

控制与决策

Control and Decision

基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法

李胜利, 魏翠萍, 宋燕红

引用本文:

李胜利, 魏翠萍, 宋燕红. 基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(5): 1240–1246.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1288>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

犹豫不确定离散语言Z-numbers及其基于离散T模的多准则群决策问题的应用

Hesitant uncertain discrete linguistic Z-numbers and their application in multi-criteria group decision-making problems based on discrete T-norm

控制与决策. 2020, 35(2): 417–426 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0719>

犹豫不确定离散语言Z-numbers及其基于离散T模的多准则群决策问题的应用

Hesitant uncertain discrete linguistic Z-numbers and their application in multi-criteria group decision-making problems based on discrete T-norm

控制与决策. 2020, 35(2): 417–426 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0719>

基于决策者共识偏好的冲突分析图模型

Graph model for conflict resolution with consistent preference and its application

控制与决策. 2018, 33(8): 1497–1504 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0463>

基于属性不完全判断的语言群决策方法

Method of linguistic group decision-making based on incomplete category preference of attribute

控制与决策. 2017, 32(5): 855–863 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0517>

基于前景理论的犹豫模糊TOPSIS多属性决策方法

Hesitant fuzzy TOPSIS multi-attribute decision method based on prospect theory

控制与决策. 2017, 32(5): 864–870 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0259>

基于Orness测度约束的多阶段灰色局势群决策模型

Multi-stage grey situation group decision-making model based on Orness

控制与决策. 2015(7): 1227–1232 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0560>

一种基于前景理论的三参数区间灰数型群体灰靶决策方法

A group grey target decision making method with three parameter interval grey number based on prospect theory

控制与决策. 2015(1): 105–109 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1641>

基于前景理论的具有指标期望的多指标决策方法

Multiple attribute decision making considering attribute aspirations: A method based on prospect theory

基于信任关系和互补判断矩阵的群决策方法

李胜利^{1,2}, 魏翠萍^{1†}, 宋燕红³

(1. 扬州大学 数学学院, 江苏 扬州 225002; 2. 太原师范学院 数学系, 山西 晋中 030619; 3. 北京电子科技学院 计算机科学与技术系, 北京 100070)

摘要: 随着信息和网络技术的不断发展, 基于社会网络的群决策问题受到越来越多研究者的关注. 针对社会网络环境下模糊互补判断矩阵的群决策问题, 研究群体共识调整过程和方案选择方法. 首先, 融合决策者之间的社会关系、身份地位、知识能力 3 个方面信息来构建决策者两两之间的信任关系; 其次, 提出一种尽可能减少元素间共识补偿的共识度量方法, 在此基础上建立基于信任关系的共识调整模型, 并从理论上证明该模型的有效性; 最后通过信任关系矩阵的特征向量中心度分别求出专家的重要性权重, 用以集结专家的偏好信息和对方案进行排序选择, 算例分析表明了所提出方法的有效性.

关键词: 群决策; 共识; 一致性; 社会网络; 信任关系; 模糊互补判断矩阵

中图分类号: C934 文献标志码: A

Group decision making method for fuzzy complementary judgement matrices based on trust relationships

LI Sheng-li^{1,2}, WEI Cui-ping^{1†}, SONG Yan-hong³

(1. Department of Mathematics, Yangzhou University, Yangzhou 225002, China; 2. Department of Mathematics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China; 3. Department of Computer Science and Technology, Beijing Electronic Science and Technology Institute, Beijing 100070, China)

Abstract: With the development of information and network technology, group decision making problems based on social network have attracted the attention of more and more researchers. This paper focuses on a consensus adjustment process and an alternative selection approach for the group decision making problems with fuzzy complementary judgement matrices under the social network environment. Firstly, we build a trust relationship among decision makers by fusing the information from three aspects: social relation among decision makers, the decision maker's status, and his/her knowledge ability. Then a consensus index is proposed to minimize consensus compensation between elements as far as possible, a consensus model based on the trust relationship is established, and the feasibility of the model is proved theoretically. Finally, the eigenvector centrality of the trust matrix is used to calculate the weights of experts, which is incorporated into aggregating the individual preference values and ranking alternatives. The effectiveness of the proposed method is further verified by a numerical example.

Keywords: group decision making; consensus; consistency; social network; trust relationship; fuzzy complementary judgement matrices

0 引言

在群体决策过程中, 面对复杂的决策问题, 决策者往往不易直接给出方案的排序结果, 而更容易给出方案两两比较的评价信息, 因此, 基于互反判断矩阵和互补判断矩阵的群决策问题得到了广泛的研究^[1-6]. 本文主要研究基于互补判断矩阵的群决策方法. 在基于互补判断矩阵的群决策过程中, 首先要协调不同个体间的意见和看法, 形成群体成员都比较满

意的群体意见, 这就是群体共识性问题^[5-9].

传统的群共识决策方法假设决策者之间是独立存在的, 没有考虑决策者之间的关系. 但是, 现实生活中决策者之间往往存在一定程度的关系 (如信任关系, 情感关系等). 决策者之间的相互关系以及其所在的社会网络的结构特征是影响群体决策的重要因素, 充分利用决策者之间社会网络关系可以有效弥补决策者相关方面知识能力的不足. 所以一种基于社会

收稿日期: 2018-09-20; 修回日期: 2018-10-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71971190).

责任编辑: 李登峰.

†通讯作者. E-mail: wei_cuiping@aliyun.com.

网络的群决策问题吸引了许多学者的关注. 他们将决策者之间的社会网络关系的研究运用到群决策研究中^[10-18]. 如文献[11]利用决策者之间的信任关系来计算决策者的相关权重并补全决策矩阵中缺失的信息; 文献[12]考虑决策者之间的信任关系传递, 进而求得决策者的权重, 并构建可视化共识决策模型; 文献[14]利用决策者之间的社会关系强度和互动频率来计算专家的相关权重和共识反馈模型中的可接受调整系数; 文献[16]提出信任关系诱导的共识反馈机制, 决策者两两之间的信任关系是根据决策者两两之间意见的距离定义的, 并不是通常意义下社会网络中的人与人之间的信任关系. 文献[18]则是聚焦于社会网络中的动态演化模型, 研究和分析了基于动态演化的共识决策模型.

目前关于社会网络环境下模糊互补判断矩阵的决策方法的研究较少, 社会网络环境下群体决策者之间怎样达成共识的研究也处于探索阶段. 基于以上背景, 本文研究社会网络环境下模糊互补判断矩阵的群体共识与决策方法. 融合决策者之间的社会关系、身份地位、知识能力3方面信息来构建决策者两两之间的信任关系, 并提出一种新的专家共识度量方法; 然后, 建立基于信任关系的群共识调整模型, 从而帮助共识度最低的专家修正自己的意见, 促使群体以更合理更有效的方式达成共识; 最后, 理论性地证明了该模型的有效性, 并通过信任关系确定专家重要性指标, 进而确定专家相关权重, 用以集结专家信息和方案排序.

1 预备知识

1.1 模糊互补判断矩阵

定义1^[3] 令 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为一有限方案集, $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 为方案集 X 上的模糊矩阵, 若 P 满足 $p_{ij} \in [0, 1], p_{ij} + p_{ji} = 1$ 且 $p_{ii} = 0.5$, 则称矩阵 P 为模糊互补判断矩阵.

矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 中元素 p_{ij} 表示方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好强度. 若 $p_{ij} = 1$, 则意味着 x_i 完全优于 x_j ; 若 $p_{ij} \in (0.5, 1)$, 则意味着 x_i 优于 x_j ; 若 $p_{ij} = 0.5$, 则意味着 x_i 与 x_j 无差异.

定义2^[5] 如果互补判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$, 满足 $(p_{ik} - 0.5) + (p_{kj} - 0.5) = p_{ij} - 0.5$, 即对于任意 $i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\}$ 都有 $p_{ij} = p_{ik} - p_{jk} + 0.5$, 则称 P 为一致性互补判断矩阵.

对于一个互补判断矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$, 通过 P 可以构造一个一致性互补判断矩阵 $\hat{P} = (\hat{p}_{ij})_{n \times n}$, 其中 $\hat{p}_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{p_{ik} + p_{kj}}{n} - 0.5, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$. 若 P

本身是一致互补判断矩阵, 则 $\hat{P} = P$, 但实际问题中决策者很难确保自己所表达的偏好关系满足一致性, 因此有必要测量判断矩阵的一致性程度.

定义3^[6] 令 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 为互补判断矩阵, \hat{P} 是对应于 P 的一致性互补判断矩阵. 矩阵 P 的一致性指标定义为

$$CI = 1 - d(P, \hat{P}) = 1 - \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |p_{ij} - \hat{p}_{ij}|. \quad (1)$$

若 $CI = 1$, 则 P 是完全一致性的, CI 越大表示矩阵 P 与 \hat{P} 的距离越近, P 的一致性程度越高.

1.2 社会网络关系

个体成员间通过交流互动而形成的相对稳定的社会关系体系称为社会网络. 人们之间的互动和交流会影响他们的社会行为. 社会网络分析是研究一组行动者之间关系的有效方法^[19-20]. 这组行动者可以是人、社区、群体、国家等, 它们之间的关系强度以及所处社会网络的结构特征是社会网络分析的焦点. 社会网络分析通过对各种关系进行精确量化分析, 从而揭示用户间的内在联系, 解释社会现象.

通常通过3种方式来表达社会网络中的节点及它们之间的联系: 1) 邻接矩阵; 2) 图示法; 3) 代数表示法, 其中最常用的方式是邻接矩阵. 设节点集合 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 节点之间的关系用函数 $f: E \times E \rightarrow \{0, 1\}$ 来刻画, 定义

$$f(e_i, e_j) = \begin{cases} 1, & e_i \text{ 与 } e_j \text{ 有联系;} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2)$$

令 $a_{ij} = f(e_i, e_j)$, 则称 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为邻接矩阵. 矩阵 A 刻画了两两节点之间是否存在某种关系, 这种邻接矩阵的元素不是1就是0, 但是在许多情况下, 需要细化这一关系, 用 $[0, 1]$ 之间的数字来刻画两两之间的关系强度, 因此邻接矩阵拓展为加权的邻接矩阵.

定义4^[21] 对于给定节点的集合 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 隶属度函数 $\mu_R: E \times E \rightarrow [0, 1]$, 令 $s_{ij} = \mu_R(e_i, e_j)$, 称 $S_L = (s_{ij})_{m \times m}$ 为加权邻接矩阵. $s_{ij} = 1$ 表示 e_i 和 e_j 完全相关; $s_{ij} \in (0, 1)$ 表示 e_i 和 e_j 以一定程度相联系; $s_{ij} = 0$ 表示 e_i 和 e_j 完全没有任何联系.

本文研究的信任关系是一种常见的社会网络关系.

2 基于信任关系的共识调整模型

本文考虑的基于互补判断矩阵的群体决策问题描述如下: 令 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为一有限方案

集合, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为决策者的集合. $\{R^1, R^2, \dots, R^m\}$ 是 m 个决策者给出的 m 个互补判断矩阵的集合, 其中 $R^k = (r_{ij}^k)_{n \times n}$, $k = 1, 2, \dots, m$, r_{ij}^k 代表决策者 e_k 对方案 x_i 相对于方案 x_j 的偏好程度.

m 个专家给出 m 个不同的互补判断矩阵, 当专家们的意见达成一定程度的共识时, 便可对每个专家的意见进行集结得到群体互补判断矩阵, 从而对方案进行排序. 当群体共识水平没有达到决策者要求时, 需要引导个别专家对一些意见进行修正. 下面分别讨论如何进行共识度测量, 如何建立专家之间信任关系, 以及如何利用专家之间的信任关系对不满足共识性要求的一部分元素进行修正, 以达到群体共识.

2.1 共识测度

为了定义专家的共识测度, 先在元素层次上建立共识度.

专家 e_h 和 e_k 对方案 x_i 相对方案 x_j 的偏好强度的共识度定义为

$$CE_{ij}(R^h, R^k) = 1 - |r_{ij}^h - r_{ij}^k|; \quad (3)$$

决策者 e_h 与其他所有专家对方案 x_i 相对方案 x_j 偏好强度的共识度定义为

$$ACE_{ij}^h = \frac{1}{l-1} \sum_{k \neq h, k=1}^l CE_{ij}(R^h, R^k). \quad (4)$$

常见的专家共识度是通过每个位置上元素的平均共识度定义的, 隐含了各方案之间共识度的可补偿性. 为了避免某些方案上的高共识度和某些方案上的低共识度之间的互补, 本文考虑通过专家共识度最小的 q 个元素来定义专家的共识度.

记专家 e_h 的共识度最低的 q 个元素组成的集合 $APS_h = \{(i, j) | (i, j) \text{ 为 } e_h \text{ 共识度最低的 } q \text{ 个元素对应的坐标}\}$, 其中 $1 \leq q \leq n^2$, 则专家 e_h 与群体专家之间的共识度可定义为

$$ACD^h = \frac{1}{q} \sum_{(i,j) \in APS_h} ACE_{ij}^h. \quad (5)$$

ACD^h ($0 \leq ACD^h \leq 1$) 的值越大, 代表专家 e_h 与群体的共识度越高. 设定阈值 $\gamma \in [0.5, 1)$, 当所有专家共识度都大于等于 γ 时, 群体达成共识. 当专家的共识水平没有达到要求时, 需要根据下面的共识模型进行调整.

2.2 信任关系的建立

决策过程中, 群组中地位高的决策者往往更具影响力, 更容易影响别人, 也更容易得到别人的信任. 在群组成员发表意见后, 群组成员中共识度越高的专家的意见越能代表群成员的意见, 在群组中的地位就越

高. 所以用共识度来刻画决策者在群中的地位.

互补判断矩阵是对各因素的重要性进行两两比较而得来的. 由于客观世界的复杂性以及人们知识结构和认知能力的不同, 决策者给出的判断矩阵的一致性程度不同. 判断矩阵的一致性在一定程度上反映了决策者相关方面的知识能力. 所以本文以决策者所对应的一致性指标来刻画他们相关方面的知识能力.

另外, 社会网络中的决策者, 两两之间存在着不同程度的亲密关系, 如第1.2节所述, 这种亲密关系可以用加权邻接矩阵 $S_L = (s_{ij})_{m \times m}$ 来表示.

考虑到上述3方面因素, 在现实生活中, 决策者更容易相信知识能力强、地位高、与自己关系紧密的专家的意见. 因此, 本文融合专家知识能力、决策者在群组中的地位、决策者之间的关系来构建信任关系. 最终专家 e_h 对 e_k 的信任关系可表示为

$$TD_{hk} = w_1^h CI^k + w_2^h ACD^k + w_3^h s_{hk}. \quad (6)$$

其中 CI^k 和 ACD^k 分别是对应于决策者 e_k 的一致性和共识性指标, w_1^h 、 w_2^h 、 w_3^h 分别为决策者 e_h 赋予这3个因素的相关权重. 设 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为专家集, 显然当 $TD_{hk} = 1$ 时表示专家 e_h 完全信任 e_k , $TD_{hk} = 0$ 时表示专家 e_h 完全不信任 e_k . 专家之间的信任矩阵可表示为

$$TD = \begin{bmatrix} TD_{11} & TD_{12} & \dots & TD_{1m} \\ TD_{21} & TD_{22} & \dots & TD_{2m} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ TD_{m1} & TD_{m2} & \dots & TD_{mm} \end{bmatrix}.$$

2.3 共识调整模型

如前所述, 决策者更愿意相信他们信任的专家的意见, 因此在下面的共识调整模型中, 根据决策者信任的专家的意见给出个性化调整建议. 决策者信任的专家可以通过下面规则确定, 给定阈值 $\alpha \in (0.5, 1)$, 当 $TD_{hk} > \alpha$ 时, 认为 e_h 和 e_k 之间存在信任关系, 否则认为不存在信任关系. 通过这一简单规则便可以确定专家 e_h 所信任的专家的集合, 记为 $TS^h = \{e_{h_1}, e_{h_2}, \dots, e_{h_k}\}$.

假设 e_h 是不满足共识度要求且共识度最低的专家, 如果 $(i, j) \in APS_h$, 则专家 e_h 基于信任关系的个性化意见为

$$\bar{r}_{ij}^h = (1 - \delta)r_{ij}^h + \delta r_{ij}^*. \quad (7)$$

其中: $e_{h_s} \in TS^h = \{e_{h_1}, e_{h_2}, \dots, e_{h_k}\}$, $r_{ij}^* = \frac{1}{k} \sum_{s=1}^k r_{ij}^{h_s}$ 且 $\delta \in [0, 1]$ 是修正意见的参数.

根据以上分析,共识调整算法具体如下.

输入: 专家给出的互补判断矩阵 $R^k = (r_{ij}^k)_{n \times n}$, $k = 1, 2, \dots, m$, 共识度阈值 γ , 信任关系阈值 α , 构建共识度时的参数 q , 最大共识调整次数 l_{\max} , 专家之间表示社会关系的邻接矩阵 S_L ;

输出: 修正后的互补判断矩阵 $\bar{R}^k, k = 1, 2, \dots, m$.

step 1: 设置 $l = 0, R_0^k = (r_{ij,0}^k)_{n \times n} = (r_{ij}^k)_{n \times n}, k = 1, 2, \dots, m$.

step 2: 计算每个决策者经过第 l 次调整后共识指标 ACD_l^k 和一致性指标 $CI_l^k, k = 1, 2, \dots, m$. 如果对于任意 k 都有 $ACD_l^k \geq \gamma$ 或者 $l \geq l_{\max}$, 则转到 step 4; 否则执行下一步.

step 3: 当存在 $ACD_l^k < \gamma$ 时, 识别出共识度最低的专家 e_h , 并结合专家的一致性指标, 共识性指标以及社会关系矩阵求得专家之间的信任矩阵 TD_l . 根据矩阵 TD_l 得到专家 e_h 信任的专家的集合 $TS^h = \{e_{h_1}, e_{h_2}, \dots, e_{h_p}\}$, 然后对 $(i, j) \in APS_h$ 中元素根据式(7)进行修正. 修正后的矩阵记为 $R_{l+1}^h = (r_{ij,l+1}^h)_{n \times n}$, 令 $l = l + 1$, 转到 step 2.

step 4: 令 $\bar{R}^k = R_l^k$, 输出 $\bar{R}^k, k = 1, 2, \dots, m$.

定理 1 设 R^1, R^2, \dots, R^m 分别对应于 m 个决策者的互补判断矩阵, 不失一般性, 假设决策者 e^m 的共识度低于阈值且共识度最低, 经过以上共识调整模型对 R^m 进行一次意见修正后, 新的决策矩阵分别为 $R^1, R^2, \dots, \bar{R}^m$, 则 $ACD^m < \bar{ACD}^m$.

证明 设 β 是一个介于各决策者共识度最小值与第 2 小的值之间的一个数, e_m 是共识度最低的专家, 即 $ACD^m < \beta$, 但对于所有的 $k \in \{1, 2, \dots, m - 1\}$ 都有 $ACD^k > \beta$. 不失一般性, 专家 e_m 信任的专家的集合记为 $TS^m = \{e_1, e_2, \dots, e_l\}$.

专家 e_m 的初始共识度表示为

$$ACD^m = \frac{1}{m-1} \left(m-1 - \frac{1}{q} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{(i,j) \in APS_m} |r_{ij}^m - r_{ij}^k| \right). \quad (8)$$

为证明过程的简洁性, 记

$$|R^m - R^k| = \frac{1}{q} \sum_{(i,j) \in APS_m} |r_{ij}^m - r_{ij}^k|,$$

有

$$ACD^m = \frac{1}{m-1} (m-1 - (|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|)) < \beta, \quad (9)$$

则上述不等式可表示为

$$|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}| > (n-1)(1-\beta). \quad (10)$$

下面证

$$|\bar{R}^m - R^1| + |\bar{R}^m - R^2| + \dots + |\bar{R}^m - R^{m-1}| < |R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|.$$

因为 e_m 只信任 $TS^m = \{e_1, e_2, \dots, e_l\}$ 中的专家. 根据式(7)调整后的偏好值 $\bar{r}_{ij}^m = (1-\delta)r_{ij}^m + \delta(r_{ij}^1 + r_{ij}^2 + \dots + r_{ij}^l)/l$. 对于 $\forall h \in \{1, 2, \dots, m-1\}$, 由

$$\begin{aligned} |\bar{R}^m - R^h| &= \frac{1}{q} \sum_{(i,j) \in APS_m} |\bar{r}_{ij}^m - r_{ij}^h| = \\ &= \frac{1}{q} \sum_{(i,j) \in APS_m} \left| (1-\delta)r_{ij}^m + \delta \frac{r_{ij}^1 + \dots + r_{ij}^l}{l} - r_{ij}^h \right| \leq \\ &= (1-\delta)|R^m - R^h| + \frac{\delta}{l} (|R^1 - R^h| + \dots + |R^l - R^h|) \end{aligned}$$

得

$$\begin{aligned} |\bar{R}^m - R^1| + |\bar{R}^m - R^2| + \dots + |\bar{R}^m - R^{m-1}| &\leq \\ &\leq (1-\delta)(|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|) + \frac{\delta}{l} (|R^1 - R^2| + |R^1 - R^3| + \dots + |R^1 - R^{m-1}|) + \\ &+ \frac{\delta}{l} (|R^2 - R^1| + |R^2 - R^3| + \dots + |R^2 - R^{m-1}|) + \dots + \frac{\delta}{l} (|R^l - R^1| + |R^l - R^2| + \dots + |R^l - R^{m-1}|). \end{aligned}$$

又因为对于任意的 $k \in \{1, 2, \dots, l\}$, 都有 $|R^k - R^1| + |R^k - R^2| + \dots + |R^k - R^m| < (m-1)(1-\beta)$, 所以

$$|\bar{R}^m - R^1| + |\bar{R}^m - R^2| + \dots + |\bar{R}^m - R^{m-1}| < (1-\delta)(|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|). \quad (11)$$

由式(10)有

$$|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}| > (1-\delta)(|R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|) + \delta(m-1)(1-\beta). \quad (12)$$

对比式(11)和(12), 得到

$$|\bar{R}^m - R^1| + |\bar{R}^m - R^2| + \dots + |\bar{R}^m - R^{m-1}| < |R^m - R^1| + |R^m - R^2| + \dots + |R^m - R^{m-1}|.$$

\bar{R}^m 中相应 APS 位置上元素的一致性测度得到了提高, 由式(5)可知 $\bar{ACD}^m > ACD^m$. \square

3 方案选择过程

当群体意见达成共识后,即各位专家的共识度都大于阈值 γ 时,便可进行方案选择.选择过程分为两个阶段:群体信息集结过程和方案排序过程.

具体的方案选择过程如下.

step 1: 确定专家的重要性指标向量.将专家之间的信任矩阵 $TD = (TD_{ij})_{m \times m}$ 行归一化,即令 $\overline{TD}_{ij} = TD_{ij} / \sum_{j=1}^m TD_{ij}$. 专家 e_i 的重要性指标 u_i 可根据文献[21]中的思想给出,即

$$u_i = \overline{TD}_{1i}u_1 + \overline{TD}_{2i}u_2 + \dots + \overline{TD}_{mi}u_m. \quad (13)$$

$U = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ 可由如下线性方程组确定:

$$\begin{cases} u_1 = \overline{TD}_{11}u_1 + \overline{TD}_{21}u_2 + \dots + \overline{TD}_{m1}u_m, \\ u_2 = \overline{TD}_{12}u_1 + \overline{TD}_{22}u_2 + \dots + \overline{TD}_{m2}u_m, \\ \vdots \\ u_m = \overline{TD}_{1m}u_1 + \overline{TD}_{2m}u_2 + \dots + \overline{TD}_{mm}u_m. \end{cases} \quad (14)$$

由矩阵特征值的性质, $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ 为矩阵 \overline{TD}^T 对应于特征值为1的特征向量.

step 2: 根据各个专家的重要性指标计算专家的相关权重 $w_i = u_i / \sum_{k=1}^m u_k$, 然后对 R^1, R^2, \dots, R^m 进行集结得到群体决策矩阵 $R^c = (r_{ij}^c)_{n \times n}$, 其中

$$r_{ij}^c = w_1r_{ij}^1 + w_2r_{ij}^2 + \dots + w_mr_{ij}^m. \quad (15)$$

step 3: 由文献[14]中方法可计算各个方案的得分向量

$$D = (d_p)_{1 \times n}, d_p = \sum_{j=1}^n r_{pj}^c - \sum_{j=1}^n r_{jp}^c. \quad (16)$$

step 4: 根据得分值 d_p 对方案进行排序, d_p 越大方案越优.

4 应用实例

一个投资公司想要选取合适的地址建立购物中心,5位公司骨干为 e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 , 应邀对6个可行方案 $x_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ 进行评估. 设这5个专家给出的偏好矩阵 $R^k = (r_{ij}^k)_{6 \times 6}$ 与他们之间的相互关系的加权邻接矩阵 S_L 分别为

$$R^1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.2 & 0.6 & 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.5 & 0.4 & 0.6 & 0.9 & 0.7 \\ 0.8 & 0.6 & 0.5 & 0.6 & 0.8 & 1.0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.5 & 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 & 0.0 & 0.4 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$R^2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.3 & 0.5 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.5 & 0.4 & 0.7 & 0.7 & 0.8 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.5 & 0.9 & 0.9 \\ 0.5 & 0.3 & 0.5 & 0.5 & 0.6 & 0.7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 & 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$R^3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.2 & 0.6 & 0.7 & 0.9 \\ 0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.8 & 0.7 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.5 & 0.7 & 0.7 & 0.8 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.8 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$R^4 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.5 & 0.2 & 0.9 & 0.6 & 1.0 \\ 0.9 & 0.8 & 0.5 & 0.8 & 0.6 & 0.6 \\ 0.5 & 0.1 & 0.2 & 0.5 & 1.0 & 0.8 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 & 0.0 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.0 & 0.4 & 0.2 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$R^5 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0.5 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.5 & 0.2 & 0.9 & 0.6 & 1.0 \\ 0.9 & 0.8 & 0.5 & 0.8 & 0.6 & 0.6 \\ 0.5 & 0.1 & 0.2 & 0.5 & 1.0 & 0.8 \\ 0.1 & 0.4 & 0.4 & 0.0 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.0 & 0.4 & 0.2 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$S_L = \begin{bmatrix} 1 & - & 0.8 & 0.5 & 0.8 \\ 0.5 & 1 & - & 0.4 & 0.8 \\ - & 0.3 & 1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.1 & 0.8 & - & 1 & 0.9 \\ 0.6 & 0.8 & - & 0.8 & 1 \end{bmatrix}.$$

step 1: 建立决策者之间的信任关系.

step 1.1: 利用式(1)得决策者的初始个体一致性指标分别为

$$\begin{aligned} CI(R^1) &= 0.9244, CI(R^2) = 0.9444, \\ CI(R^3) &= 0.8978, CI(R^4) = 0.8156, \\ CI(R^5) &= 0.9044. \end{aligned}$$

step 1.2: 根据2.3节给出的共识性度量,由式(4)计算每个决策者在元素层面的平均共识度分别为

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.600 & 0.925 & 0.925 & 0.900 & 0.750 \\ 0.600 & 1.000 & 0.875 & 0.775 & 0.750 & 0.800 \\ 0.925 & 0.875 & 1.000 & 0.850 & 0.850 & 0.725 \\ 0.925 & 0.775 & 0.850 & 1.000 & 0.800 & 0.875 \\ 0.900 & 0.750 & 0.850 & 0.800 & 1.000 & 0.900 \\ 0.750 & 0.800 & 0.725 & 0.875 & 0.900 & 1.000 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
E_2 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0.800 & 0.850 & 0.950 & 0.925 & 0.825 \\ 0.800 & 1.000 & 0.875 & 0.850 & 0.900 & 0.875 \\ 0.850 & 0.875 & 1.000 & 0.775 & 0.775 & 0.800 \\ 0.950 & 0.850 & 0.775 & 1.000 & 0.725 & 0.900 \\ 0.925 & 0.900 & 0.775 & 0.725 & 1.000 & 0.925 \\ 0.825 & 0.875 & 0.800 & 0.900 & 0.925 & 1.000 \end{bmatrix}, \\
E_3 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0.750 & 0.925 & 0.925 & 0.900 & 0.875 \\ 0.750 & 1.000 & 0.900 & 0.875 & 0.900 & 0.875 \\ 0.925 & 0.900 & 1.000 & 0.875 & 0.875 & 0.825 \\ 0.925 & 0.875 & 0.875 & 1.000 & 0.825 & 0.875 \\ 0.900 & 0.900 & 0.875 & 0.825 & 1.000 & 0.825 \\ 0.875 & 0.875 & 0.825 & 0.875 & 0.825 & 1.000 \end{bmatrix}, \\
E_4 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0.775 & 0.900 & 0.950 & 0.925 & 0.875 \\ 0.775 & 1.000 & 0.875 & 0.850 & 0.875 & 0.825 \\ 0.900 & 0.875 & 1.000 & 0.850 & 0.850 & 0.775 \\ 0.950 & 0.850 & 0.850 & 1.000 & 0.775 & 0.875 \\ 0.925 & 0.875 & 0.850 & 0.775 & 1.000 & 0.925 \\ 0.875 & 0.825 & 0.775 & 0.875 & 0.925 & 1.000 \end{bmatrix}, \\
E_5 &= \begin{bmatrix} 1.000 & 0.775 & 0.900 & 0.950 & 0.850 & 0.875 \\ 0.775 & 1.000 & 0.875 & 0.850 & 0.875 & 0.825 \\ 0.900 & 0.875 & 1.000 & 0.850 & 0.850 & 0.775 \\ 0.950 & 0.850 & 0.850 & 1.000 & 0.775 & 0.875 \\ 0.850 & 0.875 & 0.850 & 0.775 & 1.000 & 0.925 \\ 0.875 & 0.825 & 0.775 & 0.875 & 0.925 & 1.000 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

取 $q = 6$, 则每个决策者的共识性指标为

$$\begin{aligned}
ACD^1 &= 0.692, ACD^2 = 0.758, ACD^3 = 0.800, \\
ACD^4 &= 0.775, ACD^5 = 0.775.
\end{aligned}$$

假设各个专家给出的对于3个因素在构建信任关系时的权重构成的矩阵为

$$\begin{array}{c} CI \quad ACD \quad S_L \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array} \quad (17)$$

step1.3: 结合专家的共识性水平, 一致性水平以及表示决策者之间相互关系的矩阵 S_L , 由式(6)得到信任关系矩阵

$$TD = \begin{bmatrix} 0.8287 & 0.5666 & 0.8196 & 0.7006 & 0.7895 \\ 0.6565 & 0.8486 & 0.5698 & 0.6666 & 0.7860 \\ 0.4373 & 0.5928 & 0.8898 & 0.7091 & 0.7085 \\ 0.5587 & 0.8066 & 0.5796 & 0.8506 & 0.8195 \\ 0.6865 & 0.7886 & 0.5698 & 0.7866 & 0.8460 \end{bmatrix}.$$

令 $\alpha = 0.70$, 则信任关系可建立为

$$T = \begin{bmatrix} - & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & - & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & - & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & - & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & - \end{bmatrix}.$$

step2: 对于给定共识阈值 $\gamma = 0.75$, 由于 $ACD^1 < 0.75$, 需要根据共识模型对 e_1 的偏好信息进行修正. 由矩阵 T 得 $TS^1 = \{e_3, e_4, e_5\}$. 令 $\sigma = 0.5$, 根据式(7)得到关于专家 e_1 的建议为 $\bar{r}_{12} = 0.55, \bar{r}_{21} = 0.45, \bar{r}_{16} = 0.8625, \bar{r}_{61} = 0.1375, \bar{r}_{36} = 0.725, \bar{r}_{63} = 0.275$.

专家 e_1 修正自己的意见后, 各位专家的共识度分别为 $\overline{ACD}^1 = 0.758, \overline{ACD}^2 = 0.758, \overline{ACD}^3 = 0.813, \overline{ACD}^4 = 0.799, \overline{ACD}^5 = 0.799$. 群体已经达到了预先设定的共识水平, 可以执行下一阶段的选择过程.

step3: 将 TD 行归一化后得 \overline{TD} , 求解线性方程组(14), 得到专家的重要性指标 $u = (0.3918, 0.4542, 0.4242, 0.4651, 0.4938)$, 进而求得专家相关权重 $w_1 = 0.1758, w_2 = 0.2038, w_3 = 0.1903, w_4 = 0.2078, w_5 = 0.2223$.

由式(15)得群体偏好关系为

$$R^c = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.3390 & 0.1774 & 0.5366 & 0.7856 & 0.8285 \\ 0.6100 & 0.5000 & 0.2950 & 0.7875 & 0.6922 & 0.8684 \\ 0.8226 & 0.7051 & 0.5000 & 0.6847 & 0.7153 & 0.7453 \\ 0.4634 & 0.2125 & 0.3153 & 0.5000 & 0.8277 & 0.7064 \\ 0.2144 & 0.3079 & 0.2847 & 0.1723 & 0.5000 & 0.3444 \\ 0.1715 & 0.1316 & 0.2547 & 0.2936 & 0.6556 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

根据式(16)方案得分向量为

$$D = (0.334, 1.608, 2.346, 0.0507, -2.353, -1.986),$$

因此方案的排序为 $x_3 > x_2 > x_1 > x_4 > x_6 > x_5$.

5 结论

本文研究了社会网络环境下模糊互补判断矩阵的群决策问题, 研究其群共识调整和方案选择方法. 首先, 充分考虑了决策者之间的社会关系、身份地位、知识能力3个方面信息来构建决策者两两之间的信任关系; 其次, 提出了一种尽可能减少元素间共识补偿的共识度量方法, 在此基础上建立了基于信任关系的群共识调整模型; 最后, 通过信任关系矩阵求出专家的相关权重, 用以集结专家信息和对方案进行选择, 并从理论上证明了模型的有效性. 与现有的共

识模型相比,本文提出的模型有两个主要特点:1)考虑了决策问题中不同方案间共识度的不可补偿性;2)结合3方面因素来构建信任关系,并建立了基于信任关系的共识调整模型。

任何人类参与的活动都会或多或少受到情感、社会关系等一系列因素的影响,因此,在实际的决策过程中,绝对理性是很难做到的。本文提出的基于信任关系的共识决策模型为共识决策问题提供了一种新的方法,能够帮助共识度最低的专家修正自己的意见,促使群体以更合理更有效的方式达成共识。今后将对模型中的参数 σ 和 q 进行研究,探究最优参数的选取,并进一步研究信任关系的合理建立。

参考文献(References)

- [1] Saaty T. The analytical hierarchy process[M]. New York: McGraw-Hill, 1980: 27-31.
- [2] 徐泽水. 基于残缺互补判断矩阵的交互式群决策方法[J]. 控制与决策, 2005, 20(8): 913-916.
(Xu Z S. Interactive approach based on incomplete complementary judgement matrices to group decision making[J]. Control and Decision, 2005, 20(8): 913-916.)
- [3] Herrera-Viedma E, Herrera F, Chiclana F, et al. Some issues on consistency of fuzzy preference relations[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 154(1): 98-109.
- [4] Orlovsky S A. Decision making with a fuzzy preference relation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(3): 155-167.
- [5] Wu Z B, Xu J P. A consistency and consensus based decision support model for group decision making with multiplicative preference relations[J]. Decision Support System, 2012, 52(3): 757-767.
- [6] Wu Z B, Xu J P. A concise consensus support model for group decision making with reciprocal preference relations based on deviation measures[J]. Fuzzy Set System, 2012, 206: 58-73.
- [7] Xu Z S. An automatic approach to reaching consensus in multiple attribute group decision making[J]. Computer & Industrial Engineering, 2009, 56(4): 1369-1374.
- [8] Dong Y C, Zhang G Q, Hong W C, et al. Consensus models for AHP group decision making under row geometric mean prioritization method[J]. Decision Support System, 2010, 49(3): 281-289.
- [9] Herrera-Viedma E, Alonso S, Herrera F. A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations[J]. IEEE Transactions on Fuzzy System, 2007, 15(5): 863-877.
- [10] Morente J A, Kou G, Peng Y, et al. Analysing discussions in social networks using group decision making methods and sentiment analysis[J]. Information Science, 2018, 447: 157-168.
- [11] Wu J, Chiclana F, Herrera-Viedma E. Trust based consensus model for social network in an incomplete linguistic information context[J]. Applied Soft Computing, 2015, 35: 827-839.
- [12] Wu J, Xiong R Y, Chiclana F. Uniform trust propagation and aggregation methods for group decision making in social network with four tuple information[J]. Knowledge Based System, 2016, 96: 29-39.
- [13] Wu J, Chiclana F, Fujita H, et al. A visual interaction consensus model for social network group decision making with trust propagation[J]. Knowledge Based Systems, 2017, 122: 39-50.
- [14] Liang Q, Liao X W, Liu J P. A social ties-based approach for group decision-making problems with incomplete additive preference relations[J]. Knowledge Based Systems, 2017, 119: 68-86.
- [15] 徐选华, 王兵, 周艳菊. 基于信任机制的不完全信息大群体决策方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(4): 577-585.
(Xu X H, Wang B, Zhou Y J. Method for large group decision making with incomplete decision preference information based on trust mechanism[J]. Control and Decision, 2016, 31(4): 577-585.)
- [16] Liu Y J, Liang C Y, Chiclana F, et al. A trust induced recommendation mechanism for reaching consensus in group decision making[J]. Knowledge Based Systems, 2017, 119: 221-231.
- [17] Dong Y C, Zhan M, Kou G, et al. Consensus reaching in social network group decision making: Research paradigms and challenges[J]. Knowledge-based Systems, 2018, DOI: 10.1016/j.knosys.2018.06.036.
- [18] Dong Y C, Ding Z G, Martínez L, et al. Managing consensus based on leadership in opinion dynamics[J]. Information Sciences, 2017, DOI: 10.1016/j.ins.2017.02.052.
- [19] Wasserman S, Faust K. Social network analysis: Methods and applications[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- [20] Katz L. A new status index derived from sociometric analysis[J]. Psychometrika, 1953, 18(1): 39-43.
- [21] Pérez L G, Mata F, Chiclana F. Social network decision making with linguistic trustworthiness-based induced OWA operators[J]. International Journal of Intelligent systems, 2014, 29(12): 1117-1137.
- [22] Yager R R, Filev D P. Induced ordered weighted averaging operators[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1999, 29(2): 141-150.

作者简介

李胜利(1985—),男,实验师,硕士,从事决策理论与应用、信息融合等研究, E-mail: tylgsl@126.com;

魏翠萍(1970—),女,教授,博士生导师,从事决策理论与应用、信息融合等研究, E-mail: wei_cuiping@aliyun.com;

宋燕红(1970—),女,副教授,硕士,从事信息技术的研究, E-mail: songyanhong@besti.edu.cn.

(责任编辑:孙艺红)