

损失厌恶下考虑参照利润效应的供应链决策模型

于悦, 邱若臻[†]

(东北大学 工商管理学院, 沈阳 110169)

摘要: 针对由一个风险中性供应商和一个损失厌恶零售商构成的二级供应链, 研究随机需求下考虑零售商参照利润效应的供应链决策问题. 在回购政策下, 建立以供应商为主方、零售商为从方的 Stackelberg 主从博弈模型. 结合参照依赖偏好模型分别得到集中和分散供应链决策, 分析供应链最优决策与损失厌恶程度、参照利润强度和零售商乐观水平之间的关系, 并进一步设计能够实现供应链完美协调的回购契约机制. 研究表明, 在集中和分散供应链决策下, 零售商订货量均随着损失厌恶和乐观程度的增加而减少. 而当零售商损失厌恶程度较低时, 订货量随参照利润强度的增加而增加; 反之, 亦成立. 对于批发价格决策, 则存在一个阈值, 当高于该阈值时, 批发价格随着零售商损失厌恶、乐观程度和参照利润强度的增大而增加; 低于该阈值时, 批发价格随着损失厌恶、乐观程度和参照利润强度的增大而降低.

关键词: 损失厌恶; 参照利润; Stackelberg 对策; 供应链协调; 回购契约

中图分类号: F274 **文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0094

引用格式: 于悦, 邱若臻. 损失厌恶下考虑参照利润效应的供应链决策模型[J]. 控制与决策, 2020, 35(11): 2810-2816.

Decision model of supply chain considering reference profit under loss aversion

YU Yue, QIU Ruo-zhen[†]

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China)

Abstract: The decision of a two-tier supply chain consisting of a risk-neutral supplier and a loss aversion retailer who considers the reference profit is studied under stochastic demand. The Stackelberg model, in which the supplier is the leader who decides the wholesale price and the retailer is the follower who decides the ordering quantity, is developed under buyback policy. Through the reference dependence model, the optimal ordering quantity and wholesale price are derived for both the centralized and the decentralized supply chain system respectively, and the relationships between the optimal decision and the loss aversion, reference profit intensity, as well as the retailer's optimism level are analyzed. Furthermore, the buyback contract that can perfectly coordinate the supply chain is presented. Results show that, for both the centralized and decentralized supply chain, the ordering quantity decreases with the loss aversion degree and optimism level. However, the ordering quantity increases with the reference profit intensity when the retailer is less loss aversion, and vice versa. For the wholesale price decision, it increases with the loss aversion degree, optimism level and reference profit intensity when exceeding a threshold, and vice versa.

Keywords: loss aversion; reference profit; Stackelberg game; supply chain coordination; buyback contract

0 引言

报童模型作为库存及供应链管理的核心, 广泛应用于供应链决策问题中, 包括库存系统设计、供应链契约等^[1]. 然而, 大多数已有文献通常假设决策者是风险中性或风险厌恶. 由于多数决策是由人作出的, 相关行为因素可能导致供应链产出偏离传统研究中

所建模型给出的预测结果. 这一现象广泛存在于一些缺乏标准决策支持系统应用的新兴市场^[1], 这就迫使学者充分理解人的决策偏好, 并将行为因素考虑进所建模型.

Schweitzer 等^[2]首次在报童决策问题中识别了决策偏离行为, 又称为 pull-to-center (PTC) 效用, 发现

收稿日期: 2019-01-20; 修回日期: 2019-06-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71772035); 辽宁省人才项目(WR2017003); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(N180614003); 辽宁省兴辽英才计划项目(XLYC1907104).

责任编辑: 王光臣.

[†]通讯作者. E-mail: rzqiu@mail.neu.edu.cn.

实际决策偏离了预期利润最大化决策. 此后, 许多学者采用实验方法验证了这一效用的存在. 基于此, Nagarajan 等^[3] 基于前景理论提出了相应模型来解释这一效用. 1979 年, Kahneman 等^[4] 首次提出了基于风险偏好的前景理论, 并认为收益和损失是由个人的获得或支付金额来定义, 所涉及的参照点被视为资产的现状. Long 等^[5] 认为前景理论并没有很好地解释决策偏离行为, 这是因为忽略了非零参照点的可能性. 对此, 他们针对具有损失厌恶和参照点效应的报童提出并明确了非零参照点的前景理论模型, 指出当实际情况高于参照点时, 决策者获得感知收益; 当实际情况低于参照点时, 决策者获得感知损失, 而对损失的感知要高于对收益的感知. 这表明人的决策不仅依赖于损失厌恶行为, 还与参照行为有关^[6-7].

Hsieh 等^[8] 在日益恶化的库存问题中考虑了消费者的参照价格行为, 探索了最优定价决策与初始参考价格之间的关系. Pu 等^[9] 在双渠道的背景下, 重点分析了参照价格对供应链的运作造成的影响. He 等^[10] 考虑了公司在 O2O 商业模式的环境下, 参照质量、广告效应和公司信誉对最优决策的影响. 上述研究从消费者参照行为角度探讨了供应链决策问题, 然而, 由于供应链成员并非总是基于自身的财富总和作出决策, 而是基于与参照利润的对比. Mandal 等^[11] 基于文献[5]所描述的模型进一步考虑了产品定价问题, 分析了参照点效应对订货和定价最优决策的影响. Liu 等^[12] 解决了具有参照点行为的报童在面对策略型消费者时的最优订货和定价问题. Shao 等^[13] 将上述参照点视为内部参照点, 在此基础上考虑外部参照点效应, 探讨了零售商最优订货决策问题. Wen 等^[14] 选取报童的预期作为参照点进行研究, 发现基于预期的报童的最优订货量不仅与货物销售概率分布、价格有关, 还与报童的损失厌恶程度有关.

在现实的商业情景中, 面对未知的风险, 决策者往往会为了规避损失而采取不同的措施. 近年来, 研究损失厌恶行为对供应链的影响受到了学者们的广泛关注. Ma 等^[15] 在供应商有两种销售渠道情况下考虑损失厌恶型消费者, 得到了不同在线利润率和消费者不同预期价值条件下的最优折扣策略和订货量. Vipin 等^[16] 假设报童是风险厌恶的, 分析了在追索权下此行为对订货和定价的影响. Hu 等^[17] 认为, 尽管制造商需要更低的批发价格以增加零售商的订货量, 但当零售商损失厌恶程度高并且缺货成本低时, 反而会提高批发价格. Xu 等^[18] 研究了基于延期交货的损失厌恶报童最优订货决策问题, 证实了高风险意味着高回报, 低风险伴随着低回报. Li 等^[19] 发现, 当消费者的参照价格较低时, 针对损失厌恶型消费者的最优定价要低于针对风险中性消费者的最优

定价. Wang 等^[20] 将同时具有损失厌恶及定量参照点效应模型的最优订货与经典报童问题进行了对比, 结果表明, 它们之间的差异遵循阈值政策. 上述研究大多只关注单一决策主体, 未考虑供应链上下游关系. 当今供应链的决策大多数是由各个成员独立作出的分散决策, 为解决成员间的目标冲突, 使整体供应链的效益最大, 协调机制起到了重要作用. 因此, 很多学者设计了用于协调分散供应链的契约机制, 以实现系统效率最大化^[21-23].

由上述研究发现, 在解释决策偏离行为时, 大多数文献要么单纯考虑参照点效用, 要么仅考虑损失厌恶行为, 鲜有文献将参照点效用与损失厌恶相结合^[20]. 实际上, 前景理论区别于传统期望效用理论的显著特点在于其一方面考虑了参照依赖或参照点效用, 另一方面同时考虑了决策者的损失厌恶行为. 受此启发, 本文针对由一个损失厌恶零售商和一个风险中性供应商组成的二级供应链, 提出以下研究问题: 1) 参照依赖及损失厌恶是如何影响供应链决策的? 2) 零售商的参照依赖和损失厌恶行为对供应商的决策有什么影响? 3) 当考虑零售商具有参照依赖和损失厌恶时, 是否存在能显著改进供应链整体运作效率的协调机制? 为解决上述问题, 本文建立一个基于前景理论的供应链主对策模型, 探讨零售商的损失厌恶程度、乐观系数及参照利润效应强度对均衡结果的影响. 进一步, 设计一种能实现供应链完美协调的回购契约机制.

1 基本模型描述

考虑由一个供应商和一个零售商组成的二级供应链系统, 如图 1 所示. 零售商作为市场终端, 面临着不确定需求 x , 假设需求在区间 $[x, \bar{x}] (0 \leq x < \bar{x})$ 上服从连续分布, 其概率密度为 $f(\cdot)$, 累积分布函数为 $F(\cdot)$. 为满足市场需求, 在销售季节来临前, 零售商需要决定产品订购数量. 销售期末, 对于超出市场需求的部分, 供应商以单位价格 b 进行回购.



图 1 二级供应链系统

零售商利润函数为

$$\pi_R(q; x) = \begin{cases} px - wq + b(q - x), & x < q; \\ (p - w)q, & x \geq q. \end{cases} \quad (1)$$

其中: q 是零售商订货量, 为决策变量; p 是产品零售价格, 为外生变量; w 是单位产品批发价格.

供应商利润函数为

$$\pi_S(w; x) = (w - c)q - b[q - x]^+. \quad (2)$$

其中: b 是单位产品回购价格, c 是供应商单位产品生产成木. 不失一般性, 假设 $p > w > b$.

对于零售商, 假设其在决策过程中考虑参照利润, 根据文献[5], 零售商参照利润可定义为

$$r(q) = \beta(p - w)q + (1 - \beta)[px - wq + b(q - \underline{x})]. \quad (3)$$

由式1可以看出, 当 $x \geq q$ 时, 零售商获得最大利润 $(p - w)q$; 反之, 当 $x < q$ 时, 零售商获得最小利润 $px - wq + b(q - \underline{x})$. 参数 $\beta \in [0, 1]$ 表示零售商的乐观水平. 式(3)参照利润度量了零售商所能获得的最大利润与最小利润之间的权衡. 零售商收益-损失函数^[24]可描述为

$$v(y) = \begin{cases} \eta y, & y \geq 0; \\ \lambda \eta y, & y < 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中: y 是零售商实际利润与参照利润的差值, 即 $y = \pi_R(q, x) - r(q)$; η 是参照点效应的强度, η 越大, 说明零售商对实际利润与参照利润之间的偏差越敏感. 当 $\eta = 0$ 时, 等同于经典的报童问题; $\lambda \geq 1$ 表示损失厌恶系数, $\lambda > 1$ 表示零售商是损失厌恶的, $\lambda = 1$ 表示零售商是风险中性的.

在式(1)、(3)和(4)的基础上, 零售商的总效应函数可描述为

$$\begin{aligned} u_R(q; x) &= \pi_R(q; x) + v(\pi_R(q; x) - r(q)) = \\ &= \pi_R(q; x) - \lambda \eta [r(q) - \pi_R(q; x)]^+ + \\ &= \eta [\pi_R(q; x) - r(q)]^+. \end{aligned} \quad (5)$$

在式(2)和(5)的基础上, 供应链的总效用函数可表示为

$$\begin{aligned} u_c(q; x) &= \pi_S(w; x) + u_R(q; x) = \\ &= p \min\{x, q\} - \lambda \eta [\bar{r}(q) - \bar{\pi}_R(q; x)]^+ + \\ &= \eta [\bar{\pi}_R(q; x) - \bar{r}(q)]^+ - cq. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $u_c(q; x)$ 是供应链的总效应, $\bar{r}(q) = (p - b)[\beta q + (1 - \beta)\underline{x}] + bq$, $\bar{\pi}_R = p \min\{x, q\} + b[q - x]^+$.

2 策略求解

2.1 集中决策

首先考虑集中决策情况. 根据式(6), 随机需求下的供应链期望总效应为

$$\begin{aligned} E[u_c(q; x)] &= \\ &= \int_{\underline{x}}^q px f(x) dx + \int_q^{\bar{x}} pq f(x) dx - \\ &= \lambda \eta \int_{\underline{x}}^{\frac{\bar{r}(q) - bq}{p - b}} [\bar{r}(q) - px - b(q - x)] f(x) dx + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \eta \int_{\frac{\bar{r}(q) - bq}{p - b}}^q [px + b(q - x) - \bar{r}(q)] f(x) dx + \\ &= \eta (pq - \bar{r}(q)) \int_q^{\bar{x}} f(x) dx - cq. \end{aligned} \quad (7)$$

命题1 供应链期望总效用函数 $E[u_c(q; x)]$ 是关于订货量 q 的凹函数, 并且存在唯一的最优订货量 q^* 使 $E[u_c(q; x)]$ 最大. q^* 满足

$$\begin{aligned} &= p\bar{F}(q^*) - \lambda \eta \beta (p - b) F(l(q^*)) - \\ &= \eta \beta (p - b) \bar{F}(l(q^*)) + \eta (p - b) \bar{F}(q^*) - c = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$l(q^*) = \frac{\bar{r}(q^*) - bq^*}{p - b} = \beta q^* + (1 - \beta)\underline{x},$$

$$\bar{F}(\cdot) = 1 - F(\cdot).$$

证明 函数 $E[u_c(q; x)]$ 关于 q 的二阶导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E[u_c(q; x)]}{\partial q^2} &= \\ &= -(\eta + 1)(p - b)f(q) - (\lambda - 1)\eta \beta^2 (p - b)f(l(q)), \end{aligned}$$

其中 $l(q) = \frac{\bar{r}(q) - bq}{p - b}$. 显然, $\frac{\partial^2 E[u_c(q; x)]}{\partial q^2} < 0$, 说明 $E[u_c(q; x)]$ 是关于 q 的凹函数, 因此, 存在唯一最优订货量 q^* 使得函数 $E[u_c(q; x)]$ 取最大值. 令 $\frac{\partial E[u_c(q; x)]}{\partial q} = 0$, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[u_c(q; x)]}{\partial q} &= \\ &= p\bar{F}(q) - \lambda \eta \beta (p - b) F(l(q)) - \eta \beta (p - b) \bar{F}(l(q)) + \\ &= \eta (p - b) \bar{F}(q) - c = 0, \end{aligned}$$

从而最优订货量决策 q^* 满足式(8)所示的等式条件. \square

推论1 当零售商不考虑参照利润, 即 $\eta = 0$ 时, 集中决策下的最优订货量为

$$q^* = F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right);$$

当零售商为损失中性且考虑参照利润, 即 $\lambda = 1, \eta > 0$ 时, 集中决策下的最优订货量为

$$q^* = F^{-1}\left(\frac{p + \eta(1 - \beta)(p - b) - c}{p + \eta(p - b)}\right).$$

由推论1可以看出: 当零售商不考虑参照利润时, 等同于经典报童问题; 当零售商为损失中性且考虑参照利润时, 最优订货量低于无参照利润时的情况. 下面进一步考察零售商损失厌恶程度(λ)、乐观系数(β)和参照点效应强度(η)对最优订货量决策的影响, 有如下命题成立.

命题2 1) $\frac{\partial q^*}{\partial \lambda} < 0$. 2) $\frac{\partial q^*}{\partial \beta} < 0$. 3) 当 $\lambda \leq \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} \geq 0$; 当 $\lambda > \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} < 0$, 其中 $l(q^*) = \frac{\bar{r}(q^*) - bq^*}{p - b}$.

证明 根据隐函数定理, 有如下结果成立:

1)

$$\frac{\partial q^*}{\partial \lambda} = \frac{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q \partial \lambda}}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}} = \frac{-\eta \beta (p-b) F(l(q^*))}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}} < 0,$$

其中 $l(q^*) = \frac{\bar{r}(q^*) - bq^*}{p-b}$;

2)

$$\frac{\partial q^*}{\partial \beta} = \frac{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q \partial \beta}}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}} = \frac{M_1}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}} < 0,$$

其中 $M_1 = -\lambda \eta (p-b) F(l(q^*)) - (\lambda-1) \eta (p-b) \beta (q-x) f(l(q^*)) - \eta (p-b) \bar{F}(l(q^*))$;

3)

$$\frac{\partial q^*}{\partial \eta} = \frac{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q \partial \eta}}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}} = \frac{M_2}{\frac{\partial^2 E(u_c(q^*; x))}{\partial q^2}},$$

其中 $M_2 = -\lambda \beta (p-b) F(l(q^*)) - \beta (p-b) \beta \bar{F}(l(q^*)) + (p-b) \bar{F}(q^*)$.

由上可知, 当 $\lambda \leq \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} \geq 0$; 当 $\lambda > \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} < 0$. \square

命题 2 的 1) 表明, 在集中决策下, 零售商损失厌恶程度越高, 供应链最优订货量越低; 命题 2 的 2) 表明, 零售商的乐观水平越高, 供应链的订货量越少; 命题 2 的 3) 表明, 参照利润效应遵循阈值策略. 当零售商的损失厌恶程度较大, 即 $\lambda > \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, 集中决策下的最优订货量随着参照利润强度的增加而减少; 当零售商的损失厌恶程度较低, 即 $\lambda \leq \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1$ 时, 集中决策下的最优订货量随着参照利润强度的增加而增加.

推论 2 当需求 x 在 $[x, \bar{x}]$ 上服从均匀分布时, 集中决策下的最优订货量为

$$q^* = \frac{M_3}{\eta (p-b) [\beta^2 (\lambda-1) + 1] + p}, \quad (9)$$

其中 $M_3 = [\beta \eta (p-b) (\beta (\lambda-1) + 1) + c] \bar{x} + [\eta (p-b) (1-\beta) + p - c] \bar{x}$.

特别地, 由式 (9) 可知, $\frac{\partial q^*}{\partial \lambda} < 0$, $\frac{\partial q^*}{\partial \beta} < 0$, 当 $\lambda \leq \frac{\bar{x} - q^* - \beta (\bar{x} - x)}{\beta^2 (q^* - x)} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} \geq 0$; 当 $\lambda > \frac{\bar{x} - q^* - \beta (\bar{x} - x)}{\beta^2 (q^* - x)} + 1$ 时, $\frac{\partial q^*}{\partial \eta} < 0$.

2.2 分散决策

分散决策下, 供应商和零售商构成 Stackelberg 博弈. 为获得 Stackelberg 均衡策略, 采用逆推法求解供

应商和零售商的最优决策. 根据式 (5), 零售商期望效用为

$$\begin{aligned} E[u_R(q; x)] = & E[\pi_R(q; x)] - \lambda \eta \int_x^{\frac{r(q)+(w-b)q}{p-b}} [r(q) - \\ & px + wq - b(q-x)] f(x) dx + \\ & \eta \int_{\frac{r(q)+(w-b)q}{p-b}}^q [px - wq + b(q-x) - r(q)] f(x) dx + \\ & \eta [(p-w)q - r(q)] \int_q^{\bar{x}} f(x) dx. \end{aligned} \quad (10)$$

命题 3 给定供应商批发价格决策 w , 零售商期望效用函数 $E[u_R(q; x)]$ 是关于订货量 q 的凹函数, 并且存在唯一的 q_d^* 使 $E[u_R(q; x)]$ 最大. q_d^* 满足下式:

$$-w + bF(q_d^*) + p\bar{F}(q_d^*) - \lambda \eta \beta (p-b) F(l(q_d^*)) - \eta \beta (p-b) \bar{F}(l(q_d^*)) + \eta (p-b) \bar{F}(q_d^*) = 0, \quad (11)$$

其中 $l(q_d^*) = \frac{r(q_d^*) + (w-b)q_d^*}{p-b} = \beta q_d^* + (1-\beta)x$.

证明 零售商期望效用函数 $E[u_R(q; x)]$ 对 q 求二阶导数, 得

$$\frac{\partial^2 E[u_R(q; x)]}{\partial q^2} = -(\eta+1)(p-b)f(q) - (\lambda-1)\eta\beta^2(p-b)f(l(q)),$$

显然, $\frac{\partial^2 E[u_R(q; x)]}{\partial q^2} < 0$. 因此, $E[u_R(q; x)]$ 是关于 q 的凹函数, 于是, 存在唯一的 q_d^* 使 $E[u_R(q; x)]$ 最大. 令 $\frac{\partial E[u_R(q; x)]}{\partial q} = 0$, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[u_R(q; x)]}{\partial q} = & (-w+b)F(q) + (p-w)\bar{F}(q) - \\ & \lambda \eta \left(\frac{\partial r(q)}{\partial q} + w - b \right) F\left(\frac{r(q) + (w-b)q}{p-b} \right) - \\ & \eta \left(\frac{\partial r(q)}{\partial q} + w - b \right) \left[F(q) - \right. \\ & \left. \bar{F}\left(\frac{r(q) + (w-b)q}{p-b} \right) \right] + \eta (p-w) \frac{\partial r(q)}{\partial q} \bar{F}(q) = \\ & -w + bF(q) + p\bar{F}(q) - \lambda \eta \beta (p-b) F(l(q)) - \\ & \eta \beta (p-b) \bar{F}(l(q)) + \eta (p-b) \bar{F}(q) = 0. \end{aligned}$$

其中

$$\frac{\partial r(q)}{\partial q} = \beta (p-b) - w + b,$$

$$l(q) = \frac{r(q) + (w-b)q}{p-b}.$$

求解上述等式, 得零售商最优订货量决策 q_d^* 满足式 (11). \square

在零售商订货量决策 q_d^* 的基础上, 供应商的期望利润函数为

$$E[\pi_S(w; x)] = (w - c)q_d^* - b \int_{\underline{x}}^{q_d^*} (q_d^* - x)f(x)dx. \tag{12}$$

命题4 给定零售商最优响应决策 q_d^* , 供应商期望利润函数 $E[\pi_S(w; x)]$ 是关于 w 的凹函数, 存在唯一 w^* 使 $E[\pi_S(w; x)]$ 最大. w^* 满足下式:

$$w^* = q_d^*[(\eta + 1)(p - b)f(q_d^*) + (\lambda - 1)\eta\beta^2(p - b)f(l(q_d^*))] + c - bF(q_d^*), \tag{13}$$

其中 $l(q_d^*) = \frac{r(q_d^*) + (w^* - b)q_d^*}{p - b}$.

证明 将 q_d^* 代入式(12), 并对 w 求二阶导数, 得

$$\frac{\partial^2 E[\pi_S(w; x)]}{\partial w^2} = \frac{2\partial q_d^*}{\partial w} + (w - c)\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w^2} - bf(q_d^*)\left(\frac{\partial q_d^*}{\partial w}\right)^2 - bF(q_d^*)\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w^2}.$$

根据隐函数定理, 有如下结果成立:

$$\frac{\partial q_d^*}{\partial w} = \frac{\frac{\partial^2 E[u_R(q; x)]}{\partial q_d^* \partial w}}{\frac{\partial^2 E[u_R(q; x)]}{\partial (q_d^*)^2}} = \frac{-1}{\frac{\partial^2 E[u_R(q; x)]}{\partial q^2}} < 0,$$

$$\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w^2} = \frac{(\lambda - 1)\eta\beta^2(p - b)\left(\frac{\partial r(q_d^*)}{\partial w} + q_d^*\right)f'(l(q_d^*))}{[(\eta + 1)(p - b)f(q_d^*) + (\lambda - 1)\eta\beta^2(p - b)f(l(q_d^*))]^2} = 0.$$

因此, $\frac{\partial^2 E[\pi_S(w; x)]}{\partial w^2} < 0$, 说明 $E[\pi_S(w; x)]$ 是关于 w 的凹函数, 于是存在唯一 w^* 使 $E[\pi_S(w; x)]$ 取最大值. 令 $E[\pi_S(w; x)]$ 关于 w 的一阶导数等于零, 即

$$\frac{\partial E[\pi_S(w; x)]}{\partial w} = q_d^* + (w - c)\frac{\partial q_d^*}{\partial w} - bF(q_d^*)\frac{\partial q_d^*}{\partial w} = 0,$$

从而得知供应商最优批发价格决策满足式(13). \square

联立命题3和命题4中的式(11)和(13), 可求解供应商和零售商最优 Stackelberg 均衡决策 (q_d^*, w^*) .

推论3 当零售商不考虑参照利润, 即 $\eta = 0$ 时, 分散决策下的零售商最优订货量和供应商最优批发价格决策分别为 $q_d^* = F^{-1}\left(\frac{p - w^*}{p - b}\right)$ 和 $w^* = q_d^*(p - b)f(q_d^*) + c - bF(q_d^*)$; 当零售商为风险中性且考虑参照利润, 即 $\lambda = 1, \eta > 0$ 时, 分散决策下的零售商最优订货量和供应商最优批发价格决策分别为 $q_d^* = F^{-1}\left(1 + \frac{b - w^*}{(1 + \eta)p - 2b}\right)$ 和 $w^* = q_d^*(\eta + 1)(p - b)f(q_d^*) + c - bF(q_d^*)$.

由推论3可以看出, 当零售商不考虑参照利润时, 根据式(11)和(13)得到的分散决策下供应商和零售商最优决策等同于经典报童问题的最优决策. 进一步, 有如下命题成立.

命题5 1) $\frac{\partial q_d^*}{\partial \lambda} < 0$. 2) $\frac{\partial q_d^*}{\partial \beta} < 0$. 3) 当 $\lambda \leq$

$\frac{\bar{F}(q_d^*) - \beta}{\beta F(l(q_d^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q_d^*}{\partial \eta} \geq 0$; 当 $\lambda > \frac{\bar{F}(q_d^*) - \beta}{\beta F(l(q_d^*))} + 1$ 时, $\frac{\partial q_d^*}{\partial \eta} < 0$, 其中 $l(q_d^*) = \frac{r(q_d^*) + (w - b)q_d^*}{p - b}$.

命题5的证明同命题2, 此处略去. 可以看出, 分散决策下, 零售商最优订货量关于相关参数的变化情况与集中决策下的结果(命题2)一致. 定义

$$\bar{w} = \frac{(2A + bf(q_d^*))F(l(q_d^*))}{\beta f(l(q_d^*))} + c + bF(q_d^*),$$

$$A = (\eta + 1)(p - b)f(q_d^*) + (\lambda - 1)\eta(p - b)\beta^2 f(l(q_d^*)); \tag{14}$$

$$\hat{w} = \frac{(2A + bf(q_d^*))B}{C} + c + bF(q_d^*),$$

$$B = \eta(p - b)[\lambda F(l(q_d^*)) + (\lambda - 1)\beta(q_d^* - \underline{x}) \times f(l(q_d^*)) + \bar{F}(l(q_d^*))],$$

$$C = (\lambda - 1)\eta(p - b)\beta[2f(l(q_d^*)) + (q_d^* - \underline{x})\beta f'(l(q_d^*))]; \tag{15}$$

$$\tilde{w} = \frac{(2A + bf(q_d^*))D}{E} + c + bF(q_d^*),$$

$$D = \lambda\beta(p - b)\bar{F}(l(q_d^*)) - (p - b)\bar{F}(q_d^*),$$

$$E = (p - b)f(q_d^*) + (\lambda - 1)(p - b)\beta^2 f(l(q_d^*)). \tag{16}$$

命题6 分散决策下, 供应商最优批发价格随零售商损失厌恶程度 λ 、乐观系数 β 和参照利润强度 η 的变化情况有如下结果成立:

- 1) 当 $w > \bar{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} > 0$; 当 $w \leq \bar{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} \leq 0$.
- 2) 当 $w > \hat{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \beta} > 0$; 当 $w \leq \hat{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \beta} \leq 0$.
- 3) 当 $w > \tilde{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \eta} > 0$; 当 $w \leq \tilde{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \leq 0$.

证明 首先证明1). 因为

$$\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} = \frac{\frac{\partial^2 \pi_S(w; x)}{\partial w \partial \lambda}}{\frac{\partial^2 \pi_S(w; x)}{\partial w^2}} = \frac{\frac{2\partial q_d^*}{\partial \lambda} + (w - c)\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w \partial \lambda} - bf(q_d^*)\frac{\partial q_d^*}{\partial \lambda}\frac{\partial q_d^*}{\partial w} - bF(q_d^*)\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w \partial \lambda}}{\frac{\partial^2 \pi_S(w; x)}{\partial w^2} + \frac{\partial^2 \pi_S(w; x)}{\partial w^2}}.$$

其中

$$\frac{\partial q_d^*}{\partial \lambda} = \frac{\frac{\partial^2 E(u_r)}{\partial q_d^* \partial \lambda}}{\frac{\partial^2 E(u_r)}{\partial (q_d^*)^2}} = \frac{-\eta\beta(p - b)F(l)}{\frac{\partial^2 E(u_r)}{\partial (q_d^*)^2}},$$

$$\frac{\partial^2 q_d^*}{\partial w \partial \lambda} = A^{-2}[\eta(p - b)\beta^2 f(l(q_d^*))],$$

$$l(q_d^*) = \frac{r(q_d^*) + (w - b)q_d^*}{p - b},$$

$$A = (\lambda - 1)\eta(p - b)\beta^2 f(l(q_d^*)) +$$

$$(\eta + 1)(p - b)f(q_d^*).$$

所以, 存在

$$\bar{w} = \frac{(2A + bf(q_d^*))F(l(q_d^*))}{\beta f(l(q_d^*))} + c + bF(q_d^*),$$

当 $w > \bar{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} > 0$; 当 $w \leq \bar{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} \leq 0$.

同理可证命题 6 中的 2) 和 3). \square

命题 6 的 1) 表明, 批发价格存在一个阈值 \bar{w} , 当高于该阈值时, 批发价格随着损失厌恶程度的增大而增大; 反之, 批发价格随着损失厌恶程度的降低而降低. 命题 6 的 2) 表明, 当批发价格高于某一阈值 \hat{w} 时, 批发价格随乐观系数的增大而增加; 低于该阈值时, 批发价格随乐观系数的增大而降低. 命题 6 的 3) 表明, 批发价格高于阈值 \tilde{w} 时, 批发价格与参照利润强度正相关; 反之, 批发价格与参照效应系数负相关.

推论 4 当 x 在 $[x, \bar{x}]$ 上服从均匀分布时, 零售商最优订货量 q_d^* 和供应商最优批发价格 w^* 分别为

$$q_d^* = \frac{(A_1 + c + b)x + (A_2 - c)\bar{x}}{2B_1 + b}, \quad (17)$$

$$w^* = \frac{[A_1(B_1 + b) - B_1(c + b)]x}{(2B_1 + b)(\bar{x} - x)} + \frac{[A_2(B_1 + b) + B_1c]\bar{x}}{(2B_1 + b)(\bar{x} - x)}. \quad (18)$$

其中: $A_1 = \beta\eta(p - b)(\beta(\lambda - 1) + 1) - b$, $A_2 = \eta(p - b)(1 - \beta) + p$, $B_1 = (p - b)[\eta(\beta^2(\lambda - 1) + 1) + 1]$.

根据推论 4, 有如下推论成立.

推论 5 当 x 在 $[x, \bar{x}]$ 上服从均匀分布时, 零售商最优订货量和供应商最优批发价格关于损失厌恶程度 λ 、乐观系数 β 和参照利润强度 η 的变化情况有如下结果成立:

$$1) \frac{\partial q_d^*}{\partial \lambda} < 0, \frac{\partial q_d^*}{\partial \beta} < 0.$$

$$2) \text{ 当 } \lambda \leq \frac{\bar{x} - q_d^* - \beta(\bar{x} - x)}{\beta^2(q_d^* - x)} + 1 \text{ 时, } \frac{\partial q_d^*}{\partial \eta} \geq 0; \text{ 当 } \lambda > \frac{\bar{x} - q_d^* - \beta(\bar{x} - x)}{\beta^2(q_d^* - x)} + 1 \text{ 时, } \frac{\partial q_d^*}{\partial \eta} < 0.$$

$$3) \text{ 当 } w > \bar{w} \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \lambda} > 0; \text{ 当 } w \leq \bar{w} \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \lambda} \leq 0. \text{ 其中}$$

$$\bar{w} = \frac{2b(q_d^* - x)}{\bar{x} - x} + 2A(q_d^* - x) + c,$$

$$A = \frac{(p - b)(\eta + 1)}{\bar{x} - x} + \frac{(p - b)(\lambda - 1)\beta^2\eta}{\bar{x} - x}.$$

$$4) \text{ 当 } w > \hat{w} \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \beta} > 0; \text{ 当 } w \leq \hat{w} \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \beta} \leq 0. \text{ 其中}$$

$$\hat{w} = \frac{2AB}{C} + c + \frac{(1 + B/C)b(q_d^* - x)}{\bar{x} - x},$$

$$B = \eta(p - b) \left(\frac{(\lambda + (\lambda - 2)\beta)(q_d^* - x)}{\bar{x} - x} + 1 \right),$$

$$C = \frac{2(\lambda - 1)(p - b)\beta\eta}{\bar{x} - x}.$$

5) 当 $w > \tilde{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \eta} > 0$; 当 $w \leq \tilde{w}$ 时, $\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \leq 0$. 其中

$$\tilde{w} = \frac{2AD}{E} + c + \frac{(1 + D/E)b(q_d^* - x)}{\bar{x} - x},$$

$$E = \frac{(p - b)(1 + (\lambda - 1)\beta^2)}{\bar{x} - x},$$

$$D = (p - b)(\lambda\beta - 1) \left(1 - \frac{\beta(q_d^* - x)}{\bar{x} - x} \right).$$

2.3 供应链回购契约协调机制设计

为改进分散决策下的供应链效用, 本文进一步设计能够实现供应链完美协调的回购契约 $\{w, b\}$. 有如下命题成立.

命题 7 分散决策下, 当供应商批发价格满足下式时:

$$w^* = bF(q_d^*) + c, \quad (19)$$

分散供应链能够实现完美协调.

证明 将 $w^* = bF(q_d^*) + c$ 代入式 (11), 得

$$p\bar{F}(q_d^*) - \lambda\eta\beta(p - b)F(l(q_d^*)) - \eta\beta(p - b) \times \bar{F}(l(q_d^*)) + \eta(p - b)\bar{F}(q_d^*) - c = 0. \quad (20)$$

可以看出, 式 (20) 与 (8) 形式上完全一致, 因此, $q_d^* = q^*$, 说明分散决策下的最优订货量决策与集中决策下的结果一致. \square

由命题 7 可以看出, 供应商批发价格 w 随着回购价格 b 的增加而增加, 说明供应商对于零售商每单位未出售的产品给予较高的回购价格的同时, 为弥补自身利润的损失, 将相应地提高产品批发价格.

命题 8 在供应链的协调机制 (19) 下, 有如下结果成立:

$$1) \frac{\partial w^*}{\partial \lambda} < 0. \quad 2) \frac{\partial w^*}{\partial \beta} < 0. \quad 3) \text{ 当 } \lambda \leq \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1 \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \geq 0; \text{ 当 } \lambda > \frac{\bar{F}(q^*) - \beta}{\beta F(l(q^*))} + 1 \text{ 时, } \frac{\partial w^*}{\partial \eta} < 0, \text{ 其中 } l(q^*) = \frac{\bar{r}(q^*) - bq^*}{p - b}.$$

证明 1) $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} = \frac{\partial q^*}{\partial \lambda} bf(q^*)$, 由命题 2 的 1) 得 $\frac{\partial w^*}{\partial \lambda} < 0$. 同理可证命题 8 的 2) 和 3). \square

由命题 8 的 1) 可以看出, 供应链实现协调后, 供应商批发价格随零售商损失厌恶程度的增加而降低. 命题 8 的 2) 表明, 供应商批发价格随零售商乐观程度的增加而降低. 命题 8 的 3) 表明, 当零售商损失厌恶较低时, 供应商批发价格随零售商参照利润强度的增大而增加; 当零售商损失厌恶程度较高时, 供应商批发价格随零售商参照利润强度的增大而降低.

3 结论

本文研究了零售商具有参照效应和损失厌恶的二级供应链协调问题. 研究表明: 随着零售商的损失厌恶以及乐观程度增大, 订货量降低; 零售商的损失厌恶程度足够低的情况下参照点效应增大, 订货量降低; 损失厌恶程度足够大时, 参照点效应增大, 订货量增大. 供应商的批发价格存在一个阈值, 当超出该阈值时, 损失厌恶、乐观程度、参照点效应与批发价格成正相关; 低于该阈值时, 损失厌恶、乐观程度、参照点效应与批发价格成负相关. 相对于主从对策均衡结果, 经协调后, 零售商的订货量有所增加, 供应商的批发价格有所降低, 供应链的总效用得到了改善. 进一步, 在 O2O (offline-to-online) 环境下, 可考虑渠道成员的参照行为, 研究具有参照效应(例如参照利润、参照价格及参照质量等)的供应链多渠道运作问题.

参考文献(References)

- [1] Uppari B S, Hasija S. Modeling newsvendor behavior: A prospect theory approach[J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2018, 21(3): 481-500.
- [2] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence[J]. *Management Science*, 2000, 46(3): 404-420.
- [3] Nagarajan M, Shechter S. Prospect theory and the newsvendor problem[J]. *Management Science*, 2013, 60(4): 1057-1062.
- [4] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-291.
- [5] Long X Y, Nasiry J. Prospect theory explains newsvendor behavior: The role of reference points[J]. *Management Science*, 2015, 61(12): 3009-3012.
- [6] Koszegi B, Rabin M. A model of reference-dependent preferences[J]. *Quarterly Journal of Economics*, 2006, 121(4): 1133-1165.
- [7] Lin Z. Price promotion with reference price effects in supply chain[J]. *Transportation Research: Part E*, 2016, 85: 52-68.
- [8] Hsieh T P, Dye C Y. Optimal dynamic pricing for deteriorating items with reference price effects when inventories stimulate demand[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 262(1): 136-150.
- [9] Pu X J, Li D D, Wang Z J. Coordination mechanism of dual-channel supply chains considering reference price effect[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(7): 1273-1278.
- [10] He Y, Zhang J, Gou Q, et al. Supply chain decisions with reference quality effect under the O2O environment[J]. *Annals of Operations Research*, 2018, 268(1): 273-292.
- [11] Mandal P, Kaul R, Jain T. Stocking and pricing decision under endogenous demand and reference point effects[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 264(1): 181-199.
- [12] Liu J, Wu C, Su T. The reference effect in newsvendor model with strategic customers[J]. *Management Decision*, 2017, 55(5): 1006-1021.
- [13] Shao L, Kirshner S N. Internal and external reference effects in a two-tier supply chain[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 267(3): 944-957.
- [14] Wen P, Pang Q H. The research of newsvendor based on expectation[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2018, 26(3): 109-116.
- [15] Ma S, Lin J, Zhao X. Online store discount strategy in the presence of consumer loss aversion[J]. *International Journal of Production Economics*, 2016, 171(1): 1-7.
- [16] Vipin B, Amit R K. Loss aversion and rationality in the newsvendor problem under recourse option [J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 261(2): 563-571.
- [17] Hu B, Meng C, Xu D, et al. Three-echelon supply chain coordination with a loss-averse retailer and revenue sharing contracts[J]. *International Journal of Production Economics*, 2016, 179: 192-202.
- [18] Xu X, Wang H, Dang C, et al. The loss-averse newsvendor model with backordering[J]. *International Journal of Production Economics*, 2017, 188: 1-10.
- [19] Li G P, Du B S, Duan Y R. Pricing and ordering strategy for deteriorating items with reference price effect[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(9): 1964-1972.
- [20] Wang R, Wang J. Procurement strategies with quantity-oriented reference point and loss aversion[J]. *Omega*, 2018, 80(1): 1-11.
- [21] Heydari J, Govindan K, Sadeghi R. Reverse supply chain coordination under stochastic remanufacturing capacity[J]. *International Journal of Production Economics*, 2018, 202: 1-11.
- [22] Venegas B B, Ventura J A. A two-stage supply chain coordination mechanism considering price sensitive demand and quantity discounts[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 264(2): 524-533.
- [23] Heydari J, Govindan K, Jafari A. Reverse and closed loop supply chain coordination by considering government role[J]. *Transportation Research: Part D*, 2017, 52: 379-398.
- [24] Wang C X, Webster S. The loss-averse newsvendor problem[J]. *Omega*, 2009, 37(1): 93-105.

作者简介

于悦(1985—), 女, 博士生, 从事供应链管理的研究, E-mail: yueyupaper@163.com;

邱若臻(1980—), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链与物流管理等研究, E-mail: rzqiu@mail.neu.edu.cn.

(责任编辑: 李君玲)