1†}, 李军亮², 杨 雪¹, 杨锦伟³

(1. 长江大学 信息与数学学院, 湖北 荆州 434023; 2. 长江大学 石油工程学院,
湖北 荆州 434023; 3. 平顶山学院 数学学院, 河南 平顶山 467000)

摘 要: 针对低渗透油井产能预测问题, 分析低渗透油井渗流的力学机理, 考虑启动压力梯度、应力敏感性和压裂增产措施的影响, 建立油井产量模型. 结合灰色特性建立油井产能预测灰色模型 (WPGM(1, 1)), 推导出模型的参数求解公式和模型的求解算法. 采用函数变换提高 WPGM(1, 1) 模型的精度, 并运用 WPGM(1, 1) 模型预测低渗透油井的产量. 实例分析表明, 所提出的算法和模型均可行且有效.

关键词: 低渗透油井; 产能预测; 灰色模型; 启动压力梯度; 压裂增产

中图分类号: N941.5

文献标志码: A

Grey modeling based on productivity prediction of low permeability wells

GUO Jin-hai^{1†}, LI Jun-liang², YANG Xue¹, YANG Jin-wei³

(1. School of Information and Mathematics, Yangtze University, Jingzhou 434023, China; 2. School of Petroleum Engineering, Yangtze University, Jingzhou 434023, China; 3. School of Mathematics Science, Pingdingshan University, Pingdingshan 467000, China)

Abstract: The problem of the productivity prediction of the low permeability wells is considered. By analyzing the seepage flow mechanics mechanism of low permeability wells, and considering the factors of threshold pressure gradient (TPG), stress sensitivity and fracturing stimulation, the production model of low permeability wells is established. The grey model of well productivity prediction (WPGM(1,1)) is obtained by using the grey theory, also the formula of parameters solution and the algorithm of solution of the model are derived. The accuracy of WPGM(1,1) model is improved by function transformation, and the output of low permeability wells is predicted by using the WPGM(1, 1) model. Numerical example analysis show that the proposed algorithm and model are feasible and effective.

Keywords: low permeability wells; productivity prediction; grey model; threshold pressure gradient; fracturing stimulation

0 引 言

全球约 38%、我国约 46% 油气属于以低渗透为主的油气资源^[1]. 低渗透油层的渗流规律具有非线性、渗透率非常数且存在启动压力梯度的特点, 具有很强的应力敏感性和非均质性, 开发时需采取一定的酸化压裂等改造措施才能获得一定的经济效益, 因此, 在对低渗透油井进行产能预测时需要考虑这些因素的影响.

低渗透油藏中, 原油的渗透规律不再符合经典的达西定律和相应的微分方程, 介质渗流时具有启动压力梯度, 只有当外加压力梯度大于拟启动压力梯度 (TPG) 时流体才能流动. Guo 等^[2] 基于低速非达西流模型, 对达西流和非达西流的模拟结果进行了综合

对比分析; Liu 等^[3] 同时考虑二次压力梯度项, 基于修正达西定律建立了具有阈值压力梯度的一维渗流问题的基本运动边界模型; Wang 等^[4] 得出了低速非达西流动由非线性流动部分和线性流动部分组成, 非线性流动部分从零压力梯度开始, 而不是从 TPG 开始, 在此基础上, 引入了非达西模型, 并通过拟合得到的实验数据导出了相关参数. 超低渗透率的主要特点是不满足达西定律, 最小启动压力梯度在超低渗流中广泛存在. Zeng 等^[5] 通过实验模拟和理论研究表明, 启动压力梯度与渗透率之间存在指数关系, 流体的高粘度是导致非线性渗流的主要因素. 低渗透油藏常伴有裂缝发育的特征, 这使得低渗透油藏应力敏感性程度更为强烈, 即对裂缝加压后再得以卸压, 渗

收稿日期: 2018-03-28; 修回日期: 2018-08-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11871118).

责任编委: 张国山.

[†]通讯作者. E-mail: xin3fei@21cn.com.

透率不能完全恢复到未施加压力前的渗透率. Li等^[6]通过对应力敏感系数和启动压力梯度的分析,建立了单相、油-水两相的非线性渗流模型; Huang等^[7]采用分形孔隙度和渗透率来描述复杂断裂网络的非均匀分布,考虑了裂缝的应力敏感性,建立了致密油藏的解析模型;史兴旺等^[8]考虑渗透率应力敏感变化规律和启动压力梯度特征,建立了双重介质孔隙模型的非线性渗流数学模型;柴汝宽等^[9]基于 Buckley-Leverett 方程,建立了基于油水两相启动压力梯度和应力敏感性的低渗透油藏油井产能模型. 低渗透油藏的地质特征决定了在开发时必须采取酸化压裂等改造措施后才具有一定经济效益的产能. 范志等^[10]对姬塬长8油藏40口油井压裂增产措施结果的分析表明,混合水体积压裂的增产效果最佳;孙广君等^[11]对吉林油田采取水力压裂工艺优化技术,增产效果明显且成功率高. 上述研究表明,压裂增产措施需针对油田的具体地质特征选取合适的优化技术. 灰色系统方法在低渗透油井产能预测中也得到了广泛的应用:刘义坤等^[12]结合残差修正GM(1,1)模型和等维信息模型,预测油田产量的变化;林德纯^[13]运用GM(1,2)模型对单调上升或单调下降的油井进行预测;Huang等^[14]运用最大熵原理确定权重,建立了灰色关联度模型,通过调整油井设备的参数提高油井的开采效率.

由于所建立的油井压降公式中参数众多,实际开采时难以全部获知所有的参数值;又因为建立油井压降模型的过程中对参数采用了近似替换,导致最终模型的参数存在不准确性. 油井“产量-压降”序列蕴含了采油过程中的渗流全过程和几乎所有的行为特征信息,油井“产量-压降”曲线构成特征和变化趋势反映了井底渗流的行为特征. 由油井压降模型出发得到灰色模型既考虑了低渗透油井渗流的普遍特性(参数未知),又考虑了具体油井的特征信息,从而建立的灰色模型能较好地预测油井产能.

本文首先分析低渗透油井的渗流力学机理,考虑启动压力梯度、应力敏感性和压裂增产措施,建立油井产量-压降模型;然后,运用非等间隔差分法建立油井产量的WPGM(1,1)模型,推导出各级参数和油井产量的计算公式;最后,以某低渗透油井“产量-压降”序列为例,采用本文方法预测低渗透油井产量,取得满意效果.

1 低渗透油井渗流特性的建模机理

低渗透油井的地质特征决定了其渗流与中高渗透油井不同,渗流规律和地质特征是影响产能的主

要因素. 分析产能影响因素是低渗透油井产能预测的基础,从低渗透油井的地质特征入手,剖析存在启动压力梯度的非达西渗流,分析变形介质应力敏感性对产能的影响,同时考虑压裂增产措施对产能的影响. 下面分别分析影响低渗透油井产量的3个主要因素:启动压力梯度、应力敏感性和压裂增产措施.

1.1 考虑启动压力梯度的非达西渗流特性分析

低渗透油层的渗透率低、渗流阻力大、液固界面与液液界面相互作用强、渗流规律不满足常规的达西定律,存在启动压力梯度,液体流动表现为非达西渗流. 当外加压力梯度大于拟启动压力梯度时,非达西渗流的近似方程^[15]为

$$v = -\frac{K}{\mu} \left(\frac{dp}{dr} - G \right). \quad (1)$$

其中: v 为流速(m/s), p 为压力(MPa), dp/dr 为外加压力梯度(Mpa/m), G 为拟启动压力梯度(MPa/m), K 为油层渗透率($10^{-3}\mu\text{m}^2$), μ 为原油粘度(mPa·s).

1.2 变形介质油井应力敏感性分析

在低渗透油井中,储层岩石骨架所受应力随地层压力的降低而增大,由此产生的弹塑性变形会使渗透率和孔隙度降低,对储层孔隙结构造成永久性损害,对油井产能产生不良影响. 渗透率越低,产生的应力敏感损害越严重,同时,储层孔隙变形具有塑性变形的特征,会形成不可逆转的伤害. 渗透率与有效应力呈指数变化关系^[15],可以表示为

$$K = K_e e^{-a_k(p_e - p)}. \quad (2)$$

其中: K_e 为初始渗透率($10^{-3}\mu\text{m}^2$), p_e 为地层原始压力(MPa), p 为压力(MPa), a_k 为渗透率变异系数(MPa^{-1}).

1.3 低渗透油井压裂增产措施分析

在低渗透油井开发中,需采取酸化压裂等增产措施以形成规模化的产能. 将附加压降 $p_s = p_e - p_{wf}$ 无因次化,得到表皮系数^[16]

$$S = \frac{Kh}{1.842 \times 10^{-3} q^{(1)} \mu B} p_s. \quad (3)$$

其中: S 为无因次表皮系数,绝对值的大小表明增产措施的效果, $S < 0$ 表示增产措施见效的程度; μ 为原油黏度(mPa·s); B 为原油体积系数; h 为油层厚度(m); $q^{(1)}$ 为恒定产量(m^3/d). $S > 0$ 时为污染井, $S < 0$ 时为增产井.

2 低渗透油井产能预测模型的建立

在建立产能预测模型时,由于低渗透油井地质特征决定了解在开发时需采取酸化压裂改造措施,油井稳定于产量 $q^{(1)}$ 一段时间后,考虑启动压力梯度、应

力敏感性和表皮效应等因素,将增产程度的变化与生产压差对应,结合非线性达西渗流公式建立低渗透油井产能预测模型.

2.1 低渗透油井产量压降模型的建立

当 $dp/dr > G$ 时,将产量 $q^{(1)} = 2\pi rhv$ 和渗透率与有效应力关系式(2)代入非线性渗流公式(1),得

$$\frac{q^{(1)}}{2\pi rh} = -\frac{K_e e^{-a_k(p_e-p)}}{\mu} \left(\frac{dp}{dr} - G \right).$$

设 $X = e^{a_k p}, X_e = e^{a_k p_e}$,得

$$\frac{dX}{dr} - a_k G X = -\frac{q^{(1)} \mu X_e a_k}{2\pi h K_e} \frac{1}{r}. \quad (4)$$

设 $A = \frac{a_k q^{(1)} \mu X_e}{2\pi h K_e}$,求得通解为

$$X(r) = \exp(a_k Gr) \{ A [\ln r - a_k Gr] + C \}. \quad (5)$$

由边界条件 $X(r = r_e) = X_e$ 得到解

$$X(r) = X_e \cdot \exp[a_k G(r - r_e)] - \exp(a_k Gr) \times A \left[\ln \frac{r_e}{r} - a_k G(r_e - r) \right]. \quad (6)$$

设

$$\Phi = 1 - \frac{a_k q^{(1)} \mu}{2\pi K_e h} \exp(a_k Gr_e) \times \left[\ln \frac{r_e}{r} - a_k G(r_e - r) \right],$$

将参数 A 代入式(6),得

$$p_e - p = -\frac{1}{a_k} \ln \Phi + G(r_e - r). \quad (7)$$

其中: r_e 为泄油半径(m), r_w 为井筒半径(m), p_{wf} 为井底流压(MPa). 供给边界处 $r = r_e, p = p_e$;井底处 $r = r_w, p = p_{wf}$.

采用工程制单位可得产量公式,设

$$\Phi_w = 1 - \frac{q^{(1)} \mu B a_k}{172.8\pi h K_e} \exp(a_k Gr_e) \times \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - a_k G(r_e - r_w) \right],$$

得到如下公式:

1) 变形介质非达西流下的油井压降公式

$$p_e - p_{wf} = -\frac{\ln \Phi_w}{a_k} + G(r_e - r_w); \quad (8)$$

2) 同时考虑表皮效应的油井压降公式^[16]

$$p_e - p_{wf} = -\frac{\ln \Phi_w}{a_k} + \frac{q^{(1)} \mu B S}{172.8\pi h K_e} + G(r_e - r_w). \quad (9)$$

2.2 低渗透油井微分方程模型的建立

模型中参量的近似处理以及测量中存在的误差会导致结果不准确,可以将这些参量设为未知量,建立低渗透油井微分方程模型. 式(8)为(9)中取表皮系数 $S = 0$ 的特殊情形,因此,只需同时考虑表皮效应

的油井压降公式(9). 设压降 $p_s = p_e - p_{wf}$,常数

$$c_1 = \frac{\mu B a_k}{172.8\pi h K_e} \exp(a_k Gr_e) \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - a_k G(r_e - r_w) \right],$$

$$c_2 = -\frac{1}{a_k}, c_3 = G(r_e - r_w), c_4 = \frac{\mu B S}{172.8\pi h K_e},$$

于是式(9)可化为

$$p_s = c_2 \ln(1 - c_1 q^{(1)}) + c_3 + c_4 q^{(1)}. \quad (10)$$

对压降 $p_s = p_e - p_{wf}$ 求导,得

$$(c_4 - c_1 c_2) \frac{dq^{(1)}}{dp_s} - c_1 c_4 \frac{dq^{(1)}}{dp_s} q^{(1)} + c_1 q^{(1)} = 1.$$

设常数

$$d_1 = -\frac{c_1 c_4}{c_4 - c_1 c_2}, d_2 = \frac{c_1}{c_4 - c_1 c_2}, d_3 = \frac{1}{c_4 - c_1 c_2}, \quad (11)$$

得到常微分方程

$$\frac{dq^{(1)}}{dp_s} + d_1 \frac{dq^{(1)}}{dp_s} q^{(1)} + d_2 q^{(1)} = d_3. \quad (12)$$

3 低渗透油井产量灰色模型

低渗透油井产能预测具有灰色系统建模的诸多特点:1) 少数据:数据采集困难且成本高,实测产油量数据少;2) 现实规律目标:根据油井产量与压降对应的序列预测未来产油量;3) 多角度:启动压力梯度、表皮效应、压力敏感效应;4) 最少信息准则:地面产油量与压降对应的序列. 低渗透油井产能预测的这些特点符合灰色建模的条件^[17],适合运用灰色系统方法建模来研究低渗透油井的产能预测.

低渗透油井实测压降和地面产量均为离散点列,由已知压降序列和对应产量序列求解微分方程(12)中的参数 d_1, d_2, d_3 ,需将该微分方程离散化,而灰色建模方法既能从模型上体现数据的离散性,又能从解的表达式上体现模型的连续性,因此,灰色建模方法为模型的求解提供了一种新的思路.

首先考虑影响低渗透油井产能的主要因素:启动压力梯度、应力敏感性和压裂增产措施,建立油井产能预测模型;然后结合灰色建模原理建立灰色非

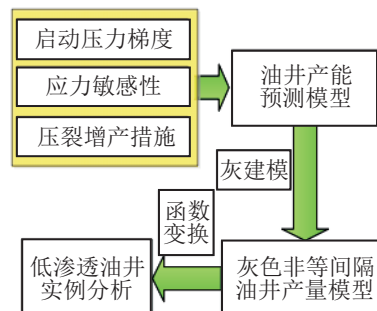


图1 低渗透油井产能预测灰色建模结构框图

等间隔油井产量模型;最后运用函数变换法提高模型的建模精度,并对低渗透油井进行实例分析.图 1 为低渗透油井产能预测灰色建模的结构框图.

3.1 低渗透油井产量灰色模型的建立

压降 p_s 为非等间隔序列, $q^{(1)}$ 为地面产量,对地面产量作累减变换表示单位压降的地面产量增加值,在此基础上建立油井产量灰色模型.

定义 1 设油井压降 $p_s = p_e - p_{wf}$, 对应油井地面产量为原始序列 $q^{(1)}$, 描述油井压降 $p_s(k)$ 所对应的油井地面产量 $q^{(1)}(k)$, $P_s = (p_s(1), p_s(2), \dots, p_s(n))$, 油井压降差为

$$\begin{aligned} \Delta P_s &= (\Delta p_s(1), \Delta p_s(2), \dots, \Delta p_s(n)), \\ \Delta p_s(1) &= p(1), \\ \Delta p_s(k) &= p_s(k) - p_s(k-1), \quad k = 2, \dots, n. \end{aligned}$$

图 2 给出了油井压降序列与油井压降差序列之间的变换关系.

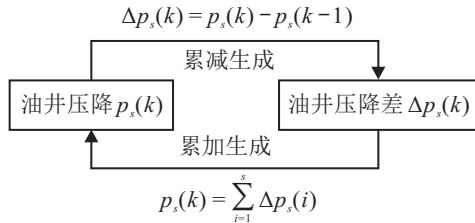


图 2 油井压降序列变换

定义 2 设 $Q^{(1)} = (q^{(1)}(1), q^{(1)}(2), \dots, q^{(1)}(n))$ 为油井地面产量, 则 $Q^{(1)}$ 的一次累减生成序列 $Q^{(0)} = (q^{(0)}(1), q^{(0)}(2), \dots, q^{(0)}(n))$ 为累减油井地面产量, 有

$$\begin{aligned} q^{(1)}(k) &= \sum_{i=1}^k q^{(0)}(i) \Delta p_s(k), \\ q^{(0)}(1) &= q(1), \\ q^{(0)}(k) &= \frac{q(k) - q(k-1)}{\Delta p_s(k)}, \quad k = 2, \dots, n. \end{aligned}$$

$z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n))$ 为 $Q^{(1)}$ 的均值生成序列, 其中

$$z^{(1)}(k) = \frac{q^{(1)}(k-1) + q^{(1)}(k)}{2}, \quad k = 2, \dots, n. \quad (13)$$

图 3 给出了油井地面产量序列与累减油井地面产量序列之间的变换关系.

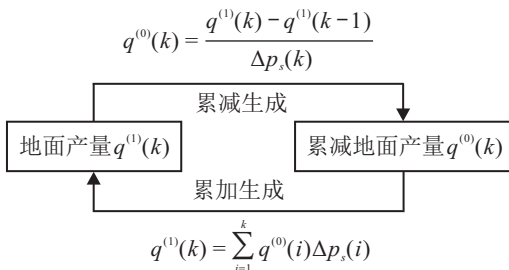


图 3 油井地面产量序列变换

定理 1 设油井地面产量为 $Q^{(1)}$, 则一次累减序列为 $Q^{(0)}$, 有

$$q^{(0)}(k) + d_1 q^{(0)}(k) z^{(1)}(k) + d_2 z^{(1)}(k) = d_3. \quad (14)$$

此模型即为油井产量的非等间隔灰色模型, 简记为 WPGM(1, 1) 模型, 其白化形式的微分方程为

$$\begin{cases} \frac{dq^{(1)}}{dp_s} + d_1 \frac{dq^{(1)}}{dp_s} q^{(1)} + d_2 q^{(1)} = d_3, \\ q^{(1)}(1) = q^{(0)}(1). \end{cases} \quad (15)$$

记

$$B = \begin{bmatrix} -q^{(0)}(2)z^{(1)}(2) & -z^{(1)}(2) & 1 \\ -q^{(0)}(3)z^{(1)}(3) & -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -q^{(0)}(n)z^{(1)}(n) & -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} q^{(0)}(2) \\ q^{(0)}(3) \\ \vdots \\ q^{(0)}(n) \end{bmatrix},$$

则参数 d_1, d_2, d_3 的最小二乘估计满足

$$\hat{D}_I = [d_1, d_2, d_3]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad (16)$$

证明 将数据代入 WPGM(1, 1) 模型(14), 得

$$\begin{cases} q^{(0)}(2) + d_1 q^{(0)}(2) z^{(1)}(2) + d_2 z^{(1)}(2) = d_3, \\ q^{(0)}(3) + d_1 q^{(0)}(3) z^{(1)}(3) + d_2 z^{(1)}(3) = d_3, \\ \vdots \\ q^{(0)}(n) + d_1 q^{(0)}(n) z^{(1)}(n) + d_2 z^{(1)}(n) = d_3. \end{cases}$$

对参数 d_1, d_2, d_3 的估计值, 用 $-d_1 q^{(0)}(k) z^{(1)}(k) - d_2 z^{(1)}(k) + d_3$ 代替 $q^{(0)}(k)$, 得到误差序列 $\varepsilon = Y - B \hat{D}_I$. 设

$$s = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - B \hat{D}_I)^T (Y - B \hat{D}_I) = \sum_{k=2}^n (q^{(0)}(k) + d_1 q^{(0)}(k) z^{(1)}(k) + d_2 z^{(1)}(k) - d_3)^2.$$

关于参数 d_1, d_2, d_3 求导, 有 $\left[\frac{\partial s}{\partial d_1}, \frac{\partial s}{\partial d_2}, \frac{\partial s}{\partial d_3} \right] = [0, 0, 0]$.

令 $S(i, j) = \sum_{k=2}^n [q^{(0)}(k)]^i [z^{(1)}(k)]^j, i, j \in \{0, 1, 2\}$, 得

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(2, 2) & S(1, 2) & -S(1, 1) \\ S(1, 2) & S(0, 2) & -S(0, 1) \\ -S(1, 1) & -S(0, 1) & n-1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -S(2, 1) \\ -S(1, 1) \\ S(1, 0) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

由 $Y = B\hat{D}_I$ 即可得到矩阵形式的最小二乘法解

$$B^T B \hat{D}_I = B^T Y, \hat{D}_I = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad \square$$

定理2 设 B, Y, D_I 如定理1中所述,则有:

1) 由式(17)得到系数 d_1, d_2, d_3 ,再由式(11)解得系数

$$c_1 = \frac{d_2}{d_3}, c_2 = -\frac{1}{d_2} - \frac{d_1 d_3}{d_2^2}, c_4 = -\frac{d_1}{d_2}; \quad (18)$$

2) 由初始条件确定式(10)中的常数 c_3 ,即

$$c_3 = p_s(1) - c_2 \ln(1 - c_1 q^{(1)}(1)) - c_4 q^{(1)}(1), \quad (19)$$

再由式(10)计算产量 $\hat{q}^{(1)}$ 关于压降 p_s 的表达式

$$p_s(k) = c_2 \ln(1 - c_1 \hat{q}^{(1)}(k)) + c_3 + c_4 \hat{q}^{(1)}(k); \quad (20)$$

3) 平均相对误差为

$$MAPE = \sum_{i=2}^n \frac{1}{n-1} \frac{|q^{(1)}(k) - \hat{q}^{(1)}(k)|}{|q^{(1)}(k)|}. \quad (21)$$

定理1推导了油井产量的非等间隔灰色模型参数求解公式(16),定理2给出了产量与压降之间的函数表达式(20),进而可以由压降计算对应的地面产量.

3.2 利用函数变换提高油井产量灰色模型的精度

在低渗透油井产能模型的基础上先建立灰非等间隔产能模型,通过对油井地面产量序列实施函数变换^[18]后再建模是一种简单而又有效提高建模精度的方法.若序列的级比 $\sigma \in (e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+1)})$,则适合灰色建模,提高序列的光滑度可以降低级比.提高单调递减序列光滑度的条件与降低单调递增序列光滑度的条件相同,Wei等^[19]给出了单调函数提高单调序列光滑度的充要条件.在此基础上,文献[20]将利

用单调递增和单调递减函数变换提高序列光滑度的充要条件进行了统一,给出了提高序列的光滑度和还原精度是对立的结论,两者不能同时达到.因此,需根据数据的特点选取合适的函数变换,提高模型还原后的最终精度.

4 实例分析

某低渗透油井的渗透率变异系数 $a_k = 0.079 \text{ MPa}^{-1}$,地层原始压力 $p_e = 17 \text{ MPa}$,产量 $q^{(1)*}$ 与井底流压 p_{wf} 之间的对应关系见表1.本节应用油井产量非等间隔灰色模型,结合函数变换提高模型精度并预测低渗透油井的产量.

表1 井底流压 p_{wf} 和地面产量 $q^{(1)*}$

指标	序号				
	1	2	3	4	5
$q^{(1)*}$	1.939	3.047	3.878	6.648	8.31
p_{wf}	13.5	12.78	12.42	10.62	8.82
p_s	3.50	4.22	4.58	6.38	8.18

指标	序号				
	6	7	8	9	10
$q^{(1)*}$	10.249	11.357	13.019	14.127	14.958
p_{wf}	7.02	5.76	3.6	1.44	0
p_s	9.98	11.24	13.40	15.56	17.00

地面产量 $q^{(1)*}$ 随着井底流压 p_{wf} 的降低(油井压降 $p_s = p_e - p_{wf}$ 的增加)逐步增加,但增速逐渐降低,井底流压 p_{wf} 为非等间隔序列.选取前8个数据计算,后2个数据作检验.选取函数变换为 $q^{(1)} = -\cos(\sqrt[3]{q^{(1)*} - 0.9})$,计算结果见表2.

表2 函数变换和逆变换还原后的结果

函数变换值		逆变换还原值		$H(q^{(1)*})$	GM(1, 1) 预测值	GM(1, 1)幂 预测值
实际值	预测值	实际值	预测值			
-0.5295	-0.5295	1.939	1.939	1.01	1.939	1.939
-0.2771	-0.2381	3.047	3.255	2.12	4.134	3.302
-0.1317	-0.1313	3.878	3.881	4.70	5.069	4.695
0.2187	0.2184	6.648	6.645	3.08	6.214	6.433
0.3698	0.4135	8.310	8.865	1.83	7.618	8.181
0.5106	0.5346	10.249	10.630	1.30	9.339	9.898
0.5778	0.5934	11.357	11.636	1.12	11.449	11.555
0.6640	0.6628	13.019	12.993	0.93	14.036	13.131
MAPE/%	5.36		3.49		14.11	4.63
0.7133	0.7067	14.127	13.971	0.83	17.207	14.166
0.7464	0.7269	14.958	14.459	0.76	21.095	15.270
MAPE*/%	1.77		2.22		31.42	1.18

文献[20]中定理9的结论是:还原精度提高的充要条件为

$$H(q^{(1)*}(k)) = \left| \frac{q^{(1)*} f'(q^{(1)*})}{f(q^{(1)*})} \right| > 1.$$

由表2中 $H(q^{(1)*}(k))$ 的值可得($k = 1$ 取为初值条件,误差为0):当 $1 < k \leq 7$ 时, $H(q^{(1)*}(k)) > 1$,模型还原精度提高;当 $k > 7$ 时, $H(q^{(1)*}(k)) < 1$,模型还原精度降低.这从实例上也佐证了文献[20]中定理9结论的正确性.从建模精度看,变换还原后的平均相对误差为3.49%,小于函数变换的平均相对误差5.36%,即函数变换还原后,建模精度有所提高.模拟精度略大于函数变换后的精度,但仍为高精度 $1 - 2.22\% = 97.78\%$.

从表2中相对误差可以看出,模型的拟合精度和预测精度均为一级($> 95\%$).运用GM(1,1)模型^[21]的建模误差为14.11%,预测误差达到了31.42%,均高于本文模型;运用GM(1,1)幂模型^[22](运用优化算法确定幂指数为 $\alpha = 0.61$)的建模误差为4.63%,预测误差为1.18%,建模误差高于本文模型,预测误差优于本文模型;WPGM(1,1)模型是从低渗透油井的渗流原理出发得到的模型,表明应用WPGM(1,1)模型预测油井产量是切实可行的.

由信息优先原理,越新的数据所包含的信息量越多.将最新的2个值加入原始序列 Q^* 中建立WPGM(1,1)模型,得到产量与压降之间的关系式

$$\begin{aligned} p_s(k) = & c_2 \ln(1 - c_1 \hat{q}^{(1)}(k)) + c_3 + c_4 \hat{q}^{(1)}(k) = \\ & - 5.8975 \ln(1 - 1.2114 \hat{q}^{(1)}(k)) + \\ & 5.1264 - 2.4479 \hat{q}^{(1)}(k), \end{aligned} \quad (22)$$

预测井底流压为 $p_{wf}(k)$ 时的产量 $\hat{q}^{(1)*}(k)$.求解过程为:将压降 $p_s(k) = 17 - p_{wf}(k)$ 代入式(22),求得 $\hat{q}^{(1)}(k)$.再利用函数逆变换

$$\hat{q}^{(1)*}(k) = 0.9 + (\arccos(-\hat{q}^{(1)}(k)))^3,$$

即可求得压降 $p_s(k) = 17 - p_{wf}(k)$ 所对应的产量 $\hat{q}^{(1)*}(k)$.

5 结论

本文考虑低渗透油井的非线性渗流特性,同时考虑启动压力梯度、应力敏感性和压裂增产措施,建立了油井压降模型.由于数据采集的特点,得到的压降数据为非等间隔的,运用非等间隔差分法建立油井产量的非等间隔WPGM(1,1)模型,推导出各级参数的求解公式和油井产量计算公式.以某低渗透油井“产

量-压降”序列为例,对低渗透油井产量 $q^{(1)}$ 选取适当的函数变换,运用油井产量的非等间隔WPGM(1,1)模型求解,模型精度达到了满意的效果.

建模过程中,采用变量替换时,模型的参数与实际问题中的参数存在对应关系,但是模型中计算出的参数可能与实际问题的参数存在较大的差异,如何更好地建立灰色模型参数与实际问题中参数的合理联系,这是有待改进的地方.灰色建模中函数变换的选取与实测数据具有很大的相关性,选取的原则是更好地提高模型的精度.如何针对已有数据选择合适的函数变换来提高模型的精度也是有待解决的问题.

参考文献(References)

- [1] 胡文瑞,魏漪,鲍敬伟.中国低渗透油气藏开发理论与技术进展[J].石油勘探与开发,2018,45(4):1-11.
(Hu WR, Wei Y, Bao JW. Developments of the theory and technology for low permeability reservoirs in China[J]. Petroleum Exploration and Development, 2018, 45(4): 1-11.)
- [2] Guo C H, Xu J C, Wei M Z, et al. Experimental study and numerical simulation of hydraulic fracturing tight sandstone reservoirs[J]. Fuel, 2015, 159(11): 334-344.
- [3] Liu W C, Yao J, Chen Z X, et al. Effect of quadratic pressure gradient term on a one-dimensional moving boundary problem based on modified Darcy's law[J]. Acta Mechanica Sinica, 2016, 32(1): 38-53.
- [4] Wang X K, James J Sheng. Effect of low-velocity non-Darcy flow on well production performance in shale and tight oil reservoirs[J]. Fuel, 2017, 190(2): 41-46.
- [5] Zeng B Q, Cheng L S, Li C L. Low velocity non-linear flow in ultra-low permeability reservoir[J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2012, 80(1): 1-6.
- [6] Li S Q, Cheng L S, Li X S, et al. Nonlinear seepage flow of ultralow permeability reservoirs[J]. Petroleum Exploration and Development, 2008, 35(5): 606-612.
- [7] Huang S, Yao Y D, Zhang S, et al. Pressure transient analysis of multi-fractured horizontal wells in tight oil reservoirs with consideration of stress sensitivity[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2018, 11(11): 1-7.
- [8] 史兴旺,杨正明,段小浪,等.低渗透碳酸盐岩油藏水驱油相似理论研究[J].油气地质与采收率,2018,25(1):82-89.
(Shi X W, Yang Z M, Duan X L, et al. Study on similarity theory of water flooding in low permeability carbonate reservoir[J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2018, 25(1): 82-89.)
- [9] 柴汝宽,刘月田,王俊强,等.基于两相启动压力梯度和应力敏感的油藏油井产能模型研究[J].西安石油大

- 学学报: 自然科学版, 2018, 33(3): 44-50.
(Chai R K, Liu Y T, Wang J Q, et al. Study on productivity model of oil well in low-permeability reservoirs based on twophase threshold pressure gradient and stress sensitivity[J]. Journal of Xi'an Shiyou University: Natural Science Edition, 2018, 33(3): 44-50.)
- [10] 范志, 焦宝, 陆雪皎, 等. 姬塬长8油藏油井压裂增产措施效果分析[J]. 石油化工应用, 2015, 34(12): 39-41.
(Fan Z, Jiao B, Lu X J, et al. Effect analysis of fracturing stimulation to Chang 8 oil well in Jiyuan area[J]. Petrochemical Industry Application, 2015, 34(12): 39-41.)
- [11] 孙广君, 马昕, 杜孝兰. 吉林油田压裂增产措施的适应性分析[J]. 油气井测试, 2015, 24(4): 62-64.
(Sun G J, Ma X, Du X L. Adaptability analysis of fracturing stimulation to Jilin oilfield[J]. Well Testing, 2015, 24(4): 62-64.)
- [12] 刘义坤, 孙娜, 文华. 大庆外围低渗透油田产量递减分形特征及预测[J]. 油气地质与采收率, 2008, 15(6): 80-82.
(Liu Y K, Sun N, Wen H. Fractal characteristics and grey model forecasting of production decline of peripheral low permeability oil field of daqing[J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2008, 15(6): 80-82.)
- [13] 林德纯. 灰色系统在预测递减阶段气井产量中的应用[J]. 重庆科技学院学报: 自然科学版, 2011, 13(4): 56-58.
(Lin D C. Application of grey mode in gas production prediction of decline stage[J]. Journal of Chongqing University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2011, 13(4): 56-58.)
- [14] Huang M T, Bu W R. Based on the grey relation analysis of low producing oil well production application[C]. The 3rd International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization. Chengdu: IEEE, 2012: 76-78.
- [15] 黄延章. 低渗透油层渗流机理[M]. 北京: 石油工业出版社, 1998: 80-92.
(Huang Y Z. Seepage mechanism of low permeability reservoir [M]. Beijing : Petroleum Industry Press, 1998: 80-92.)
- [16] 彭珏. 低渗透油藏多因素产能预测模型[J]. 重庆科技学院学报: 自然科学版, 2013, 15(3): 61-65.
(Peng J. Low permeability reservoir model of multi-factor productivity prediction[J]. Journal of Chongqing University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2013, 15(3): 61-65.)
- [17] 刘思峰, 谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 第6版. 北京: 科学出版社, 2013: 40-42.
(Liu S F, Xie N M. The theory and application of grey system[M]. 6th ed. Beijing: Science Press, 2013: 40-42.)
- [18] 钱吴永, 党耀国. 一种新型数据变换技术及其在GM(1,1)模型中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(12): 2879-2881.
(Qian W Y, Dang Y G. New type of data transformation and its application in GM(1,1) model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(12): 2879-2881.)
- [19] Wei Y, Zhang Y. A criterion of comparing the function transformations to raise the smooth degree of grey modeling data[J]. Journal of Grey System, 2007, 19(1): 91-98.
- [20] 郭金海, 肖新平, 杨锦伟. 函数变换对灰色模型光滑度和精度的影响[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1251-1256.
(Guo J H, Xiao X P, Yang J W. The effect on the grey model's smoothness and accuracy by using function transformation[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1251-1256.)
- [21] 荆科, 刘业政. GM(1, 1)模型的病态性问题再研究[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 869-874.
(Jing K, Liu Y Z. Study on the morbidity problem of GM(1, 1) model[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 869-874.)
- [22] 王俊芳, 罗党. 振荡序列的分数阶离散GM(1, 1)幂模型及其应用[J]. 控制与决策, 2017, 32(1): 176-180.
(Wang J F, Luo D. Fractional order discrete grey GM(1, 1) power model based on oscillation sequences and its application[J]. Control and Decision, 2017, 32(1): 176-180.)

作者简介

郭金海(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事灰色系统理论与应用等研究, E-mail: xin3fei@21cn.com;

李军亮(1978—), 男, 副教授, 从事系统控制和油气田开发等研究, E-mail: lijunliang01@163.com;

杨雪(1999—), 女, 本科生, 从事灰色系统应用的研究, E-mail: 272888672@qq.com;

杨锦伟(1983—), 男, 副教授, 从事灰色系统理论的研究, E-mail: youngjinwei@126.com.

(责任编辑: 李君玲)