

控制与决策

Control and Decision



基于观测器的移动执行器对二维分布参数系统的控制

江正仙, 崔宝同, 张建香

引用本文:

江正仙, 崔宝同, 张建香. 基于观测器的移动执行器对二维分布参数系统的控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(7): 1787–1792.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1391>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一类活动边界分布参数系统的移动控制策略

Mobile control strategies for a class of distributed parameter systems with moving boundaries

控制与决策. 2018, 33(4): 621–626 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0148>

基于鲁棒自适应滑模观测器的多故障重构

Design of the robust adaptive sliding mode observer for multiple fault reconstruction

控制与决策. 2016, 31(7): 1219–1224 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0659>

基于区间观测器的执行器故障检测

Actuator fault detection based on interval observers

控制与决策. 2016, 31(6): 1118–1122 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0645>

基于自适应未知输入观测器的非线性动态系统故障诊断

Fault diagnosis for nonlinear dynamical system based on adaptive unknown input observer

控制与决策. 2016, 31(5): 901–906 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0224>

带执行器饱和的N连杆机械臂输出反馈动态面控制

Output feedback dynamic surface control for N link manipulators with actuator saturation

控制与决策. 2015, 30(5): 871–876 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0105>

基于观测器的移动执行器对二维分布参数系统的控制

江正仙^{1†}, 崔宝同², 张建香²

(1. 江南大学 理学院, 江苏 无锡 214122; 2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 研究二维分布参数系统在传感器执行器网络下的控制问题. 传感器执行器网络由二维平面上固定的传感器与移动的执行器组成. 首先, 利用传感器对二维分布参数系统的测量信息设计观测器, 用来估计二维分布参数系统的状态, 并在观测器的基础上给出相应的控制器; 然后, 利用算子半群理论并结合 Lyapunov 方法, 得到平面上移动的执行器的水平运动速度和垂直运动速度, 该速度依赖于观测器的信息; 最后, 数值仿真表明, 二维分布参数系统在该移动执行器控制下的性能得到了有效的提高.

关键词: 二维分布参数系统; 固定传感器; 移动执行器; 观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Control of two-dimensional distributed parameter systems using the observer-based mobile actuators

JIANG Zheng-xian^{1†}, CUI Bao-tong², ZHANG Jian-xiang²

(1. School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of IoT Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The control problem of two-dimensional distributed parameter systems in sensor and actuator networks is investigated. The sensor and actuator network consists of fixed sensors and mobile actuators on the two-dimensional plane. Firstly, an observer is designed using of the measurement information provided by the sensors to estimate the state of the two-dimensional distributed parameter systems, and the controllers are given based on the observer. Then, by using the operator semigroup theory and Lyapunov method, the horizontal velocity and the vertical velocity of each actuator are given based on the observer. Finally, a numerical example is given to illustrate that the control performance of the two-dimensional distributed parameter systems can be improved by the mobile actuators.

Keywords: two-dimensional distributed parameter systems; fixed sensor; mobile actuator; observer

0 引 言

近年来,无线传感器执行器网络受到了极大的关注^[1-2]. 通常,无线传感器执行器网络由数量众多的传感器与数量较少的执行器组成,传感器用来测量外部环境的数据,执行器则对外部环境实施控制,从而改变外部环境. 因此,无线传感器执行器网络在工业控制、现代农业、智能交通、智能家居等领域都具有广泛的应用.

另一方面,大部分的物理系统因其具有时空性可以描述为分布参数系统^[3-5]. 因此,在传感器执行器网络下考虑分布参数系统的估计与控制问题具有重大的实际意义. 为了提高控制性能,如何选择固定执行器的位置配置、移动执行器的运动策略以及如何设

计控制器是需要重点考虑的问题. 近年来,许多学者围绕这些问题做了大量的研究工作^[6-11]. 例如,文献[6]考虑了在固定传感器与移动执行器组成的网络对扩散系统的控制问题,通过中心泰森多边形法得到了移动执行器的最优位置;文献[7]分别考虑了执行器在污染区域和不在污染区域时,控制分布参数系统过程中的不同的运动策略;文献[8]针对一维分布参数系统,研究了网络中的传感器和执行器并列时系统的控制问题,给出了移动执行器的运动速度,该速度依赖于与它并列的传感器的测量数据;文献[9]针对二维分布参数系统,研究了平面上具有动力学行为的移动智能体对系统的自适应控制问题,给出了该移动智能体的运动方案;文献[11]设计了一种具有防碰撞功

收稿日期: 2018-10-13; 修回日期: 2019-01-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61807016); 江苏省自然科学基金项目(BK20181342); 中国博士后科学基金项目(2018M642160).

责任编辑: 吴淮宁.

[†]通讯作者. E-mail: zhengxian@jiangnan.edu.cn.

能的移动执行器的运动策略,保证了移动执行器在对分布参数系统实施控制时不会发生碰撞.

无线传感器执行器网络在实际应用时,因技术等原因不可能测得系统的全部信息,特别是对具有时空特性的分布参数系统,这就使得基于观测器的控制成为一种新的手段.利用基于观测器的方法研究分布参数系统的控制问题也引起了广大学者的重视.文献[12]针对非线性分布参数系统,通过降级模型设计了基于观测器的 H_∞ 模糊控制器;文献[13]利用线性不等式技术研究了分布参数系统的边界控制问题,给出了基于观测器的边界控制器.然而,上述文献没有考虑分布参数系统控制过程中执行器的位置问题.文献[14]针对一维分布参数系统,基于观测器的方法研究了移动执行器对系统的控制问题.但在针对二维分布参数系统的控制过程中,如何设计基于观测器的移动执行器的水平速度和垂直速度以提高系统的控制性能还未考虑.

传感器执行器网络中传感器节点成本低、能量少,而执行器节点具有较强的处理能力和较多的能量储备,因此,在工程应用中一般传感器的位置固定,而执行器可以移动.本文主要针对二维分布参数系统,利用基于观测器的方法研究平面上静止的传感器与移动的执行器组成的网络对系统的控制问题,通过设计执行器的运动速度改进系统的控制性能.与已有文献相比,本文的创新点如下:1)无线传感器执行网络中,采用基于观测器的方法实现二维分布参数系统控制效果的提升;2)给出基于观测器的控制器,利用Lyapunov方法给出基于观测器的移动执行器的水平速度和垂直速度,使二维分布参数系统在该移动执行器控制下能更快收敛.最后给出仿真例子,验证了所提出方法的有效性.

1 问题描述

考虑如下二维分布参数系统:

$$\frac{\partial w(t, x, y)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w(t, x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(t, x, y)}{\partial y^2} \right) + \sum_{i=1}^m b_i(x, y) u_i(t). \quad (1)$$

其中: $w(t, x, y)$ 为 t 时刻在位置 (x, y) 处的系统状态,边值条件为 $w(t, \cdot, \cdot) |_{\partial\Omega} = 0$,初始条件为 $w(0, x, y) = w_0(x, y)$, $w_0(x, y)$ 为光滑函数;时间变量 $t \geq 0$;空间变量 $(x, y) \in \Omega = [0, l_x] \times [0, l_y]$, $l_x > 0$, $l_y > 0$;扩散系数 $a > 0$; $(\theta_{xi}(t), \theta_{yi}(t))$ 为第 i 个执行器的位置函数; $b_i(x, y)$ 为其空间分布函数; $u_i(t)$ 为第 i 个执行器

的控制信号.

注1 本文假设系统(1)是可控可观的.本文的主要目的是通过设计观测器、基于观测器的控制器以及基于观测器的执行器的运动策略实现分布参数系统控制性能的提高,使系统状态更快收敛.

假设平面上移动的第 i 个执行器的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{xi}(t) = v_{xi}(t), \\ \dot{\theta}_{yi}(t) = v_{yi}(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\theta_{xi}(t)$ 和 $v_{xi}(t)$ 为第 i 个移动执行器的水平位移和水平速度, $\theta_{yi}(t)$ 和 $v_{yi}(t)$ 为第 i 个移动执行器的垂直位移和垂直速度.假设其初始水平位移和垂直位移分别为 $\theta_{xi}(0) = \theta_{xi0}$ 和 $\theta_{yi}(0) = \theta_{yi0}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

假设 m 个移动执行器的空间分布函数为

$$b_i(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon}, & (x, y) \in [\theta_{xi}(t) - \varepsilon, \theta_{xi}(t) + \varepsilon] \times \\ & [\theta_{yi}(t) - \varepsilon, \theta_{yi}(t) + \varepsilon]; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

假设 n 个传感器对二维分布参数系统的测量方程为

$$y_i(t) = \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} c_i(x, y) w(t, x, y) dx dy, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

其中: $c_i(x, y)$ 为第 i 个传感器的空间分布函数,由下式给出:

$$c_i(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in [\eta_{xi} - \varrho, \eta_{xi} + \varrho] \times \\ & [\eta_{yi} - \varrho, \eta_{yi} + \varrho]; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

这里 (η_{xi}, η_{yi}) 为第 i 个固定传感器的空间位置.

由测量信息(3)设计系统的状态观测器如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{w}(t, x, y)}{\partial t} = & a \left(\frac{\partial^2 \hat{w}(t, x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}(t, x, y)}{\partial y^2} \right) + \\ & \sum_{i=1}^m b_i(x, y) u_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^n c_i(x, y) l_i (y_i(t) - \hat{y}_i(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $l_i > 0$, $\hat{y}_i(t) = \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} c_i(x, y) \hat{w}(t, x, y) dx dy$, $i = 1, 2, \dots, n$.

对系统(1)设计如下基于观测器的控制器:

$$u_i(t) = -k_i \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} b_i(x, y) \hat{w}(t, x, y) dx dy, \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, m,$$

其中 k_i 为控制器增益.

2 稳定性分析和移动执行器的运动策略

为了利用算子半群理论和Lyapunov方法分析基于观测器的移动执行器的运动策略, 二维分布参数系统(1)可以表示为Hilbert空间上的发展方程^[3].

设 $\mathcal{W}$ 为 Hilbert 空间, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 为其内积, $\|\cdot\|$ 为其范数. 自反 Banach 空间 $\mathcal{V}$ 的范数为 $\|\cdot\|$. 设 $\mathcal{V}^*$ 为 $\mathcal{V}$ 的对偶空间, 其范数为 $\|\cdot\|_*$. 本文假设 $\mathcal{V} \hookrightarrow \mathcal{W} \hookrightarrow \mathcal{V}^*$, 且设嵌入是稠密的、连续的. 本文中 $\mathcal{W} = L^2(\Omega)$, $\mathcal{V} = H_0^1(\Omega)$, $\mathcal{V}^* = H^{-1}(\Omega)$. 从而二维分布参数系统(1)可以表示为

$$\dot{w}(t) = \mathcal{A}w(t) + \mathcal{B}(\theta(t))u(t), \quad (6)$$

其中

$$w(t) = \{w(t, x, y), 0 \leq x \leq l_x, 0 \leq y \leq l_y\}.$$

二阶椭圆算子 $\mathcal{A}: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}^*$ 为

$$\mathcal{A}\phi = a\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right), \quad \phi \in \text{Dom}(\mathcal{A}),$$

其中 $\mathcal{A}$ 的定义域 $\text{Dom}(\mathcal{A})$ 为

$$\text{Dom}(\mathcal{A}) = \{\psi \in H_0^1(\Omega), \Delta\psi \in L^2(\Omega)\}.$$

定义 $\mathcal{B}_i(\theta_i(t))$ 和 $\mathcal{B}(\theta(t))$ 分别为

$$\mathcal{B}_i(\theta_i(t))u_i(t) = b_i(x, y)u_i(t),$$

$$\mathcal{B}(\theta(t))u(t) =$$

$$(\mathcal{B}_1(\theta_1(t)), \mathcal{B}_2(\theta_2(t)), \dots, \mathcal{B}_m(\theta_m(t))) \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}.$$

从而控制器(5)可表示为

$$u(t) = -K\mathcal{B}^*(\theta(t))\hat{w}(t), \quad (7)$$

其中 $K = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_m)$.

传感器的测量方程(3)可表示为

$$y(t) = \mathcal{C}w(t) = (\mathcal{C}_1w(t), \mathcal{C}_2w(t), \dots, \mathcal{C}_nw(t))^T, \quad (8)$$

其中: $\mathcal{C}_i w(t) = \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} c_i(x, y)w(t, x, y)dx dy, i = 1, 2, \dots, n$.

综上, 二维分布参数系统(1)可表示为

$$\dot{w}(t) = \mathcal{A}w(t) - \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))\hat{w}(t). \quad (9)$$

观测器(4)可表示为

$$\dot{\hat{w}}(t) = (\mathcal{A} - \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}e(t). \quad (10)$$

其中: $\Gamma = \text{diag}(l_1, l_2, \dots, l_n) > 0, e(t) = w(t) - \hat{w}(t)$.

注2 令 $\bar{w}(t) = (w(t), \hat{w}(t))^T$, 由式(9)和(10)可得 $\dot{\bar{w}}(t) = \mathbf{A}\bar{w}(t)$, 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{A} & -\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)) \\ \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C} & \mathcal{A} - \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)) - \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C} \end{bmatrix}.$$

注意到

$$\mathbf{A} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)) \\ \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C} & -\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)) - \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{A} & 0 \\ 0 & \mathcal{A} \end{bmatrix},$$

且 $\mathcal{B}(\theta(t)), \mathcal{B}^*(\theta(t)), \mathcal{C}, \mathcal{C}^*, K, \Gamma$ 都为有界算子, 故 $\mathbf{A}$ 是无穷小生成元 $\begin{bmatrix} \mathcal{A} & 0 \\ 0 & \mathcal{A} \end{bmatrix}$ 的一个有界扰动, 即 $\mathbf{A}$ 也是某个 C_0 半群的无穷小生成元^[3], 因此系统是适定的.

由式(9)和(10), 估计误差 $e(t) = w(t) - \hat{w}(t)$ 满足方程

$$\dot{e}(t) = (\mathcal{A} - \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C})e(t), \quad (11)$$

其初始条件为 $e(0) = w(0) - \hat{w}(0) \neq 0$. 同样, $\mathcal{C}, \mathcal{C}^*, \Gamma$ 都为有界算子, $\mathcal{A} - \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}$ 也是无穷小生成元 $\mathcal{A}$ 的有界扰动, 故可生成一个 C_0 半群, 从而误差系统是适定的.

本文假设 λ 为有界正定算子 $\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))$ 的最大特征值, μ 为有界正定算子 $\mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}$ 的最大特征值. 假设正定算子 $-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))$ 和 $-\mathcal{A} + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}$ 的最小特征值分别为 ρ 和 σ .

定理1 考虑二维分布参数系统(1), 设计基于观测器(4)的控制器(5), 设定平面上每个移动执行器的水平运动速度和垂直运动速度分别为

$$v_{xi}(t) = -\frac{1}{2\varepsilon}k_i \int_{\theta_{yi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{yi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, \theta_{xi}(t) - \varepsilon, y) - \hat{w}(t, \theta_{xi}(t) + \varepsilon, y)) dy \mathcal{B}_i^* \hat{w}(t), \quad (12)$$

$$v_{yi}(t) = -\frac{1}{2\varepsilon}k_i \int_{\theta_{xi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{xi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) - \varepsilon) - \hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) + \varepsilon)) dx \mathcal{B}_i^* \hat{w}(t). \quad (13)$$

其中

$$\mathcal{B}_i^* \hat{w}(t) = \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} b_i(x, y) \hat{w}(t, x, y) dx dy,$$

$$i = 1, 2, \dots, m.$$

若存在正常数 $r_i, i = 1, 2, 3$, 满足 $r_1 \lambda^2 - r_2 \rho^2 \leq 0$ 和 $r_2 \mu^2 - 2r_3 \sigma^2 \leq 0$, 则二维分布参数系统(1)在该移动执行器控制下是全局渐近稳定的, 且移动执行器可提高分布参数系统的控制性能.

证明 构造Lyapunov函数如下:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t).$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(t) &= -r_1 \langle w(t), \mathcal{A}w(t) \rangle, \\ V_2(t) &= r_2 \langle \hat{w}(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \rangle, \\ V_3(t) &= r_3 \langle e(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{C}^*\Gamma\mathcal{C})e(t) \rangle, \end{aligned}$$

这里 r_1, r_2, r_3 为3个正实数.

对 $V_1(t)$ 求导并利用不等式 $2\langle x, y \rangle \leq \langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \\ &-r_1 \langle \dot{w}(t), \mathcal{A}w(t) \rangle - r_1 \langle w(t), \mathcal{A}\dot{w}(t) \rangle = \\ &-2r_1 \langle \mathcal{A}w(t) - \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))\hat{w}(t), \mathcal{A}w(t) \rangle \leq \\ &-2r_1 |\mathcal{A}w(t)|^2 + r_1 |\mathcal{A}w(t)|^2 + \\ &r_1 |\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))\hat{w}(t)|^2 \leq \\ &-r_1 |\mathcal{A}w(t)|^2 + r_1 \lambda^2 |\hat{w}(t)|^2. \end{aligned} \quad (14)$$

对 $V_2(t)$ 求导,注意到 $-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t))$ 为自共轭算子,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \\ &2r_2 \langle \dot{\hat{w}}(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \rangle + \\ &r_2 \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle = \\ &-2r_2 |(-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t)|^2 + \\ &2r_2 \langle \mathcal{C}^*\Gamma\mathcal{C}e(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \rangle + \\ &r_2 \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle. \end{aligned}$$

利用不等式 $2\langle x, y \rangle \leq \langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &\leq -r_2 |(-\mathcal{A} + \mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t)|^2 + \\ &r_2 |\mathcal{C}^*\Gamma\mathcal{C}e(t)|^2 + \\ &r_2 \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle \leq \\ &-r_2 \rho^2 |\hat{w}(t)|^2 + r_2 \mu^2 |e(t)|^2 + \\ &r_2 \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

对式(15)的最后一项进行计算,可得

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle &= \\ 2 \sum_{i=1}^m \left(\int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \frac{d}{dt} b(x, y; \theta_{xi}(t), \theta_{yi}(t)) \times \right. \end{aligned}$$

$$\left. \hat{w}(t, x, y) dx dy \right) k_i \mathcal{B}_i^* \hat{w}(t). \quad (16)$$

计算式(16)的积分项,可以得到

$$\begin{aligned} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \frac{d}{dt} b(x, y; \theta_{xi}(t), \theta_{yi}(t)) \hat{w}(t, x, y) dx dy &= \\ \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2\varepsilon} [H(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times \right. \\ \left. [H(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)] \right) \hat{w}(t, x, y) dx dy &= \\ \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \dot{\theta}_{xi}(t) \frac{\partial}{\partial \theta_{xi}(t)} ([H(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - \\ H(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times [H(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)]) \times \\ \hat{w}(t, x, y) dx dy + \\ \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \dot{\theta}_{yi}(t) \frac{\partial}{\partial \theta_{yi}(t)} ([H(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - \\ H(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times [H(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)]) \times \\ \hat{w}(t, x, y) dx dy = \\ \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \dot{\theta}_{xi}(t) ([\delta(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - \delta(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times \\ [H(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)]) \hat{w}(t, x, y) dx dy + \\ \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \dot{\theta}_{yi}(t) ([H(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times \\ [\delta(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - \delta(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)]) \hat{w}(t, x, y) dx dy = \\ \frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{xi}(t) \int_0^{l_y} [H(\theta_{yi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{yi}(t) + \varepsilon)] \times \\ (\hat{w}(t, \theta_{xi}(t) - \varepsilon, y) - \hat{w}(t, \theta_{xi}(t) + \varepsilon, y)) dy + \\ \frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{yi}(t) \int_0^{l_x} [H(\theta_{xi}(t) - \varepsilon) - H(\theta_{xi}(t) + \varepsilon)] \times \\ (\hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) - \varepsilon) - \hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) + \varepsilon)) dx = \\ \frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{xi}(t) \int_{\theta_{yi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{yi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, \theta_{xi}(t) - \varepsilon, y) - \\ \hat{w}(t, \theta_{xi}(t) + \varepsilon, y)) dy + \\ \frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{yi}(t) \int_{\theta_{xi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{xi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) - \varepsilon) - \\ \hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) + \varepsilon)) dx. \end{aligned} \quad (17)$$

将式(17)代入(16),得到

$$\begin{aligned} \left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}(\theta(t))K\mathcal{B}^*(\theta(t)))\hat{w}(t) \right\rangle &= \\ 2 \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{xi}(t) \int_{\theta_{yi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{yi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, \theta_{xi}(t) - \varepsilon, y) - \right. \\ \left. \hat{w}(t, \theta_{xi}(t) + \varepsilon, y)) dy + \right. \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2\varepsilon} \dot{\theta}_{yi}(t) \int_{\theta_{xi}(t)-\varepsilon}^{\theta_{xi}(t)+\varepsilon} (\hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) - \varepsilon) - \hat{w}(t, x, \theta_{yi}(t) + \varepsilon)) dx) k_i \mathcal{B}_i^* \hat{w}(t)). \quad (18)$$

当 $\dot{\theta}_{xi}(t) = v_{xi}(t)$, $\dot{\theta}_{yi}(t) = v_{yi}(t)$ 由式(12)和(13)给出时,式(18)可写为

$$\left\langle \hat{w}(t), \frac{d}{dt} (\mathcal{B}(\theta(t)) K \mathcal{B}^*(\theta(t))) \hat{w}(t) \right\rangle = 2 \sum_{i=1}^m (-\dot{\theta}_{xi}(t))^2 - (\dot{\theta}_{yi}(t))^2. \quad (19)$$

对 $V_3(t)$ 求导,并注意到 $-\mathcal{A} + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}$ 为自共轭算子,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) &= 2r_3 \langle \dot{e}(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}) e(t) \rangle = \\ &= 2r_3 \langle (\mathcal{A} - \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}) e(t), (-\mathcal{A} + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}) e(t) \rangle = \\ &= -2r_3 |(-\mathcal{A} + \mathcal{C}^* \Gamma \mathcal{C}) e(t)|^2 \leq \\ &= -2r_3 \sigma^2 |e(t)|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

结合式(14)、(15)、(19)和(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -r_1 |\mathcal{A} w(t)|^2 + r_1 \lambda^2 |\hat{w}(t)|^2 - r_2 \rho^2 |\hat{w}(t)|^2 + \\ &= r_2 \mu^2 |e(t)|^2 - 2r_3 \sigma^2 |e(t)|^2 = \\ &= -r_1 |\mathcal{A} w(t)|^2 + (r_1 \lambda^2 - r_2 \rho^2) |\hat{w}(t)|^2 + \\ &= (r_2 \mu^2 - 2r_3 \sigma^2) |e(t)|^2. \end{aligned} \quad (21)$$

当正常数 r_i ($i = 1, 2, 3$) 满足 $r_1 \lambda^2 - r_2 \rho^2 \leq 0$ 和 $r_2 \mu^2 - 2r_3 \sigma^2 \leq 0$, 则有 $\dot{V}(t) \leq -r_1 |\mathcal{A} w(t)|^2 < 0$. 故二维分布参数控制系统(1)是全局渐近稳定的. $\square$

注3 由上述证明可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = 0$, 从而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{w}(t) = 0$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. 故不仅分布参数系统(1)收敛,而且观测器系统(10)和估计误差系统(11)都收敛.

3 数值仿真

下面通过数值仿真实验验证基于观测器的移动执行器对二维分布参数系统(1)的控制,系统(1)及其状态观测器(4)的初始条件为 $w(0, x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y) e^{-2(x^2+y^2)}$, $\hat{w}(0, x, y) = 0$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. 令 $a = 0.0003$, $t \in [0, 80]$, $l_i = 50$, $i = 1, 2, 3, 4$. 采用4个固定传感器测量系统状态,其位置分别为 $(0.35, 0.35)$, $(0.35, 0.65)$, $(0.65, 0.35)$ 和 $(0.65, 0.65)$. 2个移动执行器的初始速度均为 $(0, 0)$, 初始位置为 $(0.15, 0.35)$ 和 $(0.75, 0.65)$, 水平运动速度和垂直运动速度分别由式(12)和(13)给出,参数 $\varepsilon = \varrho = 0.08$. 控制增益为 $k_1 = k_2 = 20$. 为了比较系统在固定执行器和移动执行器控制下的效果,选择两个完全

一样的执行器,固定在 $(0.15, 0.35)$ 、 $(0.75, 0.65)$ 处.

图1给出了误差系统的状态范数的演变过程,说明所设计的观测器可以对二维分布参数系统的状态进行有效估计.

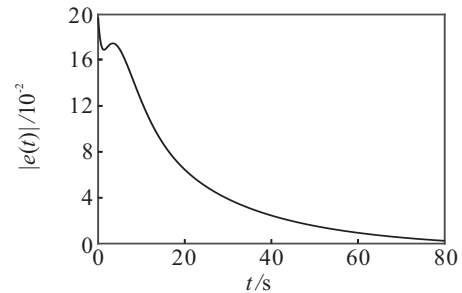


图1 误差系统的状态 L_2 范数的演变

图2描绘了二维分布参数系统的状态 L_2 范数的演变过程,比较了系统在不加控制、固定执行器控制和移动执行器控制下的范数收敛情况,说明系统在移动执行器控制下效果更好.

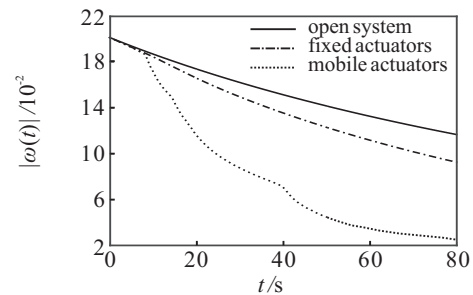


图2 系统状态 L_2 范数的演变过程

图3描绘了两个移动执行器在平面上的运动路径.

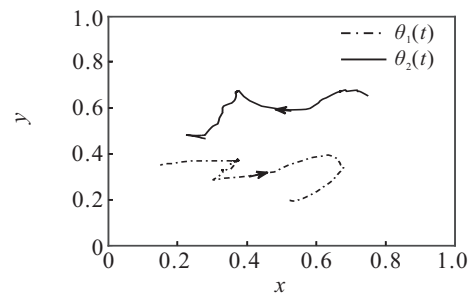


图3 两个移动执行器在平面上的运动轨迹

4 结论

本文研究了由固定传感器与移动执行器组成的网络对二维分布参数系统的控制问题. 利用传感器的测量数据设计了系统的状态观测器,并进一步给出了基于观测器的控制器. 通过算子半群理论和 Lyapunov 方法设计了一种基于观测器的移动执行器的运动方案,该运动方案能有效提高执行器对分布参数系统的控制性能. 最后,通过 Matlab 仿真实验验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Akyildiz I F, Su W, Sankarasubramaniam Y, et al. Wireless sensor networks: A survey[J]. Computer Networks, 2002, 38(4): 393-422.
- [2] Salarian H, Chin K W, Naghdy F. Coordination in wireless sensor-actuator networks: A survey[J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2012, 72(7): 856-867.
- [3] Curtain R F, Zwart H. An introduction to infinite-dimensional linear systems theory[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 1-5.
- [4] 郭宝珠, 柴树根. 无穷维线性系统控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 197-233.
(Guo B Z, Chai S G. Control theory of infinite dimensional linear systems[M]. Beijing: Science Press, 2012: 197-233.)
- [5] Fridman E. Sampled-data distributed H_∞ control of transport reaction systems[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2013, 51(2): 1500-1527.
- [6] Chen Y Q, Wang Z, Liang J. Optimal dynamic actuator location in distributed feedback control of a diffusion process[J]. International Journal of Sensor Networks, 2007, 2(3/4): 169-178.
- [7] Chao H Y, Chen Y Q, Ren W. Consensus of information in distributed control of a diffusion process using centroidal voronoi tessellations[C]. Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007: 1441-1446.
- [8] Demetriou M A. Guidance of mobile actuator-plus-sensor networks for improved control and estimation of distributed parameter systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(7): 1570-1584.
- [9] Demetriou M A. Adaptive control of 2-D PDEs using mobile collocated actuator/sensor pairs with augmented vehicle dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(12): 2979-2993.
- [10] Demetriou M A. Energy-based schemes for the guidance of mobile actuator/sensor pairs in the control of first order infinite dimensional systems[C]. Proceedings of European Control Conference. Linz: IEEE, 2015: 503-508.
- [11] 江正仙, 崔宝同, 楼旭阳, 等. 基于防碰撞的移动SAN对分布参数系统的控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2242-2246.
(Jiang Z X, Cui B T, Lou X Y, et al. Controlling distributed parameter systems utilizing mobile sensor-actuator networks with guaranteed collision avoidance[J]. Control and Decision, 2014, 29(12): 2242-2246.)
- [12] Wu H N, Li H X. H_∞ fuzzy observer-based control for a class of nonlinear distributed parameter systems with control constraints[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(2): 502-516.
- [13] Yang Y, Dubljevic S. Linear matrix inequalities (LMIs) observer and controller design synthesis for parabolic PDE[J]. European Journal of Control, 2014, 20(5): 227-236.
- [14] Jiang Z X, Cui B T, Lou X Y, et al. Improved control of distributed parameter systems using wireless sensor and actuator networks: An observer-based method[J]. Chinese Physics B, 2017, 26(4): 59-65.

作者简介

江正仙(1978—), 女, 副教授, 博士, 从事基于传感器执行器网络的分布参数系统等研究, E-mail: zhengxian@jiangnan.edu.cn;

崔宝同(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统控制理论与应用等研究, E-mail: btcui@jiangnan.edu.cn;

张建香(1989—), 女, 博士生, 从事基于传感器执行器网络的分布参数系统的迭代学习控制的研究, E-mail: zhangjianxiang155@163.com.

(责任编辑: 闫妍)