

控制与决策

Control and Decision

复杂非线性和输出约束下一类非线性系统的自适应输出反馈事件触发跟踪控制

孙琛, 林岩, 王雪松, 张绪

引用本文:

孙琛, 林岩, 王雪松, 等. 复杂非线性和输出约束下一类非线性系统的自适应输出反馈事件触发跟踪控制[J]. 控制与决策, 2025, 40(7): 2117-2124.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1102>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定

[Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules](#)

控制与决策. 2021, 36(7): 1592-1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1408>

带输入饱和的不确定非线性系统自适应模糊触发式补偿控制

Adaptive fuzzy trigger compensation control for uncertain nonlinear system with input saturation

控制与决策. 2021, 36(12): 3007-3014 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0907>

基于反馈无源化的切换非线性系统 H_∞ 跟踪控制

Passification-based H_∞ tracking control for a class of switched nonlinear systems

控制与决策. 2021, 36(11): 2729-2734 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0798>

基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制

Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm

控制与决策. 2021, 36(1): 173-179 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0658>

基于神经动态优化的非线性系统近似最优跟踪控制

Approximate optimal tracking control for nonlinear systems based on neurodynamic optimization

控制与决策. 2021, 36(1): 97-104 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0056>

复杂非线性和输出约束下一类非线性系统的 自适应输出反馈事件触发跟踪控制

孙琛¹, 林岩², 王雪松^{1†}, 张绪²

(1. 中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116;

2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对一类具有复杂非线性和输出约束的输出反馈非线性系统提出一个自适应事件触发跟踪控制方法, 其中系统的复杂非线性由与输出相关的非线性函数和不可测状态耦合构成. 为了估计不可测的状态变量并补偿复杂的系统非线性, 首先, 利用增益调节技术设计一个动态高增益, 并设计一个修改的高增益 K -滤波器; 然后, 对跟踪误差引入性能约束函数并设计自适应动态面输出反馈控制器. 为控制器设计一个触发条件来确定事件触发控制信号, 使得系统的通信资源得到有效节约. 研究表明, 利用所提出方案, 系统的复杂非线性和触发误差均能被有效处理, 输出约束能被保证, 并且跟踪误差能够收敛到一个任意小的紧集. 最终, 所提出控制方案的有效性通过高超音速飞机仿真实验得到了验证.

关键词: 自适应控制; 事件触发控制; 输出反馈跟踪; 复杂非线性; 输出约束; 非线性系统

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1102

引用格式: 孙琛, 林岩, 王雪松, 等. 复杂非线性和输出约束下一类非线性系统的自适应输出反馈事件触发跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(7): 2117-2124.

Adaptive output feedback event-triggered tracking control for a class of nonlinear systems with severe nonlinearities and output constraints

SUN Chen¹, LIN Yan², WANG Xue-song^{1†}, ZHANG Xu²

(1. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2. School of Automation, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: This paper proposes an adaptive output feedback event-triggered tracking control scheme for a class of nonlinear systems with severe nonlinearities and output constraints, in which the severe nonlinearities consist of output based nonlinear functions and unmeasurable states. To estimate the unknown state variables and compensate for the severe nonlinearities, a dynamic gain is first designed using gain scaling technique, based on which a modified high-gain K -filter is constructed. Then, an adaptive dynamic surface output feedback controller is designed by introducing the prescribed performance for the tracking error. Further, a triggering condition is constructed to determine the event-triggered control signal so that communication resource can be effectively saved. It is shown that with the proposed scheme, the severe nonlinearities and the execution error can be accommodated, the output constraints can be guaranteed, and the tracking error can converge to an arbitrarily small residual set. Finally, the effectiveness of the control scheme is demonstrated through simulation on a hypersonic aircraft.

Keywords: adaptive control; event-triggered control; output feedback tracking; severe nonlinearities; output constraints; nonlinear systems

0 引言

事件触发控制由于网络控制系统的兴起, 已经成为一种有效的控制策略^[1-4]. 事件触发控制指监控依据系统性能设定的触发条件, 只有当触发条件违

背时, 才会发生信息传输. 因此, 通信资源能够被节省.

同时, 自适应事件触发控制已被证明是处理具有参数不确定性系统的有效事件触发策略. 其主要

收稿日期: 2024-09-12; 录用日期: 2025-01-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373364, 62073197); 江苏省重点研发基金项目 (BE2022095).

†通信作者. E-mail: wangxuesongcumt@163.com.

优势在于,可以同时处理系统的不确定性和由事件触发机制引起的触发误差,并且不再需要文献[1]中关于触发误差的输入状态稳定性(ISS)假设.尽管自适应状态反馈事件触发控制已取得了一定的进展^[5-7],但输出反馈条件下的自适应事件触发控制更具挑战性.在处理自适应事件触发输出反馈问题时,文献[8]为一类输出反馈标准型不确定非线性系统提出了一种自适应事件触发稳定控制器,其中系统非线性仅取决于系统输出.借助同样的方法,文献[9]针对一类具有拒绝服务攻击的切换非线性系统,设计了输出反馈安全事件触发控制器.此外,对于与文献[8]中相似的系统,文献[10]采用动态面控制同时确保输出稳定和避免对虚拟控制律的微分,实现了输出端和控制器同时触发.与以上不同的是,文献[11]引入动态增益补偿触发误差和系统非线性,为一类输出反馈非线性系统设计了事件触发稳定控制器,虽然其系统非线性与不可测状态相关,但是满足线性增长条件.而对于系统非线性满足多项式增长条件的输出反馈系统,文献[12]研究了双边异步事件触发稳定控制器.最近,文献[13]针对一类具有测量不确定性的非线性系统,借助增益调节技术设计了输出反馈事件触发控制器,有效避免了测量不确定性对事件触发的影响.

值得注意的是,由于系统自身的性能需求和物理限制,输出约束问题也是一个具有挑战性的问题,并受到了众多关注^[14-18].一种典型的方法是在控制器设计阶段引入障碍 Lyapunov 函数,从而实现系统输出或状态的约束^[14].与之不同的是,另一种典型的方法是在误差设计阶段进行坐标变换,通过保证变换后的误差有界,保障系统的输出或状态约束^[16].

综上所述,本文研究一类具有复杂非线性的输出反馈非线性系统的事件触发控制和输出约束问题,其中系统非线性与系统不可测状态耦合.与现有结果比较,本文所提出控制方法的主要工作如下:

1) 所研究的系统包含更复杂的非线性和输出约束,其非线性项包含输出相关非线性函数与不可测状态的耦合项,这不仅比文献[8-10]中仅与系统输出相关的非线性项更加一般,同时包含了文献[11-13]中的线性增长条件和多项式增长条件无法覆盖的部分非线性项.

2) 通过设计一个动态增益和利用 K -滤波器技术构造一个修改的高增益 K -滤波器,使得与系统不可测状态耦合的非线性项能被有效补偿.

3) 提出基于事件触发的自适应输出反馈动态面跟踪控制方法,不仅可有效减少通信资源占用,实现

系统输出的时变约束,同时可避免反步法设计带来的微分爆炸问题.

1 问题描述

考虑如下具有复杂非线性的输出反馈非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \varphi_0(y) + \sum_{j=1}^r a_j \varphi_j(y) + F(y)x + b\Omega(y)u, \\ y &= c^T x. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $a_j (j = 1, 2, \dots, r)$ 和 $b \neq 0$ 是未知的系统参数, $c = [1, 0_{(n-1) \times 1}]^T$ 是一个单位向量, $u \in \mathbb{R}$ 和 $y \in \mathbb{R}$ 分别代表系统的输入和输出信号,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & I_{n-1} & & \\ 0 & \dots & 0 & \end{bmatrix}, \\ F(y) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f_{2,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & f_{2,n} & \dots & f_{n,n} \end{bmatrix}, \\ \varphi_0(y) &= [\varphi_{0,1}(y), \dots, \varphi_{0,n}(y)]^T, \\ \varphi_j(y) &= [\varphi_{j,1}(y), \dots, \varphi_{j,n}(y)]^T, \\ \Omega(y) &= [0_{(\rho-1) \times 1}, \xi_m(y), \dots, \xi_0(y)]^T. \end{aligned} \quad (2)$$

$\varphi_{j,i}(y)$, $f_{j,i}(y)$ 和 $\xi_{n-i}(y)$ 是已知且光滑的非线性函数, $\rho = n - m$ 代表系统的相对阶. 特别的, $\xi_m(y) > 0$.

本文的目标是设计一个自适应输出反馈事件触发跟踪控制器,使得系统的非线性和触发误差能同时被补偿,事件触发输入得以实现,同时系统的输出 y 能跟踪一个参考信号 y_r 并满足给定的输出约束,这里假设 y_r 和它的导数 \dot{y}_r , \ddot{y}_r 是连续且有界的.

为此,做如下假设.

假设 1 系统参数 b 的符号已知,并假设 $b > 0$.

假设 2 系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + \varphi_{0,i}(y) + \sum_{j=1}^r a_j \varphi_{j,i}(y) + \\ &\sum_{j=2}^i f_{j,i}(y)x_j + \frac{\xi_{n-i}(y)}{\xi_m(y)}(by_0 - x_{\rho+1}), \\ \rho + 1 &\leq i \leq n, \end{aligned} \quad (3)$$

关于它的输入 $(y_0, y, x_2, \dots, x_\rho)$ 和输出 $x_{\rho+1}$ 是有界输入有界状态(BIBO)稳定的.

注 1 假设 1 不失一般性地假设 $b > 0$, 这不仅符合诸多实际系统控制方向已知的情况,也能够简化控制器的设计,同样的假设请参见文献[8,16,19].

特别地, $b < 0$ 或 $b > 0$ 并不影响控制器的正常设计.

注 2 假设 2 事实上与文献 [19](经典的自适应反步法) 中的最小相位假设一致, 是一个最小相位条件, 能够保证系统 (1) 的零动态子系统有界输入有界状态稳定. 特别地, 飞控系统, 如超音速飞机、双水獭飞机的刚体纵向动力学模型等均满足该假设^[20-21].

2 输出反馈自适应事件触发控制器

2.1 状态观测器设计

首先, 假设事件触发时刻为 $\{t_k\}_{k=0}^\infty$, 即

$$t_0, t_1, \dots, t_k, k = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

这里 $t_k (k \geq 1)$ 由事件触发机制确定, $t_0 = 0$ 是初始时刻.

接着, 为了设计输出反馈控制器, 引入如下修改的高增益 K -滤波器:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_0 &= (A - \ell Lq c^T) \zeta_0 + \ell Lq y + \varphi_0(y) + F(y) \zeta_0; \\ \dot{\zeta}_j &= (A - \ell Lq c^T) \zeta_j + \varphi_j(y) + F(y) \zeta_j, \quad 1 \leq j \leq r; \\ \dot{v} &= (A - \ell Lq c^T) v + \Omega(y) u + F(y) v. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: 增益向量 $q = [q_1, \dots, q_n]^T$ 被选择, 使得 $A - qc^T$ 是 Hurwitz 的; $L = \text{diag}[1, \ell, \dots, \ell^{n-1}]$, 且 ℓ 是由下式更新的动态增益:

$$\dot{\ell} = -\gamma \ell^2 + \gamma \ell + \ell \eta(y), \quad \ell(0) = 1, \quad (6)$$

γ 是一个正的设计参数, $\eta(y)$ 是一个非负且光滑的函数. 考虑到 $\ell(0) = 1$, 既然 $\dot{\ell}(t) = \eta(y) \geq 0$ 在 $\ell(t) = 1$ 时恒成立, 能够得到 $\ell(t) \geq 1$ 在 $t \geq 0$ 上恒成立. 因此, 状态估计构造如下:

$$\hat{x} = \zeta_0 + \sum_{j=1}^r a_j \zeta_j + bv. \quad (7)$$

实际上, 定义状态观测器误差 $e = x - \hat{x}$, 其动态满足 $\dot{e} = (A - \ell Lq c^T) e + F(y) e$. 进一步, 定义一个正的设计参数 μ 和变换 $\varepsilon = \ell^{-\mu} L^{-1} e$, 能够得到

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \ell^{-\mu} L^{-1} \dot{e} + (\ell^{-\mu} \dot{L}^{-1}) e = \\ &\ell^{-\mu} L^{-1} ((A - \ell Lq c^T) e + F(y) e) - \frac{\dot{\ell}}{\ell} (\mu I + D) \varepsilon = \\ &\ell (A - qc^T) \varepsilon + L^{-1} F(y) L \varepsilon - \frac{\dot{\ell}}{\ell} (\mu I + D) \varepsilon. \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $D = \text{diag}\{0, 1, \dots, n-1\}$ 且

$$(A - \ell Lq c^T) = \ell \ell^\mu L (A - qc^T) \ell^{-\mu} L^{-1}. \quad (9)$$

既然 $A - qc^T$ 是 Hurwitz 的, 则存在一个矩阵 $P = P^T > 0$ 满足 $(A - qc^T)^T P + P(A - qc^T) = -I$. 然后选择如下 Lyapunov 函数:

$$V_0 = \varepsilon^T P \varepsilon, \quad (10)$$

其沿着式 (8) 的时间导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= -\ell \|\varepsilon\|^2 + 2\varepsilon^T P L^{-1} F(y) L \varepsilon - \\ &\frac{\dot{\ell}}{\ell} \varepsilon^T (DP + PD + 2\mu P) \varepsilon. \end{aligned} \quad (11)$$

注意到 $\ell \geq 1$, 因此存在一个非负且光滑的函数 $\eta_1(y)$ 使得 $\|L^{-1} F(y) L\| \leq \|L^{-1} F(y) L\|_F \leq \eta_1(y)$, 其中 $\|\cdot\|$ 和 $\|\cdot\|_F$ 分别代表矩阵的 2 范数和 Frobenius 范数, 进而能够得到

$$2\varepsilon^T P L^{-1} F(y) L \varepsilon \leq 2\|P\| \eta_1(y) \|\varepsilon\|^2. \quad (12)$$

因为 P 是一个对称正定矩阵, 所以选择一个足够大的 μ 能够使得 $\kappa_1 I \leq (DP + PD + 2\mu P) \leq \kappa_2 I$, 连同式 (6) 可以得到

$$\begin{aligned} -\frac{\dot{\ell}}{\ell} \varepsilon^T (DP + PD + 2\mu P) \varepsilon \leq \\ \gamma \kappa_2 \ell \|\varepsilon\|^2 - \kappa_1 \eta(y) \|\varepsilon\|^2, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 κ_1, κ_2 是正常数. 因此, 式 (11) 能够被重写为

$$\dot{V}_0 \leq -((1 - \gamma \kappa_2) \ell + \kappa_1 \eta(y) - 2\|P\| \eta_1(y)) \|\varepsilon\|^2. \quad (14)$$

令 $\gamma \leq 1/2\kappa_2$, $\eta(y) \geq (2\|P\| \eta_1(y) + 2C\lambda_{\max}(P)) / \kappa_1$, 其中 C 是一个正常数, 表明

$$\dot{V}_0 \leq -\left(\frac{1}{2}\ell + 2C\lambda_{\max}(P)\right) \|\varepsilon\|^2. \quad (15)$$

注 3 式 (7) 属于基于参数的状态估计, 其不用于设计状态观测器和控制器, 仅用于稳定性分析. 而观测器状态 ζ_0, ζ_j, v 和系统输出 y 被用于输出反馈控制器的设计. 该种类型的状态估计被用于众多自适应反步法控制方案中^[8,19,21].

2.2 控制器设计

本文将采取动态面技术设计自适应输出反馈事件触发控制器, 定义跟踪误差和其他误差如下:

$$\begin{aligned} z_1 &= y - y_r, \\ z_i &= v_i - \beta_{i-1}, \\ Y_{i-1} &= \beta_{i-1} - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, \rho. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: v_i 是式 (5) 定义的向量 v 的第 i 个分量; α_{i-1} 是虚拟控制信号, β_{i-1} 是 α_{i-1} 通过如下滤波器的信号:

$$\tau_{i-1} \dot{\beta}_{i-1} + \beta_{i-1} = \alpha_{i-1}, \quad \beta_{i-1}(0) = \alpha_{i-1}(0), \quad (17)$$

τ_{i-1} 是正的设计参数.

为实现时变输出约束, 引入性能约束函数

$$|z_1(t)| < p(t), \quad (18)$$

其中 $p(t)$ 是一个光滑递减的函数, 且描述如下:

$$p(t) = (p_0 - p_\infty) e^{-\iota t} + p_\infty, \quad \forall t \geq 0. \quad (19)$$

p_0, p_∞ 和 ι 是正常数且 $p_0 > p_\infty$. 式 (18) 给出的性能约束能通过应用文献 [14] 中提到的如下正切障碍 Lyapunov(TBLF) 函数实现:

$$\frac{1}{\pi} \psi_1^2(z_1, p) = \frac{1}{\pi} \tan^2\left(\frac{\pi z_1}{2p}\right), \quad (20)$$

其中 $\psi_1(z_1, p) = \tan\left(\frac{\pi z_1}{2p}\right)$. 显然 ψ_1^2 在式 (18) 满足的情况下是有界的.

简单起见, 将自适应动态面控制器的设计步骤归纳于表 1, 并基于此设计触发条件和事件触发控制器. 特别地, $c_1, \dots, c_\rho, \sigma_\theta, \sigma_\rho, \gamma_\theta, \chi, \bar{\delta}_1$ 是正设计参数; Λ 是对称正定矩阵; $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ 和 $\tilde{\rho} = \rho - \hat{\rho}$, $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\rho}$ 分别是 $\theta = [a_1, \dots, a_r, b^2/2]^T$ 和 $\rho = 1/b$ 的估计值.

表1 自适应事件触发控制器

第 1 步:
$V_1(z_1, \hat{\theta}, \hat{\rho}, p) = \frac{1}{\pi} \psi_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Lambda^{-1} \tilde{\theta} + \frac{b}{2\gamma_\theta} \tilde{\rho}^2,$ $\dot{z}_1 = bw_2 + \zeta_{0,2} + \varphi_{0,1} + \theta^T \omega - \dot{y}_r + e_2,$ $\alpha_1 = \hat{\rho} \tilde{\alpha}_1,$ $\tilde{\alpha}_1 = -c_1 p \psi_1 \lambda_1^2 - \zeta_{0,2} - \varphi_{0,1} - \tilde{\theta}^T \omega + \dot{y}_r + \frac{\dot{p}}{p} z_1 - \frac{\ell^{1+2\mu} \psi_1}{p \lambda_1^2}.$
第 i ($i = 2, 3, \dots, \rho - 1$) 步:
$V_i(z_1, \dots, z_i, \hat{\theta}, \hat{\rho}, p) = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2,$ $\dot{z}_i = v_{i+1} - \ell^i q_i v_1 + \sum_{j=2}^i f_{j,i} v_j - \dot{\beta}_{i-1},$ $\alpha_i = -c_i z_i + \ell^i q_i v_1 - \sum_{j=2}^i f_{j,i} v_j + \dot{\beta}_{i-1}.$
第 ρ 步:
$V_\rho(z_1, \dots, z_\rho, \hat{\theta}, \hat{\rho}, p) = V_{\rho-1} + \frac{1}{2} z_\rho^2,$ $\dot{z}_\rho = \xi_m(y) u + v_{\rho+1} - \ell^\rho q_\rho v_1 + \sum_{j=2}^\rho f_{j,\rho} v_j - \dot{\beta}_{\rho-1},$ $\alpha_\rho = \left(-c_\rho z_\rho - v_{\rho+1} + \ell^\rho q_\rho v_1 - \sum_{j=2}^\rho f_{j,\rho} v_j + \dot{\beta}_{\rho-1}\right) / \xi_m(y).$
参数更新律
$\dot{\hat{\theta}} = \frac{\Lambda \omega \psi_1}{p \lambda_1^2} - \sigma_\theta \Lambda \hat{\theta}, \quad \dot{\hat{\rho}} = -\frac{\gamma_\theta \tilde{\alpha}_1 \psi_1}{p \lambda_1^2} - \sigma_\rho \gamma_\theta \hat{\rho}.$
已知信号
$\lambda_1 = \cos\left(\frac{\pi z_1}{2p}\right), \quad \omega = \left[\zeta_{1,2} + \varphi_{1,1}, \dots, \zeta_{r,2} + \varphi_{r,1}, \frac{\psi_1}{p \lambda_1^2}\right]^T.$

2.3 事件触发机制设计

为了设计事件触发控制信号, 首先设计连续的控制信号 u_0 如下:

$$u_0 = \alpha_\rho - \bar{\delta}_1 \tanh\left(\frac{z_\rho \xi_m(y) \bar{\delta}_1}{\chi}\right). \quad (21)$$

假设事件触发时刻 t_k 已经由上一次触发确定, 下一次触发时刻 t_{k+1} 将通过监测以下触发条件确定:

$$t_{k+1} = \inf\{t > t_k : |\varpi(t)| \geq \delta_1\}. \quad (22)$$

其中: $\varpi(t) = u_0(t) - u_0(t_k)$ 是触发误差, δ_1 是正的事件触发阈值且满足 $\delta_1 < \bar{\delta}_1$. 因此, 输出反馈自适应事件触发控制信号设计为

$$u(t) = u_0(t_k) =$$

$$\alpha_\rho(t_k) - \bar{\delta}_1 \tanh\left(\frac{z_\rho(t_k) \xi(y(t_k)) \bar{\delta}_1}{\chi}\right), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}). \quad (23)$$

3 主要结果

首先, 考虑到式 (10) 定义的 V_0 和式 (16) 定义的辅助误差变量 Y_i , $i = 1, 2, \dots, \rho - 1$, 定义总的 Lyapunov 函数为

$$V = V_0 + V_\rho + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\rho-1} Y_i^2. \quad (24)$$

现将本文结果总结在如下定理中.

定理 1 令闭环系统满足假设 1 和假设 2, 其中被控对象由式 (1) 给出, 状态观测器由式 (5) 给出. 如果初始条件满足

$$V(0) \leq \bar{V}, \quad (25)$$

则通过选择设计参数, 能够得到: 1) 所有闭环信号是有界的; 2) 系统跟踪误差 z_1 能够收敛到原点附近的任意小紧集; 3) 芝诺现象被避免. 其中: \bar{V} 是一个正常数, 事件触发时刻由式 (22) 确定, 参数更新律和事件触发控制信号通过表 1 和式 (23) 更新.

证明 首先, 应用式 (16) 和 (17) 能够得到 $\dot{Y}_i = -\frac{Y_i}{\tau_i} - \dot{\alpha}_i$, $i = 1, 2, \dots, \rho - 1$. 因此, 存在一个连续的函数 $H_1(\cdot)$ 使得

$$\left| \dot{Y}_1 + \frac{Y_1}{\tau_1} \right| = |\dot{\alpha}_1| \leq H_1(z_1, z_2, Y_1, \hat{\rho}, \hat{\theta}, \varepsilon_2, p). \quad (26)$$

其次, 有

$$Y_1 \dot{Y}_1 \leq -\frac{Y_1^2}{\tau_1} + H_1 |Y_1|. \quad (27)$$

按照同样的方式, 存在连续函数 $H_i(\cdot)$ 且

$$Y_i \dot{Y}_i \leq -\frac{Y_i^2}{\tau_i} + H_i |Y_i|, \quad i = 2, 3, \dots, \rho - 1. \quad (28)$$

然后, 假设式 (25) 成立, 并定义紧集

$$\Xi_1 = \{(y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) : y_r^2, \dot{y}_r^2, \ddot{y}_r^2 \leq \bar{Y}\},$$

$$\Xi_2 = \{(z_1, \dots, z_\rho, Y_1, \dots, Y_{\rho-1}, \hat{\rho}, \hat{\theta}, p, \varepsilon) :$$

$$V_0 + V_\rho + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\rho-1} Y_i^2 \leq \bar{V}\}, \quad (29)$$

其中 \bar{Y} 存在且是一个正常数. 连续函数 $H_i(\cdot)$ ($i = 1, 2, \dots, \rho - 1$) 在紧集 $\Xi_1 \times \Xi_2$ 上有最大值, 即 M_i . 因此, 对于任意给定的正常数 ς 和 $i = 1, 2, \dots, \rho - 1$, 有

$$H_i |Y_i| \leq \frac{H_i^2}{4\varsigma} Y_i^2 + \varsigma \leq \frac{M_i^2}{4\varsigma} Y_i^2 + \varsigma. \quad (30)$$

将式 (30) 代入 (27) 和 (28), 可以得到

$$Y_i \dot{Y}_i \leq -\left(\frac{1}{\tau_i} - \frac{M_i^2}{4\varsigma}\right) Y_i^2 + \varsigma. \quad (31)$$

由表 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_0 + \dot{V}_{\rho-1} + z_\rho \left(\xi_m(y)u + v_{\rho+1} - \ell^\rho q_\rho v_1 + \right. \\ & \left. \sum_{j=2}^{\rho} f_{j,\rho} v_j - \dot{\beta}_{\rho-1} \right) + \sum_{i=1}^{\rho-1} Y_i \dot{Y}_i. \end{aligned} \quad (32)$$

其中由式 (21) ~ (23) 可得

$$u(t) = u_0(t) + h(t)\delta_1, \quad (33)$$

$|h(t)| \leq 1$ 是一个时变函数. 由此可得

$$\begin{aligned} & z_\rho \xi_m(y)u = \\ & z_\rho \xi_m(y)u_0(t) + z_\rho \xi_m(y)h(t)\delta_1 \leq \\ & z_\rho \xi_m(y)u_0(t) + |z_\rho \xi_m(y)\delta_1|. \end{aligned} \quad (34)$$

将式 (21) 和 (34) 代入 (32), 并且考虑到 $\xi_m(y) > 0$ 和 $\tanh(\cdot)$ 对于任意的 $\chi > 0$ 和 $s \in \mathbb{R}$ 满足 $0 \leq |s| - \text{stanh}(s/\chi) \leq 0.2785\chi$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -c_1 \psi_1^2 - \sum_{i=2}^{\rho} \left(c_i - \frac{3}{2} \right) z_i^2 - \left(\frac{\ell}{4} + 2\mathcal{C}\lambda_{\max}(P) \right) \|\varepsilon\|_2 - \\ & \sum_{i=1}^{\rho-1} \left(\frac{1}{\tau_i} - \frac{1}{2} - \frac{M_i^2}{4\varsigma} \right) Y_i^2 - \frac{\sigma_\theta}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} - \frac{b\sigma_e}{2} \tilde{\varrho}^2 + \\ & \frac{\sigma_\theta}{2} \theta^T \theta + \frac{b\sigma_e}{2} \varrho^2 + (\rho-1)\varsigma + 0.2785\chi. \end{aligned} \quad (35)$$

其中由杨氏不等式可得

$$\begin{aligned} \frac{\psi_1}{p\lambda_1^2} b(\beta_1 - \alpha_1) & \leq \frac{1}{2} b^2 \frac{\psi_1^2}{p^2 \lambda_1^4} + \frac{1}{2} Y_1^2, \\ z_i(\beta_i - \alpha_i) & \leq \frac{1}{2} z_i^2 + \frac{1}{2} Y_i^2, \quad i = 2, \dots, \rho-1. \end{aligned} \quad (36)$$

接着, 选择设计参数如下:

$$\begin{aligned} c_1 & \geq \mathcal{C}, \quad c_i \geq \frac{3}{2} + \mathcal{C}, \quad i = 2, 3, \dots, \rho; \\ \frac{1}{\tau_i} & \geq \frac{1}{2} + \frac{M_i^2}{4\varsigma} + \mathcal{C}, \quad i = 1, 2, \dots, \rho-1; \\ \sigma_\theta & \geq 2\mathcal{C}\lambda_{\max}(A^{-1}), \quad \sigma_e \geq \frac{2\mathcal{C}}{\gamma_e}. \end{aligned} \quad (37)$$

进一步可得式 (35) 满足

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\mathcal{C}\psi_1^2 - \sum_{i=2}^{\rho} \mathcal{C}z_i^2 - 2\mathcal{C}\lambda_{\max}(P)\|\varepsilon\|_2 - \\ & \sum_{i=1}^{\rho-1} \mathcal{C}Y_i^2 - \mathcal{C}\lambda_{\max}(A^{-1})\tilde{\theta}^T \tilde{\theta} - \mathcal{C}\frac{b}{\gamma_e}\tilde{\varrho}^2 + \\ & \frac{\sigma_\theta}{2}\theta^T \theta + \frac{b\sigma_e}{2}\varrho^2 + (\rho-1)\varsigma + 0.2785\chi \leq \\ & -2\mathcal{C}V + \mathcal{D}, \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $\mathcal{D} = \frac{\sigma_\theta}{2}\theta^T \theta + \frac{b\sigma_e}{2}\varrho^2 + (\rho-1)\varsigma + 0.2785\chi$.

选择 $\mathcal{C} > \mathcal{D}/(2\bar{V})$, 得到在 $V = \bar{V}$ 上 $\dot{V} < 0$, 这意味着 $V \leq \bar{V}$ 是一个不变集. 求解式 (38) 可得

$$0 \leq V(t) \leq \left(V(0) - \frac{\mathcal{D}}{2\mathcal{C}} \right) e^{-2\mathcal{C}t} + \frac{\mathcal{D}}{2\mathcal{C}}, \quad \forall t \geq 0. \quad (39)$$

因此, 信号 $z_1, \dots, z_\rho, \hat{\rho}, \hat{\theta}, \varepsilon$ 在 $t \in [0, +\infty)$ 上有界. 因为 z_1 和 y_r 是有界的, 所以 y 也是有界的. 同时, y 的有界性表明光滑函数 $\eta(y)$ 是有界的. 由式 (6) 可知

$$\dot{\ell} = -\gamma\ell(\ell - 1 - \eta(y)), \quad t \geq 0. \quad (40)$$

一旦存在一个时刻 t_ℓ 使得 $\ell(t_\ell) - 1 - \sup_{t \geq 0} \eta(y) \geq 0$, 则 $\dot{\ell} \leq 0$. 这表明, ℓ 是有界的. 进一步, 考虑到 $\varepsilon = \ell^{-\mu} L^{-1}e$, 则 e 是有界的. 因为 y 和 ℓ 都是有界的, 所以 $\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_r$ 是有界的.

借助观测器误差 $e = x - \hat{x}$, 将式 (7) 重写为

$$x = \zeta_0 + \sum_{j=1}^r a_j \zeta_j + bv + e. \quad (41)$$

利用与文献 [19] 一样的方法, 可以得到 v_1, \dots, v_ρ 和 $\alpha_1, \dots, \alpha_{\rho-1}$ 是有界的. 进一步, 式 (41) 表明 x_2, \dots, x_ρ 是有界的. 依据表 1, α_ρ 的有界性也被保证. 注意到 $v_{\rho+1}$ 能被表示成 $x_{\rho+1}, e_{\rho+1}, \zeta_{0,\rho+1}, \dots, \zeta_{r,\rho+1}$ 的线性组合. 将式 (23) 代入 (1), 并且令 $y_0 = \alpha_\rho + \left(\zeta_{0,\rho+1} + \sum_{j=1}^r a_j \zeta_{j,\rho+1} + \tilde{x}_{\rho+1} \right) / b + \xi_m(y)h\delta_1$, 可得式 (3) 成立. 依据假设 2, $x_{\rho+1}$ 是有界的, 至此 $v_{\rho+1}$ 有界. 因此, 式 (21) 和 (23) 表明控制信号 $u_0(t)$ 有界, 且事件触发控制信号 $u(t)$ 也有界. 同时, u 和 y 的有界性保证了 v 的有界性. 最终, 式 (41) 表明 x 有界. 至此, 闭环系统的所有信号有界.

式 (39) 表明 $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \mathcal{D}/(2\mathcal{C})$. 进一步, 能够得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} |z_1| \leq \sqrt{\mathcal{D}/\mathcal{C}}$, 即通过增大 $c_i, \sigma_e, \sigma_\theta$ 和 $1/\tau_i$ 的值来增大 \mathcal{C} , 系统的跟踪误差可以收敛到原点附近的任意小紧集.

为了证明芝诺现象被避免, 即证明存在一个常数 $T_0 > 0$ 使得 $t_{k+1} - t_k \geq T_0, k = 0, 1, \dots$. 研究触发误差 $\varpi(t) = u_0(t) - u_0(t_k) (\forall t \in [t_k, t_{k+1}))$ 的动态, 即

$$\frac{d}{dt} |\varpi(t)| = \frac{d}{dt} (\varpi \times \varpi)^{\frac{1}{2}} = \text{sgn}(\varpi) \dot{\varpi} \leq |\dot{\varpi}|. \quad (42)$$

由式 (21) 和表 1 可知, $\dot{\varpi}$ 是有界信号 $x, \zeta_0, \dots, \zeta_r, v, \hat{\rho}, \hat{\theta}$ 的函数. 因此, 一定存在一个正常数 M 使得 $|\dot{\varpi}| \leq M$. 既然 $\varpi(t_k) = 0$ 且 $\lim_{t \rightarrow t_{k+1}} \varpi(t) = \delta_1$, 则进一步得到内部事件时间的下界满足

$$t_{k+1} - t_k \geq T_0 = \frac{\delta_1}{M} > 0. \quad (43)$$

综上, 芝诺现象被避免. \square

4 仿真结果

以 15 马赫的速度和 110000 英尺的高度巡航的高超音速飞机的刚体纵向动力学模型为例, 具体的动态和物理变量请参见文献 [21], 变换后的系统模型如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \sum_{j=1}^3 a_j \varphi_{j,1}(y), \\ \dot{x}_2 &= \sum_{j=4}^5 a_j \varphi_{j,2}(y) + f_{2,2}(y)x_2 + bu, \\ \dot{x}_3 &= -\sum_{j=1}^3 a_j \varphi_{j,1}(y) + f_{3,3}(y)x_3, \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (44)$$

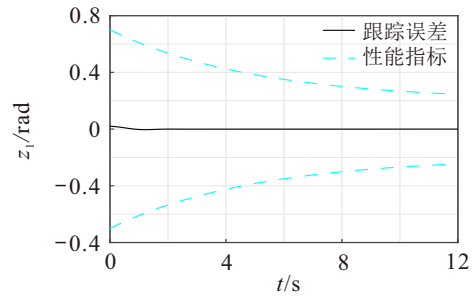
其中: $\varphi_{1,1}(y) = \varphi_{4,2}(y) = y$, $\varphi_{2,1}(y) = \sin y$, $\varphi_{3,1}(y) = y^2 \sin y$, $\varphi_{5,2}(y) = y^2$; $f_{2,2}(y) = -0.1059y^2 + 0.0047y - 0.0036$, $f_{3,3}(y) = 2.3383 \times 10^{25}$; 升降舵角是系统的输入 u , 满足如下限制: $-\pi/6 \leq u \leq \pi/6$; 高超音速飞机的攻角是系统的输出 y . 并且, 子系统 $\dot{x}_3 = -\sum_{j=1}^3 a_j \varphi_{j,1}(y) + f_{3,3}(y)x_3$ 以系统的输出信号 y 作为输入满足 BIBO 条件. 利用文献 [21] 的物理参数, 系统的未知参数被计算如下: $a_1 = -0.0148$, $a_2 = -3.6597 \times 10^{-6}$, $a_3 = 6.0019 \times 10^{-4}$, $a_4 = -0.9088$, $a_5 = 0.7792$, $b = 0.0929$.

控制目标是使高超音速飞机在存在事件触发输入和输出约束时, 输出 y 跟踪一个轨迹信号 $y_r = 0.05 \sin(0.1t)$ rad. 系统的初始环境和设计参数如下:

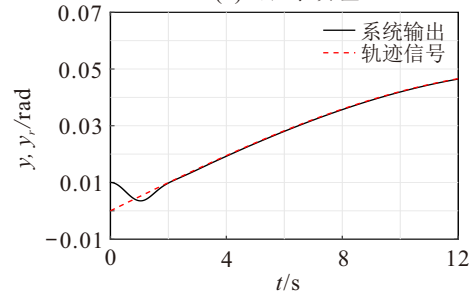
1) 高超音速飞机状态向量的初始值为 $x(0) = [0.01, 0, 0]^T$, 状态观测器状态的初始值 $\zeta_0(0), \dots, \zeta_r(0), v(0)$, 参数估计的初始值 $\hat{\theta}(0)$ 的各元素均为 0, $\hat{\rho}(0) = 0.6$, 仿真步长为 10^{-4} s.

2) 控制器的可调参数及函数为 $c_1 = c_2 = 1$, $\gamma = 0.1$, $\tau_1 = 0.001$, $\mu = 1$, $\sigma_\theta = I$, $\sigma_\rho = 0.01$, $\gamma_\rho = 10$, $\chi = 0.1$, 且 $\eta(y) = 8 \times 10^{-4}y^2 + 0.5$. 性能指标函数为 $p(t) = 0.25e^{-0.2t} + 0.1$.

令触发阈值为 $\delta_1 = 0.05$, 仿真结果如图 1 ~ 图 5 所示. 图 1 所示尽管存在事件触发机制、输出约束、与不可测状态耦合的系统非线性, 系统的输出 y 仍然能够跟踪轨迹信号 y_r ; 图 2 所示补偿与不可测状态耦合的系统非线性的动态增益是有界的; 图 3 比较了事件触发输出反馈控制信号和连续的控制信号; 图 4 所示为所有的触发时刻; 图 5 所示所有的自适应估计 $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\rho}$ 均是有界的. 此外, 表 2 表明芝诺现象被避免且通信资源有效节约.

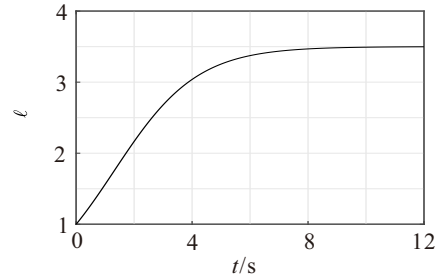
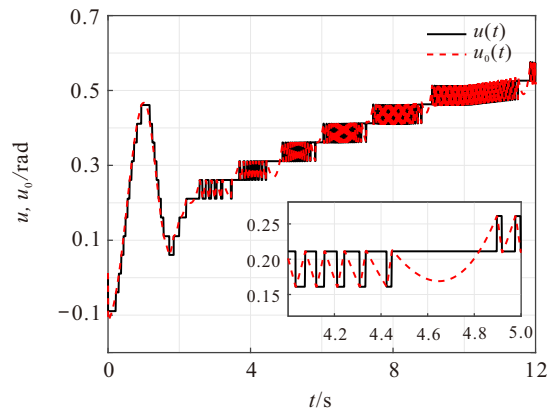
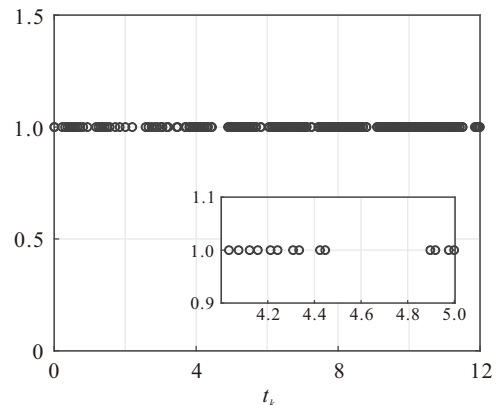


(a) 跟踪误差



(b) 系统输出和轨迹信号

图1 跟踪效果

图2 动态增益 l 图3 事件触发控制信号 u 和连续控制信号 u_0 图4 触发时刻 t_k

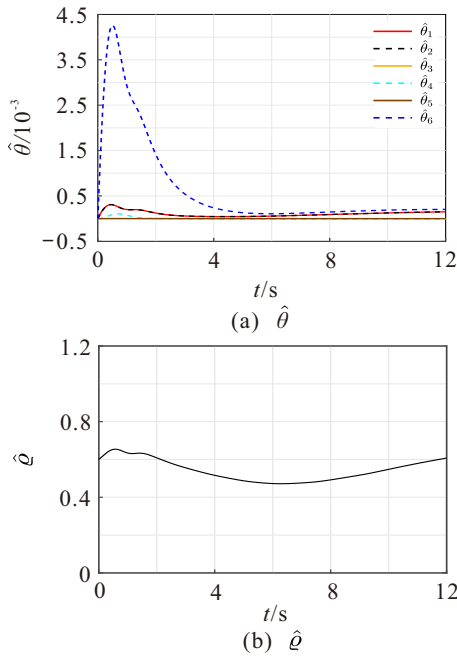


图5 自适应估计

表2 触发事件的数量和间隙

δ_1	总数量	$\min\{t_{k+1}-t_k\}/s$	$\max\{t_{k+1}-t_k\}/s$
0.01	402	0.0002	0.3301
0.05	334	0.0010	0.4508
0.2	371	0.0090	0.6900

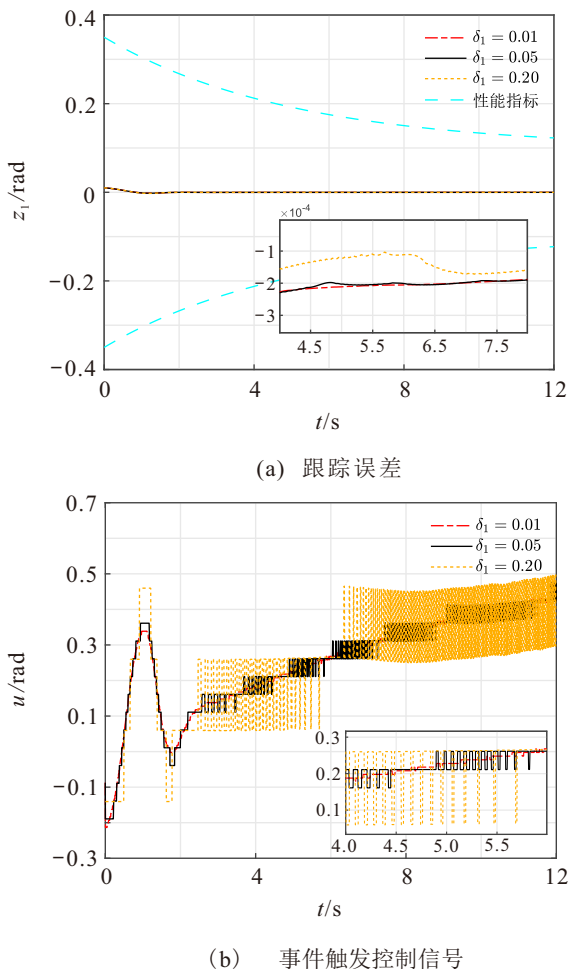


图6 对比结果

对比 3 组不同的事件触发参数 ($\delta_1 = \{0.01, 0.05, 0.2\}$) 的影响, 仿真结果如图 6 所示, 跟踪误差基本一致, 但是触发参数值越小, 跟踪误差越平稳, 事件触发控制信号波动越小. 此外, 表 2 表明芝诺现象被避免.

5 结论

本文研究了一类输出反馈非线性系统的自适应事件触发跟踪控制方法. 该控制方法实现了复杂非线性和触发误差的同时补偿, 系统的输出约束被保证, 通信资源得到有效节约, 并且芝诺现象被避免. 最后, 基于高超音速飞机的仿真实验验证了所提出方案的有效性. 未来将针对存在输入饱和的情况进行深入研究.

参考文献 (References)

- [1] Postoyan R, Tabuada P, Nešić D, et al. A framework for the event-triggered stabilization of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(4): 982-996.
- [2] Zhang C H, Yang G H. Event-triggered global finite-time control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(3): 1340-1347.
- [3] 李娇娇, 韩芝菲, 孙宗耀, 等. 基于事件触发策略的输出受限磁悬浮系统的有限时间镇定[J]. *控制与决策*, 2024, 39(3): 861-866. (Li J J, Han Z F, Sun Z Y, et al. Event-triggered finite-time stabilization of maglev system with output constraint[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(3): 861-866.)
- [4] 王静耀, 杜佳璐. 欠驱动 AUV 分布式事件触发固定时间三维编队控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(1): 231-241. (Wang J Y, Du J L. Distributed event-triggered fixed-time 3-D formation control of underactuated AUVs[J]. *Control and Decision*, 2025, 40(1): 231-241.)
- [5] Xing L T, Wen C Y, Liu Z T, et al. Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(4): 2071-2076.
- [6] Ji R H, Ge S S, Zhao K. Coded event-triggered control for nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2024, 167: 111753.
- [7] 王建晖, 杜泳萍, 邹涛, 等. 输入死区和全状态约束下不确定非线性系统的快速稳定事件触发控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(2): 490-498. (Wang J H, Du Y P, Zou T, et al. Fast stability event-triggered control for uncertain nonlinear systems with input dead-zone and full-state constraints[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(2): 490-498.)
- [8] Xing L T, Wen C Y, Liu Z T, et al. Event-triggered output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*,

- 2019, 64(1): 290-297.
- [9] Xie H Z, Zong G D, Yang D, et al. Secure control for switched nonlinear systems with DoS attacks: A switching event-triggered adaptive output-feedback control method[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, 54(5): 3011-3021.
- [10] Zhang Z R, Wen C Y, Xing L T, et al. Adaptive event-triggered control of uncertain nonlinear systems using intermittent output only[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(8): 4218-4225.
- [11] Li F Z, Liu Y G. Adaptive event-triggered output-feedback controller for uncertain nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2020, 117: 109006.
- [12] Li F Z, Liu Y G. Global adaptive stabilization via asynchronous event-triggered output-feedback[J]. *Automatica*, 2022, 139: 110181.
- [13] Wang Y P, Li H. Global stabilization via adaptive event-triggered output feedback for nonlinear systems with unknown measurement sensitivity[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, DOI: 10.1109/JAS.2023.123984.
- [14] Tang Z L, Tee K P, He W. Tangent barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2013, 46(20): 449-455.
- [15] 杨启尧, 彭冬亮, 蔡建平. 时变输出约束非线性系统的量化反馈自适应终端滑模控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(7): 2186-2194.
(Yang Q Y, Peng D L, Cai J P. Adaptive terminal sliding mode control for nonlinear systems with quantized input and time-varying output constraints[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(7): 2186-2194.)
- [16] Wang W, Wen C Y. Adaptive actuator failure compensation control of uncertain nonlinear systems with guaranteed transient performance[J]. *Automatica*, 2010, 46(12): 2082-2091.
- [17] Zhao K, Song Y D. Decision function-based adaptive control of uncertain systems subject to irregular output constraints[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2024, 69(11): 8026-8033.
- [18] 李应森, 陈明, 姜海洋, 等. 基于有限时间指令滤波的非线性系统固定时间预设性能控制[J]. *控制与决策*, 2024, 39(5): 1498-1506.
(Li Y S, Chen M, Jiang H Y, et al. Finite-time command filtered-based fixed-time prescribed performance control[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(5): 1498-1506.)
- [19] Krstic M, Kanel I, Kokotovic P V. *Nonlinear and adaptive control design*[M]. New York: Wiley, 1995.
- [20] Tang X D, Tao G, Joshi S M. Adaptive actuator failure compensation for parametric strict feedback systems and an aircraft application[J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1975-1982.
- [21] Tang X D, Tao G, Joshi S M. Adaptive output feedback actuator failure compensation for a class of non-linear systems[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2005, 19(6): 419-444.

作者简介

孙琛 (1993-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为自适应控制、网络控制, E-mail: sunchen0610@163.com;

林岩 (1955-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为自适应控制、飞行器控制, E-mail: linyan@buaa.edu.cn;

王雪松 (1974-), 女, 教授, 博士, 主要研究方向为人工智能、机器学习, E-mail: wangxuesongcumt@163.com;

张绪 (1986-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为自适应控制、非线性系统, E-mail: zhangxu10594@buaa.edu.cn.