

# 控制与决策

Control and Decision

## 一类非线性状态时滞系统的基于采样控制器的渐近稳定问题

王攀, 柴琳, 费树岷, 孟庆华

引用本文:

王攀, 柴琳, 费树岷, 等. 一类非线性状态时滞系统的基于采样控制器的渐近稳定问题[J]. 控制与决策, 2020, 35(5): 1143–1150.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0949>

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 高阶不确定非线性系统的线性自抗扰控制

Linear active disturbance rejection control for high-order nonlinear systems with uncertainty  
控制与决策. 2020, 35(2): 483–491 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0550>

### 高阶不确定非线性系统的线性自抗扰控制

Linear active disturbance rejection control for high-order nonlinear systems with uncertainty  
控制与决策. 2020, 35(2): 483–491 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0550>

### 带有时滞的区间不确定正系统的约束控制

Constraint control of interval uncertain positive system with delays  
控制与决策. 2018, 33(2): 366–370 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1534>

### 非线性时变时延系统的模糊采样最优控制

Fuzzy sampled-data optimal control for nonlinear systems with time-varying delay  
控制与决策. 2018, 33(11): 2069–2072 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0809>

### 气动加载系统的建模及非线性自抗扰控制

Pneumatic loading system modeling and nonlinear active disturbance rejection control  
控制与决策. 2017, 32(5): 906–912 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0169>

### 交互式凸组合的混合时滞不确定中立系统的稳定性

Stability of uncertain neutral system with mixed time delays based on reciprocally convex combination approach  
控制与决策. 2016, 31(6): 1105–1110 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0010>

### 一类不确定切换中立型系统的鲁棒滑模控制

Robust sliding mode control for a class of uncertain switched neutral systems  
控制与决策. 2016(3): 521–527 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1919>

### 基于T-S模糊模型的网络控制系统非脆弱 $\infty$ 跟踪控制

Non-fragile  $\infty$  tracking control for networked control systems based on T-S fuzzy model  
控制与决策. 2015(1): 110–116 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1264>

# 一类非线性状态时滞系统的基于采样控制器的渐近稳定问题

王攀<sup>1,2†</sup>, 柴琳<sup>1,2</sup>, 费树岷<sup>1,2</sup>, 孟庆华<sup>3</sup>

(1. 东南大学自动化学院, 南京 210096; 2. 东南大学复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 南京 210096; 3. 杭州电子科技大学机械工程学院, 杭州 310018)

**摘要:** 针对一类含有状态时滞的非线性系统, 利用采样控制方法研究其渐近稳定问题. 解决这一问题的关键在于对系统时滞的处理, 以及对由于采样方法而产生的状态增长误差进行估计. 由于所考虑的时滞是常时滞, 可以利用分割方法对系统时滞进行分割, 将时滞划分成与采样时间长度相同的数个时间区间, 并基于这种分割, 通过数学归纳法对系统状态增长误差进行估计. 通过坐标变换引入一个比例增益压制系统的非线性项, 然后设计含有比例增益的状态采样观测器和采样控制器, 结合非线性时滞系统的 Lyapunov 泛函方法分析闭环系统的稳定性, 最终确定比例增益和采样时间需要满足的条件, 以保证闭环系统的渐近稳定性. 最后通过数值例子表明所用研究方法以及所得研究结果是有效的.

**关键词:** 非线性时滞系统; 观测器; 采样控制; 归纳法; 比例增益; Lyapunov 函数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Asymptotic stability for a class of nonlinear systems with state time-delay based on sampled-data controller

WANG Pan<sup>1,2†</sup>, CHAI Lin<sup>1,2</sup>, FEI Shu-min<sup>1,2</sup>, MENG Qing-hua<sup>3</sup>

(1. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. School of Mechanical Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** This paper studies the problem of asymptotic stability for a class of nonlinear systems with state time-delay by using sampled-data control method. The key technology to solve this problem is the dispose of time-delay, as well as the error estimate of state growth which is resulted by using sampled-data methods. Since the time delay is a constant, it can be divided into several intervals which have the same length as the sampling period. Based on this division, a mathematical induction approach is proposed to estimate the state growth. A scaling gain is introduced by coordinate transformation to deal with the nonlinear terms of the system, and then the state observer and controller are designed, which contain the scaling gain via the sampled-data control method. Combined with the Lyapunov functional method of nonlinear time-delay systems, the stability of the closed-loop system is analyzed, and finally the appropriate scaling gain and sampling period are determined to guarantee the asymptotic stability of the closed-loop system. The numerical example verifies the availability of the method and the obtained results.

**Keywords:** nonlinear time-delay systems; observer; sampled-data control; inductive approach; scaling gain; Lyapunov function

## 0 引言

本文研究如下非线性时滞系统的渐近稳定问题:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= x_{i+1}(t) + f_i(x_1(t), \dots, x_i(t), x_1(t_\tau), \dots, \\ &\quad x_i(t_\tau)), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n(t) &= u(t) + f_n(x_1(t), \dots, x_n(t), \\ &\quad x_1(t_\tau), \dots, x_n(t_\tau)), \end{aligned}$$

$$y(t) = x_1(t),$$

$$x(\theta) = \phi(\theta), \quad -\tau \leq \theta \leq 0. \quad (1)$$

其中:  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbf{R}^n$  为系统状态;  $t_\tau = t - \tau, \tau > 0$  为常时滞;  $u(t) \in \mathbf{R}$  为系统输出, 且在采样和零阶保持器下进行离散时间的实现, 即

收稿日期: 2018-07-10; 修回日期: 2018-10-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473079); 江苏省“六大人才高峰”高层次人才计划项目(RJFW-001); 浙江省自然科学基金项目(LY16E050003).

责任编辑: 解学军.

†通讯作者. E-mail: panwangqf@126.com.

$$u(t) = u(t_k),$$

$$\forall t \in [t_k, t_{k+1}), t_k = kT, k = 0, 1, \dots \quad (2)$$

采样时刻  $t_k (k = 0, 1, \dots)$  为采样点,  $T$  为采样间隔;  $y(t) \in \mathbf{R}$  为系统输出; 时滞  $\tau$  可以被分成  $N$  个小区间且区间长度为  $T$ , 即  $\tau = NT$ ,  $N$  是正整数; 非线性项  $f_i(\cdot) (i = 1, 2, \dots, n)$  是未知函数;  $\phi(\theta)$  为系统的初始函数.

近年来, 类似于系统(1)的系统其各类镇定问题已在非线性控制领域得到了很好的研究<sup>[1-3]</sup>. 文献[1]证明了在下三角线性增长条件和线性状态反馈控制器作用下, 非线性时滞系统(1)是全局稳定的. 十几年后, 在同样的假设条件下, 为了解决全局输出反馈镇定问题, 文献[2]提出了输出反馈压制方法, 首次在不考虑非线性项的情况下设计了观测器, 然后在下三角线性增长条件下引入比例增益来压制非线性项. 近年来, 利用输出反馈研究非线性系统稳定性的研究成果大量涌现<sup>[4-9]</sup>.

时滞系统的稳定问题受到越来越多学者的关注, 很多有意义的研究成果已被提出<sup>[10-14]</sup>. 解决时滞系统最常用的方法是 Lyapunov-Krasovskii 泛函法. 文献[15]利用齐次压制法解决了一类不确定非线性时滞系统的全局输出反馈镇定问题. 为了解决系统(1)的全局稳定问题, 文献[16]设计了一个动态状态反馈控制率和自适应输出反馈控制器. 文献[17]在下三角增长条件下, 利用线性输出反馈控制器解决了系统(1)的半全局镇定问题. 基于文献[17]的研究成果和齐次压制法, 文献[18]得到了一个含有比例增益的齐次观测器和输出反馈控制器, 以实现系统(1)的半全局渐近稳定.

在实际工程中, 大部分控制器是利用计算机实现的, 这导致如何通过设计数字控制器来实现非线性系统的稳定成为学者们面临的又一个重要问题. 利用采样控制器解决非线性系统的稳定问题并不简单, 解决这类问题通常有3种方法: 第1种是根据非线性系统的离散时间逼近方法构建离散时间控制器<sup>[9]</sup>; 第2种是基于仿真方法, 利用离散化的连续时间控制器设计采样控制器. 对于非线性系统, 近似误差的存在是不可避免的, 因此第1种方法只能保证系统的局部和半全局稳定, 第2种方法可以通过选取适当的采样间隔保证某些非线性系统的全局稳定<sup>[20-21]</sup>, 这两种方法的前提条件是系统的所有状态都是可测的. 当系统并非全状态可测时, 文献[22]提出了一种利用采样输出反馈控制器解决非线性系统稳定问题的方法. 基于文献[22]中的方法和结果, 文献[23]考虑了

一类在零点处不可控不可观的非线性系统的全局镇定问题. 近年来, 学者们也得到了一些利用采样控制方法的有意义的研究成果<sup>[24-29]</sup>.

本文利用采样输出反馈控制解决一类满足下三角线性增长条件的非线性时滞系统的全局镇定问题. 通过坐标变换引入一个比例增益压制系统的非线性项; 然后设计含有比例增益的状态采样观测器和采样控制器, 结合非线性时滞系统的 Lyapunov 泛函方法分析闭环系统的稳定性, 最终确定比例增益和采样时间需要满足的条件, 以保证闭环系统的渐近稳定性; 最后通过数值例子表明所用研究方法以及所得研究结果是有效的.

## 1 问题描述及准备工作

本文的目标是设计采样输出反馈控制器

$$\chi(t_{k+1}) = \Gamma\chi(t_k) + \Phi y(t_k),$$

$$u(t) = u(t_k) = -K\chi(t_k),$$

$$\forall t \in [t_k, t_{k+1}), t_k = kT, k = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

使得系统(1)是全局渐近稳定的. 其中:  $\chi$  为系统状态,  $y$  为系统输出,  $u$  为控制输入,  $\Gamma$ 、 $\Phi$  为相应维数的矩阵,  $K = (k_1, k_2, \dots, k_n) \in \mathbf{R}^n$ .

为了更好地解决问题, 给出如下假设和引理.

**假设1** 非线性项  $f_i(\cdot) (i = 1, 2, \dots, n)$  和初始条件  $\phi(\theta)$  满足

$$\|f_i(x_1(t), \dots, x_i(t), x_1(t_\tau), \dots, x_i(t_\tau))\| \leq$$

$$c_{1i} \sum_{j=1}^i |x_j(t)| + c_{2i} \sum_{j=1}^i |x_j(t_\tau)|, \quad (4)$$

$$\|\phi(\theta)\| \leq m\|x(0)\|, \theta \in [-\tau, 0], \quad (5)$$

其中  $c_{1i} > 0$ 、 $c_{2i} > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 和  $m \geq 1$  是常数.

**引理1** 对于非线性时滞系统(1),  $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , 若初始条件满足式(5),  $x(t)$  满足

$$\|\dot{x}(t)\| \leq \alpha_1\|x(t)\| + \alpha_2\|x(t_k)\| + \alpha_3\|\phi(\theta)\|, \quad (6)$$

则当  $T$  充分小时, 存在  $0 < M_k(T) \leq \varepsilon$ , 使得

$$\|x(t) - x(t_k)\| \leq M_k(T)\|x(t_k)\|, \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (7)$$

其中:  $\varepsilon$  为任意正常数,  $N$  为固定的有界正整数,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  为正常数.

**证明** 利用归纳法证明此引理. 根据式(6), 利用 Gronwall-Bellman 不等式易知

$$\|x(t) - x(t_0)\| \leq (\alpha_1 + \alpha_2 + m\alpha_3)Te^{\alpha_1 T}\|x(t_0)\|, \quad (8)$$

$$\forall t \in [t_0, t_1);$$

$$\|x(t) - x(t_1)\| \leq (\alpha_1 + \alpha_2)Te^{\alpha_1 T}\|x(t_1)\| +$$

$$m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \|x(t_0)\|, \forall t \in [t_1, t_2]; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \|x(t) - x(t_k)\| \leq & (\alpha_1 + \alpha_2) T e^{\alpha_1 T} \|x(t_k)\| + m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \|x(t_0)\|, \\ & \forall t \in [t_k, t_{k+1}]. \end{aligned} \quad (10)$$

定义

$$\begin{aligned} M_0(T) = Q_0(T) &= (\alpha_1 + \alpha_2 + m\alpha_3) T e^{\alpha_1 T}, \\ Q_1(T) = (\alpha_1 + \alpha_2) T e^{\alpha_1 T}, & Q_2(T) = m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T}. \end{aligned}$$

可以发现,当 $T$ 非常小时, $Q_i(T) \rightarrow 0 (i = 0, 1, 2)$ . 由系统的连续性和不等式(8)可知

$$\|x(t_0)\| \leq \frac{1}{1 - M_0(T)} \|x(t_1)\|. \quad (11)$$

将式(11)代入(9),有

$$\|x(t) - x(t_1)\| \leq M_1(T) \|x(t_1)\|, \forall t \in [t_1, t_2]. \quad (12)$$

当 $T$ 充分小时,对于任意给定的正常数 $\varepsilon$ ,有

$$M_1(T) = Q_1(T) + \frac{Q_2(T)}{1 - M_0(T)} \leq \varepsilon.$$

结合式(12)和系统的连续性,可得

$$\|x(t_1)\| \leq \frac{1}{1 - M_1(T)} \|x(t_2)\|. \quad (13)$$

由式(11)和(13)可知 $x(t_0)$ 满足

$$\|x(t_0)\| \leq \frac{1}{(1 - M_0(T))(1 - M_1(T))} \|x(t_2)\|, \quad (14)$$

所以

$$\|x(t) - x(t_2)\| \leq M_2(T) \|x(t_2)\|, \forall t \in [t_2, t_3]. \quad (15)$$

当 $T$ 非常小时,有

$$M_2(T) = Q_1(T) + \frac{Q_2(T)}{(1 - M_0(T))(1 - M_1(T))} \leq \varepsilon.$$

假设下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \|x(t) - x(t_{k-1})\| &\leq M_{k-1}(T) \|x(t_{k-1})\|, \\ &\forall t \in [t_{k-1}, t_k]; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\|x(t_0)\| \leq \frac{1}{(1 - M_0(T)) \dots (1 - M_{k-2}(T))} \|x(t_{k-1})\|. \quad (17)$$

当 $T$ 充分小时,有

$$\begin{aligned} M_{k-1}(T) = & Q_1(T) + \frac{Q_2(T)}{(1 - M_0(T)) \dots (1 - M_{k-2}(T))} \leq \varepsilon. \end{aligned}$$

易知

$$\|x(t_{k-1})\| \leq \frac{1}{1 - M_{k-1}(T)} \|x(t_k)\|. \quad (18)$$

结合式(17)和(18),有

$$\|x(t_0)\| \leq \frac{1}{(1 - M_0(T)) \dots (1 - M_{k-1}(T))} \|x(t_k)\|. \quad (19)$$

因此有

$$\|x(t) - x(t_k)\| \leq M_k(T) \|x(t_k)\|, \forall t \in [t_k, t_{k+1}]. \quad (20)$$

当 $T$ 充分小时,有

$$\begin{aligned} M_k(T) = & Q_1(T) + \frac{Q_2(T)}{(1 - M_0(T)) \dots (1 - M_{k-1}(T))} \leq \varepsilon. \quad \square \end{aligned}$$

**注1** 利用采样控制解决非线性连续时滞系统控制问题的难点在于对状态误差的估计. 引理1提供了一种在采样控制器作用下的闭环系统的状态误差估计的方法.

**引理2** 令 $U$ 表示实数轴上的区间 $[a, \infty)$ 或 $[a, b)$ 或 $[a, b]$ ,其中 $a < b$ , $g(t)$ 、 $h(t)$ 、 $\rho(t)$ 是定义在 $U$ 上的实函数, $h(t)$ 和 $\rho(t)$ 是连续函数. 如果 $h(t)$ 是非负的且 $\rho(t)$ 满足

$$\rho(t) \leq g(t) + \int_t^b h(s)\rho(s)ds, \forall t \in U, \quad (21)$$

则有

$$\rho(t) \leq g(t) + \int_t^b g(s)h(s)e^{\int_t^s h(r)dr}ds, \forall t \in U. \quad (22)$$

**证明** 记

$$\varrho(s) = e^{-\int_s^b h(r)dr} \int_s^b h(r)\rho(r)dr, s \in U. \quad (23)$$

计算 $\varrho(s)$ 的导数

$$\dot{\varrho}(s) = -\left(\rho(s) - \int_s^b h(r)\rho(r)dr\right)h(s)e^{-\int_s^b h(r)dr}. \quad (24)$$

由不等式(21)可得

$$\rho(s) - \int_s^b h(r)\rho(r)dr \leq g(s). \quad (25)$$

式(24)和(25)表明下述不等式成立:

$$-\dot{\varrho}(s) \leq g(s)h(s)e^{-\int_s^b h(r)dr}. \quad (26)$$

根据 $\varrho(b) = 0$ ,对上述不等式两端进行积分,得到

$$\varrho(t) \leq \int_t^b g(s)h(s)e^{-\int_s^b h(r)dr}ds. \quad (27)$$

由式(23)和(27)可以发现

$$\int_t^b h(s)\rho(s)ds \leq \int_t^b g(s)h(s)e^{\int_t^s h(r)dr}ds. \quad (28)$$

因此,不等式(22)成立.  $\square$

**注2** 引理2与Gronwall-Bellman不等式的区别在于:在Gronwall-Bellman不等式中积分区间为 $[a, t]$ ,引理2的积分区间是 $[t, b]$ ,二者只是积分区间不同,证明过程类似.

**引理3** 对于非线性时滞系统(1), $\tau = NT > 0$ ,这里 $N$ 是一个固定的有界正整数, $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$ , $k = 0, 1, \dots, N - 1, \theta \in [-\tau, 0]$ . 如果初始条件 $\phi(\theta)$ 满足式(5)且 $x(t)$ 满足(6),则存在 $\zeta_N(m)$ 使得

$$\|x(t)\| \leq \zeta_N(m) \|x(\tau)\|, \forall t \in [0, \tau), \quad (29)$$

其中 $\zeta_N(m) > 0$ 与 $m, N$ 有关.

**证明** 证明过程类似于引理1的证明,同样利用归纳法.由式(6)和引理2可知

$$\|x(t) - x(t_1)\| \leq (\alpha_1 T \|x(t_1)\| + \alpha_2 T \|x(t_0)\| + m\alpha_3 T \|x(t_0)\|) e^{\alpha_1 T}, \quad (30)$$

$$\forall t \in [t_0, t_1];$$

$$\|x(t) - x(t_2)\| \leq (\alpha_1 T \|x(t_2)\| + \alpha_2 T \|x(t_1)\| + m\alpha_3 T \|x(t_0)\|) e^{\alpha_1 T}, \quad (31)$$

$$\forall t \in [t_1, t_2];$$

$$\|x(t) - x(t_3)\| \leq (\alpha_1 T \|x(t_3)\| + \alpha_2 T \|x(t_2)\| + m\alpha_3 T \|x(t_0)\|) e^{\alpha_1 T}, \quad (32)$$

$$\forall t \in [t_2, t_3];$$

$$\|x(t) - x(t_{k+1})\| \leq (\alpha_1 T \|x(t_{k+1})\| + \alpha_2 T \|x(t_k)\| + m\alpha_3 T \|x(t_0)\|) e^{\alpha_1 T}, \quad (33)$$

$$\forall t \in [t_k, t_{k+1}].$$

由式(30)可以得到

$$\|x(t_0)\| \leq \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T}} \|x(t_1)\| =: \eta_1(m) \|x(t_1)\|, \quad (34)$$

其中  $\eta_1(m) = \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T}}$ . 因此有

$$\|x(t)\| \leq [1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T} + (\alpha_2 + m\alpha_3) T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m)] \|x(t_1)\| =: \zeta_1(m) \|x(t_1)\|, \quad \forall t \in [t_0, t_1]. \quad (35)$$

不等式(31)和(34)表明

$$\|x(t_1)\| \leq \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m)} \|x(t_2)\| =: \eta_2(m) \|x(t_2)\|, \quad (36)$$

其中

$$\eta_2(m) = \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m)}.$$

由式(34)和(36)容易得出

$$\|x(t_0)\| \leq \eta_1(m) \eta_2(m) \|x(t_2)\|. \quad (37)$$

不等式(31)、(36)和(37)表明

$$\|x(t)\| \leq [1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T} + \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} \eta_2(m) + m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \eta_2(m)] \|x(t_2)\| =: \zeta_2(m) \|x(t_2)\|, \quad \forall t \in [t_1, t_2]. \quad (38)$$

结合式(32)和(37),有

$$\|x(t_2)\| \leq$$

$$\frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \eta_2(m)} \|x(t_3)\| =: \eta_3(m) \|x(t_3)\|, \quad (39)$$

其中

$$\eta_3(m) = \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \eta_2(m)}.$$

因此有

$$\|x(t_0)\| \leq \eta_1(m) \eta_2(m) \eta_3(m) \|x(t_3)\|. \quad (40)$$

进而,由式(32)、(39)和(40)可知

$$\|x(t)\| \leq [1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T} + \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} \eta_3(m) + m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \eta_2(m) \eta_3(m)] \|x(t_3)\| =: \zeta_3(m) \|x(t_3)\|, \quad \forall t \in [t_2, t_3]. \quad (41)$$

假设不等式

$$\|x(t_k)\| \leq \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \dots \eta_k(m)} \|x(t_{k+1})\| =: \eta_{k+1}(m) \|x(t_{k+1})\|.$$

其中

$$\eta_{k+1}(m) = \frac{1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T}}{1 - \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} - m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \dots \eta_k(m)},$$

$$\|x(t_0)\| \leq \eta_1(m) \dots \eta_{k+1}(m) \|x(t_k)\|, \quad (43)$$

进而有

$$\|x(t)\| \leq [1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T} + \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} \eta_{k+1}(m) + m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \dots \eta_{k+1}(m)] \|x(t_{k+1})\| =: \zeta_{k+1}(m) \|x(t_{k+1})\|, \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}]. \quad (44)$$

取  $k = N - 1$ ,则有

$$\|x(t)\| \leq [1 + \alpha_1 T e^{\alpha_1 T} + \alpha_2 T e^{\alpha_1 T} \eta_N(m) + m\alpha_3 T e^{\alpha_1 T} \eta_1(m) \dots \eta_N(m)] \|x(t_N)\| =: \zeta_N(m) \|x(t_N)\|, \quad \forall t \in [t_{N-1}, t_N]. \quad (45)$$

式(45)表明  $\forall t \in [0, \tau]$ , 不等式(29)成立.  $\square$

**注3** 近年来,采样控制方法也被利用到非线性时滞系统,然而,在现有的研究结果中,采样间隔的选取受到很大限制,通常被取为与时滞相等,这与实际工程应用是不相符的.引理3解决了这一问题,这也是本文的创新点之一,采样时间没有必要一定与时滞相等,使得本文所提出的方法和参数更具有实用性.

## 2 主要结论

利用采样控制解决系统(1)的全局渐近稳定问题.为了实现目标,需要设计如式(3)的采样输出反馈控制器.下面给出定理及其证明.

**定理1** 对于非线性时滞系统(1),如果系统满足假设1,则在采样输出反馈控制器(3)的作用下,系统(1)是全局渐近稳定的.

分4步证明此定理:1)系统(1)在坐标变换下可以转化为一个与之等价的系统;2)在只有输出可测的情况下设计离散时间观测器;3)基于离散时间观测器构建采样输出反馈控制器;4)分析在采样输出反馈控制器作用下的闭环系统的稳定性.

**2.1 对系统(1)的预处理**

定义如下的坐标变换:

$$z_i(t) = \frac{x_i(t)}{L^{i-1}}, i = 1, 2, \dots, n, v(t) = \frac{u(t)}{L^n}, \quad (46)$$

其中  $L \geq 1$  为待定的比例增益. 在上述坐标变换作用下,非线性时滞系统(1)转化为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) &= Lz_{i+1}(t) + \bar{f}_i(z_1(t), \dots, z_i(t), z_1(t_\tau), \dots, z_i(t_\tau)), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{z}_n(t) &= Lv(t) + \bar{f}_n(z_1(t), \dots, z_n(t), z_1(t_\tau), \dots, z_n(t_\tau)), \\ y(t) &= z_1(t), z(\theta) = \bar{\phi}(\theta), \quad -\tau \leq \theta \leq 0, \end{aligned} \quad (47)$$

其中  $\bar{f}_i(\cdot) = f_i(\cdot)/L^{i-1}, i = 1, 2, \dots, n$ . 由于  $L \geq 1$ , 假设1等价于如下假设.

**假设2** 对于系统(47),非线性项  $\bar{f}_i(\cdot) (i = 1, 2, \dots, n)$  和初始函数  $\bar{\phi}(\theta)$  满足下列不等式

$$\begin{aligned} |\bar{f}_i(z_1(t), \dots, z_i(t), z_1(t_\tau), \dots, z_i(t_\tau))| &\leq \\ c_{1i} \sum_{j=1}^i |z_j(t)| + c_{2i} \sum_{j=1}^i |z_j(t_\tau)|, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\|\bar{\phi}(\theta)\| \leq m\|z(0)\|, \theta \in [-\tau, 0]. \quad (49)$$

定义

$$\begin{aligned} z(t) &= \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_n(t) \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T, F = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(\cdot) \\ \bar{f}_2(\cdot) \\ \vdots \\ \bar{f}_n(\cdot) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (50)$$

系统(47)转化为

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= LAz(t) + LBv(t) + F, \\ y(t) &= Dz(t). \end{aligned} \quad (51)$$

**2.2 离散时间观测器设计**

在只有输出可测的情况下,设计如下观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_i(t) &= L\hat{z}_{i+1}(t) + L\lambda_i(z_1(t_k) - \hat{z}_1(t)), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{\hat{z}}_n(t) &= Lv(t_k) + L\lambda_n(z_1(t_k) - \hat{z}_1(t)), \\ & \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (52)$$

记  $\hat{z}(t) = [\hat{z}_1(t), \dots, \hat{z}_n(t)]^T, \lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^T, \hat{A} = A - \lambda D$ , 系统(52)可以写为

$$\dot{\hat{z}}(t) = L\hat{A}\hat{z}(t) + LBv(t_k) + L\lambda z_1(t_k). \quad (53)$$

观测器(53)等价于离散时间系统

$$\hat{z}(t_{k+1}) = \Theta_1\hat{z}(t_k) + \Theta_2v(t_k) + \Theta_3z_1(t_k). \quad (54)$$

其中

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= e^{L\hat{A}T}, \Theta_2 = \int_0^T e^{L\hat{A}s} ds LB, \\ \Theta_3 &= L\lambda \int_0^T e^{L\hat{A}s} ds. \end{aligned}$$

控制器  $v(t_k)$  具有形式  $v(t_k) = -K\hat{z}(t_k)$ ,  $K$  将在下一部分中定义,系统(54)变为

$$\hat{z}(t_{k+1}) = \Theta_4\hat{z}(t_k) + \Theta_3y(t_k), \quad (55)$$

其中  $\Theta_4 = \Theta_1 - \Theta_2K$ . 观测器(53)与(55)具有相同的估计  $\hat{z}(t_k)$ . 事实上,可以利用离散时间观测器(55)构建输出反馈控制器(3). 为简单起见,在后面的研究中将利用观测器(53).

**2.3 采样输出反馈控制器设计**

设计基于状态估计  $\hat{z}(t_k)$  的采样控制器

$$\begin{aligned} v(t) = v(t_k) &= -K\hat{z}(t_k) = \\ & -k_1\hat{z}_1(t_k) - \dots - k_n\hat{z}_n(t_k), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}), \end{aligned} \quad (56)$$

其中  $K = [k_1, \dots, k_n], k_i > 0 (i = 1, \dots, n)$  为多项式  $p_2(s) = s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_2 s + k_1$  的系数.

将式(56)代入(51)和(53),可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{\hat{z}}(t) \end{bmatrix} &= L \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} - L \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} K\hat{z}(t_k) + \\ & L \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix} z_1(t_k) + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (57)$$

定义  $Z(t) = [z(t) \ \hat{z}(t)]^T$ , 结合  $\hat{z}(t_k) = \hat{z}(t) + \hat{z}(t_k) - \hat{z}(t)$  和  $z_1(t_k) = Dz(t) + D(z(t_k) - z(t))$ , 系统(57)可写为

$$\begin{aligned} \dot{Z}(t) &= L \begin{bmatrix} A & -BK \\ \lambda D & \hat{A} - BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} + \\ & L \begin{bmatrix} 0 & BK \\ -\lambda D & BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) - z(t_k) \\ \hat{z}(t) - \hat{z}(t_k) \end{bmatrix}, \\ & \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (58)$$

令  $\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ \lambda D & \hat{A} - BK \end{bmatrix}$ , 由于  $\hat{A} = A - \lambda D$  和  $A - BK$  是 Hurwitz 的,  $\mathcal{A}$  是 Hurwitz 的, 即存在正定矩阵  $P = P^T \in \mathbf{R}^{2n \times 2n} > 0$ , 使得  $\mathcal{A}^T P + P \mathcal{A} = -I$ .

2.4 闭环系统(58)的稳定分析

选取如下 Lyapunov 函数:

$$V(Z(t)) = Z^T(t)PZ(t) + \int_{t_\tau}^t Z^T(s)QZ(s)ds, \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (59)$$

其中  $P^T = P$  和  $Q$  是正矩阵. Lyapunov 函数  $V(Z(t))$  沿系统(58)的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(Z(t)) = & -L\|Z(t)\|^2 + 2Z^T(t)P \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} + \\ & 2LZ^T(t)P \begin{bmatrix} 0 & BK \\ -\lambda D & BK \end{bmatrix} (Z(t) - Z(t_k)) + \\ & Z^T(t)QZ(t) - Z^T(t_\tau)QZ(t_\tau). \end{aligned} \quad (60)$$

由式(48)可知

$$\|F\| \leq \bar{c}_1 \|Z(t)\| + \bar{c}_2 \|Z(t_\tau)\|. \quad (61)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = c_1 \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}, \quad c_1 = \max_{i=1,2,\dots,n} \{c_{1i}\}; \\ \bar{c}_2 = c_2 \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}, \quad c_2 = \max_{i=1,2,\dots,n} \{c_{2i}\}. \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} \left\| 2Z^T(t)P \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \right\| \leq (2\bar{c}_1 + \bar{c}_2)\lambda_{\max}(P)\|Z(t)\|^2 + \\ \bar{c}_2\lambda_{\max}(P)\|Z(t_\tau)\|^2, \end{aligned} \quad (62)$$

其中  $\lambda_{\max}(P)$  为矩阵  $P$  的最大特征值.

对式(60)右端的  $Z(t) - Z(t_k)$  项进行估计. 对于  $0 \leq t \leq \tau$  和  $T = \tau/N, N \geq 1$ , 不等式(58), (61)表明

$$\|\dot{Z}(t)\| \leq d_1 \|Z(t)\| + d_2 \|Z(t_k)\| + d_3 \|\bar{\phi}(\theta)\|,$$

即若选取

$$\begin{aligned} d_1 = L \left\| \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \hat{A} \end{bmatrix} \right\| + \bar{c}_1, \\ d_2 = L(\|\lambda\| + \sqrt{2}\|K\|), \quad d_3 = \bar{c}_2, \end{aligned}$$

则满足引理1条件. 由引理1可知存在函数  $\delta(T)$  使得

$$\begin{aligned} \|Z(t) - Z(t_k)\| \leq \delta(T)(\|Z(t) - Z(t_k)\| + \|Z(t)\|), \\ \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (63)$$

对于任意给定的正常数  $\varepsilon$ , 当  $T$  充分小时,  $\delta(T) \leq \varepsilon$ . 因此有

$$\begin{aligned} \|Z(t) - Z(t_k)\| \leq \frac{\delta(T)}{1 - \delta(T)} \|Z(t)\|, \\ \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (64)$$

由此可得

$$\begin{aligned} & -2LZ^T(t)P \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} K(\hat{z}(t_k) - \hat{z}(t)) + \\ & 2LZ^T(t)P \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix} D(z(t_k) - z(t)) \leq \\ & 2L\lambda_{\max}(P) \left( \left\| \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} \right\| \|K\| + \left\| \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix} \right\| \|D\| \right) \cdot \\ & \|Z(t)\| \|Z(t) - Z(t_k)\| \leq \\ & 2L\lambda_{\max}(P) \left( \left\| \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} \right\| \|K\| + \left\| \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda \end{bmatrix} \right\| \|D\| \right) \cdot \\ & \frac{\delta(T)}{1 - \delta(T)} \|Z(t)\|^2, \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \end{aligned} \quad (65)$$

将式(62)和(65)代入(60), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(Z(t)) \leq & - \left[ L - (2\bar{c}_1 + \bar{c}_2 + 2L(\sqrt{2}\|K\| + \|\lambda\|)) \right. \\ & \left. \frac{\delta(T)}{1 - \delta(T)} \lambda_{\max}(P) - \lambda_{\max}(Q) \right] \|Z(t)\|^2 - \\ & (\lambda_{\min}(Q) - \bar{c}_2\lambda_{\max}(P)) \|Z(t_\tau)\|^2, \\ & \forall t \in [t_k, t_{k+1}), \end{aligned} \quad (66)$$

其中  $\lambda_{\max}(Q)$  和  $\lambda_{\min}(Q)$  分别为  $Q$  的最大和最小特征值. 通过选取适当的  $P$  和  $Q$ , 可以得到  $\lambda_{\min}(Q) - \bar{c}_2\lambda_{\max}(P) > 0$ . 选取适当的  $T$ , 使得

$$\delta(T) < \frac{1}{4(\sqrt{2}\|K\| + \|\lambda\|)\lambda_{\max}(P) + 1}. \quad (67)$$

因此有

$$\begin{aligned} \dot{V}(Z(t)) \leq & - \left( L - \frac{1}{2}L - (2\bar{c}_1 + \bar{c}_2)\lambda_{\max}(P) - \right. \\ & \left. \lambda_{\max}(Q) \right) \|Z(t)\|^2. \end{aligned} \quad (68)$$

在条件  $T = \tau/N$  下, 对于给定的  $\tau$ , 取

$$L > \max\{1, 2(2\bar{c}_1 + \bar{c}_2)\lambda_{\max}(P) + 2\lambda_{\max}(Q)\}. \quad (69)$$

由式(68)和(69)可知, 对于  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , 若  $Z(t_k) \neq 0, Z(t_k - \tau) \neq 0$ , 则  $\dot{V}(Z(t)) < 0, \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ . 下面验证  $V(Z(t_{k+1})) < V(Z(t_k))$ . 事实上, 由  $V(Z(t))$  的连续性和  $\dot{V}(Z(t)) < 0$  可知, 对于任何序列  $\{t_n\} \subset \left[ \frac{t_k + t_{k+1}}{2}, t_{k+1} \right)$ , 有  $\dot{V}(Z(t_n)) < 0$ . 取递增子序列  $\{t_{jn}\} \subset \{t_n\}, \lim_{j \rightarrow \infty} t_{jn} = t_{k+1}$ , 显然有

$$\begin{aligned} \{t_{jn}\} \subset \left[ \frac{t_k + t_{k+1}}{2}, t_{k+1} \right), \\ V(Z(t_k)) > V\left(Z\left(\frac{t_k + t_{k+1}}{2}\right)\right) \geq V(Z(t_{jn})). \end{aligned}$$

对上述不等式两端同时取极限, 可得  $V(Z(t_{k+1})) < V(Z(t_k))$ .

**注4** 式(63)~(68)是在区间 $t \in [0, \tau]$ 上得到的结论.  $\forall t \in [\tau, 2\tau)$ , 状态轨迹依赖于时间区间 $[0, \tau]$ 上的状态响应, 而这个状态响应又依赖于初始条件 $\phi(\theta)$ . 由于 $\phi(\theta)$ 满足假设1中的条件(5), 因此若 $x(t), \forall t \in [0, \tau]$ 满足 $\|x(t)\| \leq m^* \|x(\tau)\|$ , 这里 $m^* \geq 1$ 是常数, 则结论(63)~(68)在时间区间 $t \in [\tau, 2\tau)$ 上也成立.

由引理3和 $x(t)$ 的连续性可知

$$\|x(t)\| \leq \zeta_N(m) \|x(\tau)\|, \forall t \in [0, \tau), \quad (70)$$

符合假设1中的条件(5), 因此重复式(63)~(68)的过程. 这里, 条件(70)中的 $x(t)$ 与假设1中的 $\phi(\theta)$ 等价.

类似式(63)~(68), 可得当 $t \in [\tau, 2\tau)$ 时,  $\dot{V}(Z(t)) < 0$ . 利用递推法有 $\dot{V}(Z(t)) < 0, \forall t \in [i\tau, (i+1)\tau), i = 0, 1, \dots$ , 即 $\dot{V}(Z(t)) < 0, \forall t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, \dots, N-1, N, N+1, \dots$ , 因此, 系统1在采样输出反馈控制器(3)作用下是全局渐近稳定的.

### 3 数值例子

考虑如下2维非线性时滞系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + 0.2 \sin x_1(t) + 0.5 \cos x_1(t)x_1(t - \tau), \\ \dot{x}_2(t) &= u(t) + 0.3 \sin x_1(t)x_1(t) + 0.5x_2(t) + \\ &\quad 0.2x_1(t - \tau) + 0.4x_2(t - \tau), \\ y(t) &= x_1(t), \quad x(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [-\tau, 0]. \end{aligned} \quad (71)$$

可以验证系统(71)满足假设1. 下面证明 $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$ , 采样控制器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1(t) &= L\hat{z}_2(t) + L\lambda_1(z_1(t_k) - \hat{z}_1(t)), \\ \dot{\hat{z}}_2(t) &= Lv(t_k) + L\lambda_2(z_1(t_k) - \hat{z}_1(t)), \\ v(t_k) &= -k_1\hat{z}_1(t_k) - k_2\hat{z}_2(t_k) \end{aligned} \quad (72)$$

可以全局镇定系统(71). 选取 $\tau = 1$  s,  $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 6, k_1 = 3.5, k_2 = 5, L = 3, N = 50$ , 采样间隔为 $T = 0.02$  s. 对于 $-1 \leq t \leq 0$ , 初始函数取为

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 \cos t \\ -1.5 \cos t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \cos t \\ 0.6 \cos t \end{bmatrix}. \quad (73)$$

仿真结果如图1~图3所示. 图1和图2为状态响

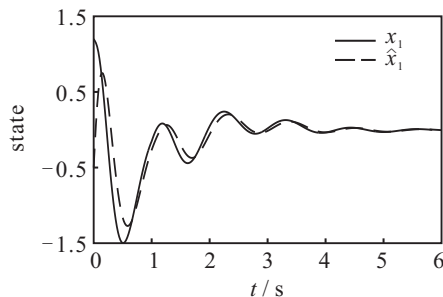


图1 状态 $x_1(t)$ 和 $\hat{x}_1(t)$ 的响应曲线

应 $x(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ , 图3为采样控制器 $u(t)$ 的轨迹. 仿真结果表明, 非线性时滞系统(71)在采样控制器(72)作用下是渐近稳定的.

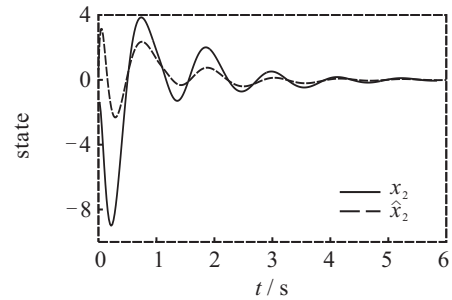


图2 状态 $x_2(t)$ 和 $\hat{x}_2(t)$ 的响应曲线

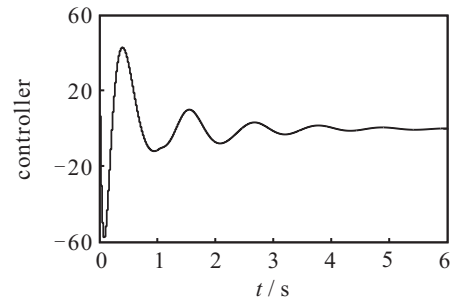


图3 采样控制器 $u$ 的轨迹

### 4 结论

本文利用Lyapunov-Krasovskii泛函方法和采样控制方法研究了一类含有状态时滞的非线性系统的全局渐近稳定问题. 时滞被划分为与采样间隔有相同长度的数个时间区间, 并基于此提出了3个主要引理. 设计含有比例增益的采样输出反馈控制器, 通过选取适当的比例增益和采样间隔, 使得闭环系统是渐近稳定的.

#### 参考文献(References)

- [1] Tsinias J. A theorem on global stabilization of nonlinear systems by linear feedback[J]. Systems & Control Letters, 1991, 17(5): 357-362.
- [2] Qian C J, Lin W. Output feedback control of a class of nonlinear systems: A nonseparation principle paradigm[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1710-1715.
- [3] Sun Z Y, Xue L R, Zhang K M. A new approach to finite-time adaptive stabilization of high-order uncertain nonlinear system[J]. Automatica, 2015, 58: 60-66.
- [4] Gong Q, Qian C J. Global practical tracking of a class of nonlinear systems by output feedback[J]. Automatica, 2007, 43(1): 184-189.
- [5] Kiritsis K H. Arbitrary pole placement by constant output feedback for linear time invariant systems[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(3): 832-839.
- [6] Jia R T, Qian C J. Semi-globally finite-time stabilization of a class of nonlinear systems by output feedback[C]. Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision



- and Control. Atlanta: IEEE, 2010: 2169-2174.
- [7] Yu Y, Zhong Y S. Semi-global robust output tracking for non-linear uncertain systems in strict-feedback form[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(5): 751-759.
- [8] Tian W S, Du H B, Qian C J. A semi-global finite-time convergent observer for a class of nonlinear systems with bounded trajectories[J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2012, 13(4): 1827-1836.
- [9] Jia R T, Qian C J, Zhai J Y. Semi-global stabilization of uncertain non-linear systems by homogeneous output feedback controllers[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(1): 165-172.
- [10] Feng L, Zhang K, Chai Y, et al. Observer-based fault estimators using iterative learning scheme for linear time-delay systems with intermittent faults[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(6): 1991-2008.
- [11] Chehardoli H, Ghasemi A. Adaptive robust output tracking control of uncertain nonlinear cascade systems with disturbance and multiple unknown time-varying delays[J]. Asian Journal of Control, 2017, 19(6): 2009-2016.
- [12] Sun W W, Fu B Z. Adaptive control of time-varying uncertain nonlinear systems with input delay: A hamiltonian approach[J]. IET Control Theory and Applications, 2016, 10(15): 1844-1858.
- [13] Sun W W, Peng L H. Linear systems subject to input saturation and time-delay: Global asymptotic stabilization[J]. Asian Journal of Control, 2016, 18(2): 642-651.
- [14] Sun Z Y, Liu Z G, Zhang X H. New results on global stabilization for time-delay nonlinear systems with low-order and high-order growth conditions[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(6): 878-899.
- [15] Chai L, Qian C. Global stabilization via homogeneous output feedback for a class of uncertain nonlinear systems subject to time-delays[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2014, 36(4): 478-486.
- [16] Chai L, Qian C J. Global stabilization for a class of uncertain nonlinear time-delay systems by dynamic state and output feedback[J]. International Journal of Control, 2015, 88(6): 1163-1173.
- [17] Wang P, Chai L, Fei S M, et al. Semi-global stabilization for a class of nonlinear time-delay systems by linear output feedback[J]. IFAC-PapersOnLine, 2015, 48(12): 185-190.
- [18] Wang P, Chai L, Fei S M. Semi-global stabilization via homogeneous output feedback for a class of nonlinear time-delay systems[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2016, 29(6): 1538-1552.
- [19] Nesic D, Teel A R, Kokotovic P V. Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via discrete-time approximations[J]. Systems & Control Letters, 1999, 38(4/5): 259-270.
- [20] Owen D H, Zheng Y, Billings S A. Fast sampling and stability of nonlinear sampled-data systems: Part 1: Existence theorems[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 1990, 7(1): 1-11.
- [21] Clarke F H, Ledyaev Y S, Sontag E D, et al. Asymptotic controllability implies feedback stabilization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 54(11): 1394-1407.
- [22] Qian C J, Du H B. Global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems via linear sampled-data control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(11): 2934-2939.
- [23] Qian C J, Du H B, Li S H. Global stabilization via sampled-Data output feedback for a class of linearly uncontrollable and unobservable systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(12): 4088-4093.
- [24] Chu H Y, Qian C J, Yang J, et al. Almost disturbance decoupling for a class of nonlinear systems via sampled-data output feedback control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26(10): 2201-2215.
- [25] Zhang C L, Jia R T, Qian C J, et al. Semi-global stabilization via linear sampled-data output feedback for a class of uncertain nonlinear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2015, 25(13): 2041-2061.
- [26] Chu H Y, Qian C J, Liu R J, et al. Global practical tracking of a class of nonlinear systems using linear sampled-data control[J]. International Journal of Control, 2015, 88(9): 1851-1860.
- [27] Alger B, Votion J, Qian C J. Sampled-data output feedback control of uncertain nonholonomic systems in chained forms with applications to mobile robots[C]. 2014 American Control Conference(ACC). Portland: IEEE, 2014: 4659-4664.
- [28] Meng Q H, Qian C J, Wang P. Lateral motion stability control via sampled-data output feedback of a high-speed electric vehicle driven by four in-wheel motors[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2018, 140(1): 1-8.
- [29] Meng Q H, Wang P, Sun Z Y, et al. Almost disturbance decoupling for a class of nonlinear systems subject to time-delays via sampled-data output feedback control[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(2): 1-9.

### 作者简介

王攀(1988—),女,博士生,从事非线性时滞系统及其应用的研究, E-mail: panwangqf@126.com;

柴琳(1978—),女,教授,博士生导师,从事非线性系统等研究, E-mail: chailin1@seu.edu.cn;

孟庆华(1977—),男,教授,博士,从事电动汽车、机械故障诊断等研究, E-mail: mengqinghua@hdu.edu.cn;

费树岷(1961—),男,教授,博士生导师,从事非线性系统、切换系统等研究, E-mail: smfei@seu.edu.cn.