

控制与决策

Control and Decision

虚假数据注入攻击下多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制

何星辰, 李元新

引用本文:

何星辰, 李元新. 虚假数据注入攻击下多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2025, 40(8): 2615–2624.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2024.1397>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制](#)

Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault
控制与决策. 2021, 36(9): 2103–2112 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0083>

[航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制](#)

Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs
控制与决策. 2021, 36(9): 2297–2304 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.0013>

[输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制](#)

Prescribed performance backstepping control for quadrotor UAV with output error constraint
控制与决策. 2021, 36(5): 1059–1068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1249>

[基于双层规划的高超声速飞行器预警资源分配方法](#)

Early warning resource allocation method for hypersonic vehicle based on bi-level programming
控制与决策. 2021, 36(2): 443–449 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0717>

[四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制](#)

Anti-interference trajectory tracking control of quadrotor UAV
控制与决策. 2021, 36(2): 379–386 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0875>

虚假数据注入攻击下多四旋翼飞行器 预设时间一致性跟踪控制

何星辰, 李元新[†]

(辽宁工业大学 理学院, 辽宁 锦州 121000)

摘要: 针对遭受虚假数据注入 (FDI) 攻击的多四旋翼飞行器系统, 提出基于命令滤波器的预设时间一致性跟踪控制算法. 首先, 引入命令滤波器并构建误差补偿机制, 在避免“复杂度爆炸”的同时移除滤波误差对系统的影响; 其次, 基于系统真实状态与受损状态之间的联系, 引入坐标变换并结合 Nussbaum 函数控制方法和自适应控制技术, 解决 FDI 攻击产生的未知控制增益问题; 接着, 利用 Lyapunov 稳定性理论证明系统预设时间稳定、闭环系统中的所有信号有界以及多四旋翼飞行器的一致性跟踪误差在预设时间内收敛到原点附近的邻域内; 最后, 通过仿真算例验证所提出控制算法的有效性.

关键词: 多四旋翼飞行器; FDI 攻击; 预设时间控制; 一致性跟踪控制; 命令滤波器; Nussbaum 函数

中图分类号: TP18 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1397

引用格式: 何星辰, 李元新. 虚假数据注入攻击下多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2025, 40(8): 2615-2624.

Predefined-time consensus tracking control for multi-QUAVs under false data injection attacks

HE Xing-chen, LI Yuan-xin[†]

(College of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121000, China)

Abstract: A predefined-time consensus tracking control algorithm based on a command filter is proposed for multi-QUAVs systems under false data injection (FDI) attacks. First, the command filter is introduced and an error compensation mechanism is constructed, which removes the influence of filtering errors on the system while avoiding the "complexity explosion" issue. Next, based on the relationship between the actual system state and the compromised state, a coordinate transformation is introduced. Combined with the Nussbaum function control method and adaptive control techniques, the issue of unknown control gain caused by FDI attacks is addressed. Then, by using the Lyapunov stability theory, it is proved that the system is predefined-time stable, all signals in the closed-loop system are bounded, and the consensus tracking error of the multi-QUAVs converges to the neighborhood near the origin within the predefined time. Finally, the effectiveness of the proposed control algorithm is verified by simulation examples.

Keywords: multi-QUAVs; FDI attack; predefined-time control; consensus tracking control; command filter; Nussbaum function

0 引言

随着无人飞行器技术的快速发展, 四旋翼飞行器 (quadrotor unmanned aerial vehicle, QUAV) 因其结构简单、机动性强和易于操控的特性, 广泛应用于环境监测、灾害救援和军事侦察等领域^[1-2]. 由于任务复杂度的日益增加, 单一飞行器已经难以满足实际需求, 而多四旋翼协同系统因其具有执行效率高、

容错能力强等优势, 受到学者的广泛关注^[3]. 在多四旋翼飞行器的协同控制中, 往往需要多个飞行器的状态或输出在一定规则下趋于一致, 这使得多四旋翼系统的一致性控制问题逐渐成为研究热点.

近年来, 众多学者已经提出了一系列有效的控制策略. 文献 [4-5] 基于反步控制技术提出了自适应神经动态面控制算法. 对于存在执行器故障的多四

收稿日期: 2024-12-03; 录用日期: 2025-04-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62373176); 辽宁省“兴辽英才计划”领军人才项目 (XLYC2402019).

责任编委: 张维海.

[†]通信作者. E-mail: yxinly@126.com.

旋翼姿态系统, 文献 [6] 设计了一致性抗干扰容错控制方案. 为了缓解通信压力, 文献 [7] 研究了基于记忆的动态事件触发自适应模糊控制策略; 文献 [8] 提出了一种基于强化学习的优化一致性控制策略, 旨在平衡系统性能与可用资源.

然而, 上述控制方案均是无限时间收敛的, 即当时间趋于无穷时, 系统达到稳定. 对于多四旋翼飞行器一致性跟踪控制而言, 收敛速度是衡量系统性能的重要指标, 无限时间收敛很难满足实际需要. 文献 [9] 提出了一种有限时间控制算法, 可以使系统的状态在有限时间内收敛; 文献 [10] 研究了四旋翼飞行器的有限时间姿态协同控制问题; 文献 [11] 设计了有限时间模糊自适应一致性跟踪控制策略. 虽然有限时间控制算法具有收敛速度快的特点, 但是其收敛时间依赖系统的初始状态. 为了克服这一障碍, 文献 [12] 给出了固定时间控制算法; 文献 [13] 同时考虑系统稳态性能和瞬态性能, 提出了一种具有预设性能的固定时间非奇异终端滑模控制策略. 但在实际应用中, 通常需要系统在特定的时间内收敛, 如航天器姿态协同、无人机搜救等. 无论是有限时间控制还是固定时间控制, 系统收敛时间均无法事先设定, 只能通过后验的方式获得^[14]. 预设时间控制理论的提出^[15]解决了这一问题, 使得收敛时间上限可以提前设计. 针对具有外部干扰和状态约束的刚性航天器系统, 文献 [16] 设计了预设时间姿态跟踪控制方案; 文献 [17] 给出了基于新型观测器下的线性多无人机系统预设时间编队控制策略.

值得注意的是, 控制信号或者系统状态一般通过开放的网络环境传输^[18], 这导致系统不可避免地遭受到网络攻击, 此时上述控制方法将不再适用. 如今, 拒绝服务 (DoS) 攻击和虚假数据注入 (FDI) 攻击是两类常见的攻击类型. DOS 攻击可以暂时阻塞或中断信道上的通信, 导致诸如数据包丢失、通信中断等问题. 与 DOS 攻击不同, FDI 攻击旨在获取来自传感器或执行器的信号, 然后向系统中注入虚假信息, 这将极大地破坏系统性能^[19]. 目前, 针对 FDI 攻击的研究已经取得了一些成果. 文献 [20] 引入了新型 Nussbaum 函数, 解决了由传感器攻击引起的未知时变状态反馈增益问题; 文献 [21] 设计了一种自适应攻击补偿机制, 解决了非线性多智能体系统的一致性跟踪控制问题.

受上述讨论启发, 本文针对遭受 FDI 攻击的多四旋翼飞行器系统, 提出了一种基于命令滤波器的分布式预设时间一致性跟踪控制方案. 与现有结果相比, 本文的主要贡献如下:

1) 相较于反步控制技术^[4]和动态面控制策略^[5], 本文提出了基于命令滤波器的一致性跟踪控制方案, 并构建了误差补偿机制, 在避免“复杂度爆炸”问题的同时移除了滤波误差对系统性能的影响.

2) 不同于有限控制方法^[9-11]和固定时间控制方案^[12-13, 22], 本文提出的分布式预设时间一致性控制算法, 使得收敛时间不依赖于初始条件和控制参数, 并且能够根据实际需求预先设定, 从而更好地满足实际应用中系统收敛时间的要求.

3) 与文献 [15, 23-24] 所研究问题相比, 进一步考虑了系统受到虚假数据注入攻击的情况. 此外, 相较于文献 [25] 放宽了攻击增益的限制, 本文攻击增益的符号是未知的. 通过巧妙结合坐标变换、Nussbaum 函数控制方法以及自适应控制技术, 给出了 FDI 攻击下多四旋翼系统一致性跟踪控制方案.

1 问题描述与预备知识

1.1 系统模型

考虑由一个领导者和 N 个跟随者组成的多四旋翼系统, 其中第 i 个四旋翼飞行器系统动力学模型为

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = \frac{F_i}{m_i} R_{i,x} - \frac{G_{i,x}}{m_i} \dot{x}_i + d_{i,x}, \\ \ddot{y}_i = \frac{F_i}{m_i} R_{i,y} - \frac{G_{i,y}}{m_i} \dot{y}_i + d_{i,y}, \\ \ddot{z}_i = \frac{F_i}{m_i} R_{i,z} - g - \frac{G_{i,z}}{m_i} \dot{z}_i + d_{i,z}, \\ \ddot{\phi}_i = \frac{U_{i,\phi}}{J_{i,x}} + \frac{J_{i,y} - J_{i,z}}{J_{i,x}} \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i - \frac{G_{i,\phi}}{J_{i,x}} \dot{\phi}_i + d_{i,\phi}, \\ \ddot{\theta}_i = \frac{U_{i,\theta}}{J_{i,y}} + \frac{J_{i,z} - J_{i,x}}{J_{i,y}} \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i - \frac{G_{i,\theta}}{J_{i,y}} \dot{\theta}_i + d_{i,\theta}, \\ \ddot{\psi}_i = \frac{U_{i,\psi}}{J_{i,z}} + \frac{J_{i,x} - J_{i,y}}{J_{i,z}} \dot{\phi}_i \dot{\theta}_i - \frac{G_{i,\psi}}{J_{i,z}} \dot{\psi}_i + d_{i,\psi}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $R_{i,x} = \cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i$, $R_{i,y} = \cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i - \sin \phi_i \sin \psi_i$, $R_{i,z} = \cos \phi_i \cos \theta_i$; x_i, y_i, z_i 为第 i 个四旋翼飞行器在惯性坐标系中的位置; ϕ_i, θ_i, ψ_i 为第 i 个飞行器的横滚角、俯仰角和偏航角; F_i 为第 i 个飞行器的总升力; $J_{i,x}, J_{i,y}, J_{i,z}$ 分别为第 i 个飞行器在 x, y, z 轴上的转动惯量; m_i 为质量, g 为重力加速度; $G_{i,x}, G_{i,y}, G_{i,z}, G_{i,\phi}, G_{i,\theta}, G_{i,\psi}$ 为空气阻力系数; $U_{i,\phi}, U_{i,\theta}, U_{i,\psi}$ 为控制力矩; $d_{i,x}, d_{i,y}, d_{i,z}, d_{i,\phi}, d_{i,\theta}, d_{i,\psi}$ 为外部扰动.

为了便于多四旋翼飞行器预设时间控制器设计, 式 (1) 可转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,j,1} = x_{i,j,2}, \\ \dot{x}_{i,j,2} = u_{i,j} + f_{i,j} + d_{i,j}, \\ y_{i,j} = x_{i,j,1}. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, 6, (x_{i,1,1}, x_{i,2,1}, \dots, x_{i,6,1}) = (x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i, \psi_i), (x_{i,1,2}, x_{i,2,2}, \dots, x_{i,6,2}) = (\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dot{\phi}_i, \dot{\theta}_i, \dot{\psi}_i), (u_{i,1}, u_{i,2}, \dots, u_{i,6}) = \left(\frac{F_i}{m_i} R_{i,x}, \frac{F_i}{m_i} R_{i,y}, \frac{F_i}{m_i} R_{i,z} - g, \frac{U_{i,\phi}}{J_{i,x}}, \frac{U_{i,\theta}}{J_{i,y}}, \frac{U_{i,\psi}}{J_{i,z}}\right), (f_{i,1}, f_{i,2}, \dots, f_{i,6}) = \left(-\frac{G_{i,x}}{m_i} \dot{x}_i, -\frac{G_{i,y}}{m_i} \dot{y}_i, -\frac{G_{i,z}}{m_i} \dot{z}_i, \frac{J_{i,y} - J_{i,z}}{J_{i,x}} \dot{\theta}_i \dot{\psi}_i - \frac{G_{i,\phi}}{J_{i,x}} \dot{\phi}_i, \frac{J_{i,z} - J_{i,x}}{J_{i,y}} \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i - \frac{G_{i,\theta}}{J_{i,y}} \dot{\theta}_i, \frac{J_{i,x} - J_{i,y}}{J_{i,z}} \dot{\phi}_i \dot{\theta}_i - \frac{G_{i,\psi}}{J_{i,z}} \dot{\psi}_i\right)$, 且有 $|d_{i,j}| \leq \bar{d}_{i,j}, \bar{d}_{i,j} \geq 0, u_{i,j}$ 和 $y_{i,j}$ 分别为第 i 个四旋翼飞行器的控制输入和系统输出。

考虑四旋翼飞行器遭受如下 FDI 攻击:

$$\begin{cases} \check{x}_{i,j,1} = x_{i,j,1} + \varrho_1(x_{i,j,1}, t), \\ \check{x}_{i,j,2} = x_{i,j,2} + \varrho_2(x_{i,j,2}, t). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\varrho_p(x_{i,j,2}, t) (p=1, 2)$ 为系统遭受的 FDI 攻击, 类似工作可参见文献 [26-28]; 攻击信号 $\varrho_p(x_{i,j,p}, t)$ 参数化表示为 $\varrho_p(x_{i,j,p}, t) = \chi(t)x_{i,j,p}, \chi(t)$ 为未知时变信号, $\check{x}_{i,j,p}$ 为系统遭受攻击后可用的受损状态。

1.2 图论

采用有向图描述一个领导者和 N 个跟随者组成的多智能体系统通信拓扑关系. $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{S})$ 表示有向图, 其中 \mathcal{N} 为节点集 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}, \mathcal{S} \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ 为边集. 若 $(v_i, v_k) \in \mathcal{S}$, 则第 i 个节点能够接收到第 k 个节点的信息. 记智能体 i 的领域为 $\mathcal{M}_i = \{v_k | (v_i, v_k) \in \mathcal{S}\}$, 该有向图邻接矩阵表示为 $\mathcal{A} = [a_{i,j}] \in R^{N \times N}$. 当 $(v_i, v_k) \in \mathcal{S}$ 时, $a_{ik} = 1$, 反之 $a_{ik} = 0$, 且本文不考虑自环, 即 $a_{ii} = 0$. 拉普拉斯矩阵定义为 $\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A}$, 其中入度矩阵定义为 $\mathcal{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}, d_i = \sum_{k=1}^n a_{i,k}$. $\mathcal{B} = \text{diag}\{b_i\}$ 表示领导者与第 i 个跟随者之间的信息加权矩阵, 当智能体 i 接收到参考信号 y_d 的信息时 $b_i = 1$, 否则 $b_i = 0$. 若有向图 \mathcal{G} 存在从根节点到其他节点的有向路径, 则含有一个有向生成树。

控制目标: 设计分布式预设时间一致性跟踪控制算法, 保证遭受 FDI 攻击 (3) 下的多四旋翼飞行器系统 (1) 预设时间稳定, 且闭环系统中的所有信号有界, 以及多四旋翼飞行器的一致性跟踪误差能够在预设时间内收敛到原点附近的邻域内。

假设 1 领导者信号 $L_x(t), L_y(t), L_z(t), L_\psi(t)$ 连续且一阶可导。

假设 2 若有向图 \mathcal{G} 含有一个有向生成树, 则矩阵 $\mathcal{L} + \mathcal{B}$ 为可逆矩阵。

假设 3 未知时变信号 $\chi(t)$ 满足 $1 + \chi(t) \neq 0$. 假设 $|\chi(t)| \leq \bar{\chi}(t), |\dot{\chi}(t)| \leq \bar{\dot{\chi}}(t)$, 其中 $\bar{\chi}(t), \bar{\dot{\chi}}(t)$ 为

未知正常数。

注 1 由式 (3) 可得, $\check{x}_{i,j,p}(t) = (1 + \chi(t))x_{i,j,p}$. 若 $(1 + \chi(t)) = 0$, 则会导致系统受到攻击后可用状态 $\check{x}_{i,j,p}(t) = 0$, 这将无法通过设计控制器 $u_{i,j}$ 恢复系统的性能并使系统稳定, 因此假设 3 是有必要的。

定义 1^[6] 若连续函数 $N(s)$ 满足

$$\limsup_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h N(s) ds = +\infty, \quad (4)$$

$$\liminf_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_0^h N(s) ds = -\infty, \quad (5)$$

则称 $N(s)$ 为一个 Nussbaum 函数, 如: $s^2 \sin(s), e^{s^2} \sin((\pi/2)s), s^2 \cos(s)$. 本文用 $e^{s^2} \sin((\pi/2)s)$ 作为控制器设计过程中的 Nussbaum 函数。

引理 1^[20] $V(\cdot)$ 和 $\theta(\cdot)$ 是定义在 $[0, +\infty)$ 上的两个光滑函数, 其中 $V(t) \geq 0, N(\cdot)$ 为 Nussbaum 函数. 设时变函数 $g_m(t) \in G = [g_m^-, g_m^+]$, 其中 $0 \notin G, g_m^-, g_m^+$ 为两个常数, 且满足 $g_m^- g_m^+ > 0$. 若对于两个常数 $C > 0$ 和 $D > 0$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -CV + D + \sum_{m=1}^n (g_m(t)N(\Xi_m(t)) + 1)\dot{\Xi}_m(t), \quad (6) \\ \dot{\Xi}_m(t) \geq & 0, \quad \forall t > 0, \quad (7) \end{aligned}$$

则 $V(t)$ 和 $\Xi_m(t)$ 在 $[0, +\infty)$ 上有界。

引理 2^[16] 对于非线性系统 $\dot{x}(t) = f(x(t)), x(0) = x_0$, 若 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足 $\dot{V}(x) \leq -\frac{\pi}{\beta T} (V(x)^{1+\frac{\beta}{2}} + V(x)^{1-\frac{\beta}{2}}) + \Pi$ 成立, 其中 $T > 0, 0 < \beta < 1, \Pi > 0$, 则该系统是实际预设时间稳定的, 且 $V(x)$ 可以在预设的 $2T$ 时间内收敛到区域 $V(x) \leq \beta \Pi T / \pi$ 内。

引理 3^[7] 设 $F(x)$ 为定义在紧集 Γ 上的连续函数, 存在一个模糊逻辑系统 $W^T \varphi(x)$, 使得

$$\sup_{x \in \Gamma} |F(x) - W^T \varphi(x)| \leq \delta, \quad (8)$$

其中: δ 为任意给定的正常数, $W = [W_1, W_2, \dots, W_n]^T$ 为理想权向量, $\varphi(x) = [\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)]^T / \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) \in R^n$ 为模糊基函数, $\varphi_i(x) = \exp[c(x - \mu_i)^T(x - \mu_i) / \ell_i], \mu_i = [\mu_{i,1}, \mu_{i,2}, \dots, \mu_{i,n}]^T$ 为高斯函数的中心, ℓ_i 为其宽度。

引理 4^[21] 假设 $u > 0, v > 0$, 且实值函数 $\omega(\mathcal{P}, \mathcal{Q}) > 0$, 有如下不等式成立:

$$|\mathcal{P}|^u |\mathcal{Q}|^v \leq \frac{u\omega(\mathcal{P}, \mathcal{Q})|\mathcal{P}|^{u+v}}{u+v} + \frac{v\omega(\mathcal{P}, \mathcal{Q})^{-\frac{v}{u}}|\mathcal{Q}|^{u+v}}{u+v}. \quad (9)$$

引理 5^[19] 对于 $\forall \sigma \in R$ 以及 $\rho > 0$, 有

$$0 \leq |\sigma| - \frac{\sigma^2}{\sqrt{\sigma^2 + \rho^2}} < \rho. \quad (10)$$

引理 6^[12] 对于 $\forall i > j, i > 0$ 以及 $\iota > 1$, 可得

$$j(i-j)^\iota \leq \frac{\iota}{1+\iota} (i^{1+\iota} - j^{1+\iota}). \quad (11)$$

引理 7^[26] 对于 $v_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$, 有

$$\left(\sum_{i=1}^n |v_i| \right)^m \leq \sum_{i=1}^n |v_i|^m, \quad 0 < m \leq 1, \quad (12)$$

$$n^{1-q} \left(\sum_{i=1}^n |v_i| \right)^q \leq \sum_{i=1}^n |v_i|^q, \quad q \geq 1. \quad (13)$$

四旋翼飞行器属于典型的二阶欠驱动系统, 可以通过系统的偏航角与控制输入获取期望的横滚角和俯仰角, 有

$$L_{i,\phi} = \arctan \left(\frac{u_{i,1} \sin \psi - u_{i,2} \cos \psi}{u_{i,3} + g} \cos L_{i,\theta} \right), \quad (14)$$

$$L_{i,\theta} = \arctan \left(\frac{u_{i,1} \cos \psi + u_{i,2} \sin \psi}{u_{i,3} + g} \right). \quad (15)$$

2 预设时间控制器设计

本节利用反步递推法和 Nussbaum 函数控制技术进行分布式预设时间控制器设计. 由式 (3), 有

$$x_{i,j,p}(t) = \lambda(t) \check{x}_{i,j,p}(t), \quad (16)$$

其中 $\lambda = (1 + \chi(t))^{-1}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, 6$, $p = 1, 2$. 由假设 3 可知, $\lambda(t)$ 满足 $\lambda_m \leq |\lambda(t)| \leq \lambda_M$, $|\dot{\lambda}(t)| \leq \bar{\lambda}(t)$, $\lambda(t)$ 和 $\bar{\lambda}(t)$ 为未知正常数.

设领导者信号为

$$(L_1(t), \dots, L_6(t)) = (L_x(t), \dots, L_\psi(t)), \quad (17)$$

记 $x_{0,j,1} = L_j$, $x_{0,j,2} = \dot{L}_j$, $j = 1, 2, \dots, 6$.

对于第 i 个四旋翼飞行器, 定义一致性跟踪误差

$$Z_{i,j,1} = \sum_{k \in \mathcal{M}_i} a_{i,k} (y_{i,j} - y_{k,j}) + b_i (y_{i,j} - x_{0,j,1}), \quad (18)$$

$$Z_{i,j,2} = x_{i,j,2} - \lambda \bar{\alpha}_{i,j}, \quad (19)$$

其中 $\bar{\alpha}_{i,j}$ 是虚拟控制器 $\alpha_{i,j}$ 作为滤波输入的输出信号. 滤波器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{B}}_{i,j,1} = \varsigma_{i,j} \mathcal{B}_{i,j,2}, \\ \dot{\mathcal{B}}_{i,j,2} = -2\varsigma_{i,j} \Gamma_{i,j} \mathcal{B}_{i,j,2} - \varsigma_{i,j} \mathfrak{R}_{i,j}. \end{cases} \quad (20)$$

其中: $\mathcal{B}_{i,j,1}$ 和 $\mathcal{B}_{i,j,2}$ 为状态变量; $\mathfrak{R}_{i,j} = \mathcal{B}_{i,j,1} - \alpha_{i,j}$, $\mathcal{B}_{i,j,1} = \bar{\alpha}_{i,j}$; $\varsigma_{i,j}$ 和 $\Gamma_{i,j}$ 为滤波参数, 且满足 $\varsigma_{i,j} > 0$, $\Gamma_{i,j} \in (0, 1]$. 由于四旋翼飞行器遭受到 FDI 攻击, 系统真实状态不可用, 为此引入如下新的坐标变换:

$$\check{Z}_{i,j,1} = \sum_{k \in \mathcal{M}_i} a_{i,k} (\check{x}_{i,j,1} - \check{x}_{k,j,1}) + b_i (\check{x}_{i,j,1} - \check{x}_{0,j,1}), \quad (21)$$

$$\check{Z}_{i,j,2} = \check{x}_{i,j,2} - \bar{\alpha}_{i,j}. \quad (22)$$

定义补偿跟踪误差

$$\eta_{i,j,1} = Z_{i,j,1} - \lambda \gamma_{i,j,1}, \quad (23)$$

$$\eta_{i,j,2} = Z_{i,j,2} - \lambda \gamma_{i,j,2}. \quad (24)$$

其中 $\gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}$ 为误差补偿信号, 具体构造如下:

$$\dot{\gamma}_{i,j,1} = -\frac{\aleph_{i,j,1}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} \gamma_{i,j,1}^{1+\beta} - \frac{\aleph_{i,j,2}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} \gamma_{i,j,1}^{1-\beta} + (b_i + d_i)(\gamma_{i,j,2} + \bar{\alpha}_{i,j} - \alpha_{i,j}), \quad (25)$$

$$\dot{\gamma}_{i,j,2} = -\frac{\aleph_{i,j,1}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} \gamma_{i,j,2}^{1+\beta} - \frac{\aleph_{i,j,2}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} \gamma_{i,j,2}^{1-\beta} - (b_i + d_i) \gamma_{i,j,1}. \quad (26)$$

这里 $0 < \beta = \beta_1/\beta_2 < 1$, β_1 为正偶数, β_2 为正奇数. 初始值为 $\gamma_{i,j,1}(0) = 0$, $\gamma_{i,j,2}(0) = 0$, 且 $\aleph_{i,j,1} = \frac{\pi(4+2\beta)}{\beta T(3+2\beta)(42N)^{-\frac{\beta}{2}}}$, $\aleph_{i,j,2} = \frac{\pi}{\beta T}$, T 为预设时间参数. 与式 (21) 和 (22) 类似, 定义如下坐标变换:

$$\check{\eta}_{i,j,1} = \check{Z}_{i,j,1} - \gamma_{i,j,1}, \quad (27)$$

$$\check{\eta}_{i,j,2} = \check{Z}_{i,j,2} - \gamma_{i,j,2}. \quad (28)$$

进而由式 (23)、(24)、(27) 和 (28) 可得

$$\eta_{i,j,p} = \lambda \check{\eta}_{i,j,p}. \quad (29)$$

虚拟控制器设计如下:

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{b_i + d_i} \left(\sum_{k \in \mathcal{M}_i} \check{x}_{k,j,2} + b_i \check{x}_{0,j,2} \right) + N(\Xi_{i,j,1}) \Phi_{i,j,1}, \quad (30)$$

$$\Phi_{i,j,1} = \frac{1}{b_i + d_i} \left(\epsilon_{i,j,1} \check{\eta}_{i,j,1} + \frac{\check{\eta}_{i,j,1} \hat{\Theta}_{i,j,1} \varphi_{i,j,1}^T (\check{\Lambda}_{i,j,1}) \varphi_{i,j,1} (\check{\Lambda}_{i,j,1})}{2\Upsilon_{i,j,1}^2} \right), \quad (31)$$

$$\dot{\Xi}_{i,j,1} = (b_i + d_i) \check{\eta}_{i,j,1} \Phi_{i,j,1}. \quad (32)$$

其中: $N(\cdot)$ 为 Nussbaum 函数, $\Upsilon_{i,j,1}$ 和 $\epsilon_{i,j,1}$ 为两个正设计参数, $\varphi_{i,j,1}(\check{\Lambda}_{i,j,1})$ 为模糊基函数, $\hat{\Theta}_{i,j,1}$ 为 $\Theta_{i,j,1} = \|W_{i,j,1}\|^2$ 的估计值, $W_{i,j,1}$ 为最优权向量. 估计误差定义为 $\tilde{\Theta}_{i,j,1} = \Theta_{i,j,1} - \hat{\Theta}_{i,j,1}$, $\hat{\Theta}_{i,j,1}$ 自适应律如下:

$$\dot{\hat{\Theta}}_{i,j,1} = \frac{\check{\eta}_{i,j,1}^2 \varphi_{i,j,1}^T (\check{\Lambda}_{i,j,1}) \varphi_{i,j,1} (\check{\Lambda}_{i,j,1})}{2\Upsilon_{i,j,1}^2} - \aleph_{i,j,1} \hat{\Theta}_{i,j,1}^{1+\beta} - \aleph_{i,j,2} \hat{\Theta}_{i,j,1}. \quad (33)$$

分布式预设时间控制器设计为

$$u_{i,j} = N(\Xi_{i,j,2}) \Phi_{i,j,2}, \quad (34)$$

$$\Phi_{i,j,2} = \frac{\check{\eta}_{i,j,2} \hat{\Theta}_{i,j,2} \varphi_{i,j,2}^T (\check{\Lambda}_{i,j,2}) \varphi_{i,j,2} (\check{\Lambda}_{i,j,2})}{2\Upsilon_{i,j,2}^2} + \frac{\hat{\varsigma}_{i,j} \check{\eta}_{i,j,2}}{\sqrt{\check{\eta}_{i,j,2}^2 + \rho_{i,j}^2}} + \epsilon_{i,j,2} \check{\eta}_{i,j,2}, \quad (35)$$

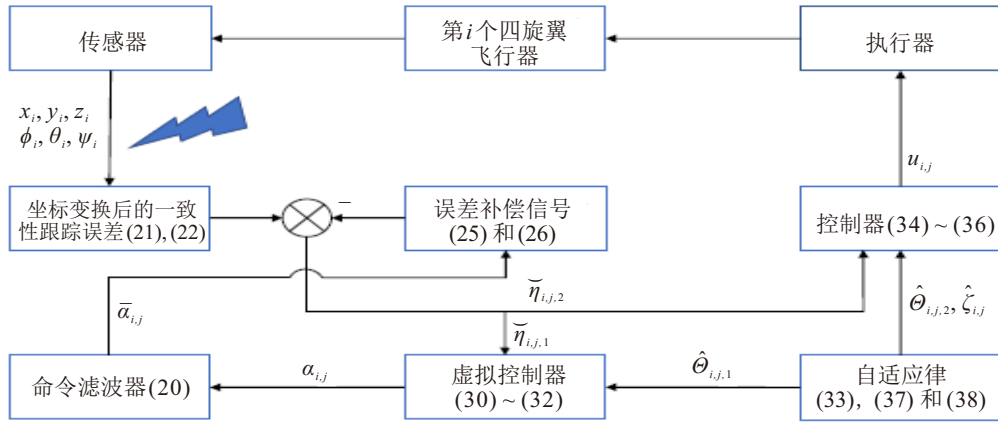


图1 FDI攻击下多四旋翼预设时间一致性控制算法

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_{i,j,2} = \check{\eta}_{i,j,2} \Phi_{i,j,2}. \quad (36)$$

其中: $\Upsilon_{i,j,2}$ 和 $\epsilon_{i,j,2}$ 为正设计参数, $\varphi_{i,j,2}(\check{A}_{i,j,2})$ 为模糊基函数, $\hat{\Theta}_{i,j,2}$ 为 $\Theta_{i,j,2} = \|W_{i,j,2}\|^2$ 的估计值, $W_{i,j,2}$ 为最优权向量, $\hat{\zeta}_{i,j}$ 为未知常数 $\zeta_{i,j}$ 的估计值. 估计误差分别定义为 $\tilde{\Theta}_{i,j,2} = \Theta_{i,j,2} - \hat{\Theta}_{i,j,2}$, $\tilde{\zeta}_{i,j} = \zeta_{i,j} - \hat{\zeta}_{i,j}$. $\hat{\Theta}_{i,j,2}$ 和 $\hat{\zeta}_{i,j}$ 的自适应律构造如下:

$$\dot{\hat{\Theta}}_{i,j,2} = \frac{\check{\eta}_{i,j,2}^2 \varphi_{i,j,2}^T(\check{A}_{i,j,2}) \varphi_{i,j,2}(\check{A}_{i,j,2})}{2\Upsilon_{i,j,2}^2} - \aleph_{i,j,1} \hat{\Theta}_{i,j,2}^{1+\beta} - \aleph_{i,j,2} \hat{\Theta}_{i,j,2}, \quad (37)$$

$$\dot{\hat{\zeta}}_{i,j} = \frac{\check{\eta}_{i,j,2}^2}{\sqrt{\check{\eta}_{i,j,2}^2 + \rho_{i,j}^2}} - \aleph_{i,j,1} \hat{\zeta}_{i,j}^{1+\beta} - \aleph_{i,j,2} \hat{\zeta}_{i,j}. \quad (38)$$

为更清晰地展示上述预设时间控制器的工作原理及各部分之间的关系, 给出控制框图如图1所示.

3 预设时间稳定性分析

基于第2节设计的控制器, 利用 Lyapunov 稳定性理论证明闭环系统的稳定性和收敛性.

定理 1 在满足假设 1 ~ 假设 3 和引理 1 ~ 引理 7 的情况下, 针对遭受 FDI 攻击 (3) 下的多四旋翼飞行器系统 (1), 命令滤波器 (20), 误差补偿信号 (25) 和 (26), 虚拟控制器 (30), 分布式预设时间控制器 (34) 以及自适应律 (33)、(37) 和 (38), 其中参数满足 $\varsigma_{i,j} > 0$, $\Upsilon_{i,j} \in (0, 1]$, $0 < \beta = \beta_1/\beta_2 < 1$, β_1 为正偶数, β_2 为正奇数, 可以保证: 1) 闭环系统预设时间稳定; 2) 闭环系统中所有信号有界; 3) 多四旋翼飞行器的一致性跟踪误差能够在预设时间内收敛到原点附近的邻域内.

证明 详细的证明过程可以分为如下两步.

step 1: 由式 (2), (21), (23), (25), (29) 可得

$$\eta_{i,j,1} \dot{\eta}_{i,j,1} = -\aleph_1 (\eta_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} + (b_i + d_i) \lambda \eta_{i,j,1} \alpha_{i,j} - \aleph_2 (\eta_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \check{\eta}_{i,j,1} H_{i,j,1}(A_{i,j,1}) - \eta_{i,j,1} \left(\sum_{k \in \mathcal{M}_i} x_{k,j,2} + b_i x_{0,j,2} \right). \quad (39)$$

其中: $H_{i,j,1}(A_{i,j,1}) = \lambda \left(\aleph_{i,j,1} \frac{\eta_{i,j,1}^{1+\beta}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} + \aleph_{i,j,2} \frac{\eta_{i,j,1}^{1-\beta}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} + \lambda \aleph_{i,j,1} \frac{\gamma_{i,j,1}^{1+\beta}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} + \lambda \aleph_{i,j,2} \frac{\gamma_{i,j,1}^{1-\beta}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} - \lambda(b_i + d_i) \gamma_{i,j,2} - \dot{\lambda} \gamma_{i,j,1} + (b_i + d_i) Z_{i,j,2} \right)$, $A_{i,j,1} = [\eta_{i,j,1}, Z_{i,j,2}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}]^T$.

基于引理 3, 使用模糊逻辑系统逼近 $H_{i,j,1}$, 可得

$$H_{i,j,1}(A_{i,j,1}) = W_{i,j,1}^T \varphi(A_{i,j,1}) + \varpi_{i,j,1}. \quad (40)$$

其中: $\varpi_{i,j,1}$ 为逼近误差, 满足 $|\varpi_{i,j,1}| \leq \varpi_{i,j,1}^*$; $\varpi_{i,j,1}^*$ 为正常数.

根据式 (39) 和 (40) 可得

$$\eta_{i,j,1} \dot{\eta}_{i,j,1} = -\aleph_{i,j,1} \left(\frac{\eta_{i,j,1}^2}{2} \right)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2} \left(\frac{\eta_{i,j,1}^2}{2} \right)^{1-\frac{\beta}{2}} + \lambda(b_i + d_i) \eta_{i,j,1} \alpha_{i,j} + \check{\eta}_{i,j,1} \xi_{i,j,1} - \eta_{i,j,1} \left(\sum_{k \in \mathcal{M}_i} x_{i,j,2} + b_i x_{0,j,2} \right) + \check{\eta}_{i,j,1} W_{i,j,1}^T (\bar{A}_{i,j,1}). \quad (41)$$

其中: $\xi_{i,j,1} = W_{i,j,1}^T (\varphi_{i,j,1}(A_{i,j,1}) - \varphi_{i,j,1}(\bar{A}_{i,j,1})) + \varpi_{i,j,1}$, $\bar{A}_{i,j,1} = [\check{Z}_{i,j,1}, \check{Z}_{i,j,2}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}]^T$.

注 2 因为模糊基函数满足 $0 < \varphi^T(\cdot) \varphi(\cdot) \leq 1$, 根据引理 4, 有 $W_{i,j,1}^T (\varphi_{i,j,1}(A_{i,j,1}) - \varphi_{i,j,1}(\bar{A}_{i,j,1})) \leq W_{i,j,1}^T W_{i,j,1}$ 成立. 所以 $\xi_{i,j,1}$ 是有界的, $|\xi_{i,j,1}| \leq \bar{\xi}_{i,j,1}$, $\bar{\xi}_{i,j,1} > 0$. 同时结合模糊基函数的性质可得, $\varphi_{i,j,1}^T(\bar{A}_{i,j,1}) \varphi_{i,j,1}(\bar{A}_{i,j,1}) \leq \varphi_{i,j,1}^T(\check{A}_{i,j,1}) \varphi_{i,j,1}(\check{A}_{i,j,1})$, $\check{A}_{i,j,1} = [\check{Z}_{i,j,1}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}]^T$.

基于引理 4, 如下不等式成立:

$$\check{\eta}_{i,j,1} \xi_{i,j,1} \leq \epsilon_{i,j,1} \check{\eta}_{i,j,1}^2 + \frac{\bar{\xi}_{i,j,1}^2}{4\epsilon_{i,j,1}}, \quad (42)$$

$$\eta_{i,j,1} W_{i,j,1}^T \varphi_{i,j,1}(\bar{A}_{i,j,1}) \leq \frac{\Upsilon_{i,j,1}^2}{2} + \frac{\check{\eta}_{i,j,1}^2 \Theta_{i,j,1} \varphi_{i,j,1}^T(\check{A}_{i,j,1}) \varphi_{i,j,1}(\check{A}_{i,j,1})}{2\Upsilon_{i,j,1}^2}. \quad (43)$$

选择 Lyapunov 函数为 $V_{i,j,1} = \eta_{i,j,1}^2/2 + \gamma_{i,j,1}^2/2 + \tilde{\Theta}_{i,j,1}/2$. 由式 (25), (30) ~ (33), (41) ~ (43) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j,1} \leq & (b_i + d_i)\gamma_{i,j,1}(\gamma_{i,j,2} + \bar{\alpha}_{i,j} - \alpha_{i,j}) + \frac{\bar{\xi}_{i,j,1}^2}{4\epsilon_{i,j,1}} - \\ & \aleph_{i,j,1}(\eta_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}(\eta_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} - \\ & \aleph_{i,j,1}(\gamma_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}(\gamma_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \\ & (\underline{g}_{i,j,1}N(\Xi_{i,j,1}) + 1)\dot{\Xi}_{i,j,1} + \Upsilon_{i,j,1}^2/2 + \\ & \aleph_{i,j,1}\tilde{\Theta}_{i,j,1}\hat{\Theta}_{i,j,1}^{1+\beta} + \aleph_{i,j,2}\tilde{\Theta}_{i,j,1}\hat{\Theta}_{i,j,1}, \quad (44) \end{aligned}$$

其中 $\underline{g}_{i,j,1} = \lambda^2$.

step 2: 根据式 (2), (19), (24) 和 (29) 可得

$$\begin{aligned} \eta_{i,j,2}\dot{\eta}_{i,j,2} = & -\aleph_{i,j,1}(\eta_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}(\eta_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \\ & \eta_{i,j,2}u_{i,j} + \check{\eta}_{i,j,2}(H_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2}) + \mathfrak{D}_{i,j}). \quad (45) \end{aligned}$$

其中 $H_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2}) = \lambda(\aleph_{i,j,1}\frac{\eta_{i,j,2}^{1+\beta}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} + \aleph_{i,j,2}\frac{\eta_{i,j,2}^{1-\beta}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} + f_{i,j} + \lambda\aleph_{i,j,1}\frac{\gamma_{i,j,2}^{1+\beta}}{2^{1+\frac{\beta}{2}}} + \lambda\aleph_{i,j,2}\frac{\gamma_{i,j,2}^{1-\beta}}{2^{1-\frac{\beta}{2}}} - \lambda(b_i + d_i)\gamma_{i,j,1} - \lambda\dot{\gamma}_{i,j,2} - \lambda\bar{\alpha}_{i,j} - \lambda\dot{\alpha}_{i,j})$, $\Lambda_{i,j,2} = [Z_{i,j,1}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}]^T$, $\mathfrak{D}_{i,j} = \lambda d_{i,j}$. 由假设 3 可知, $\mathfrak{D}_{i,j}$ 满足 $|\mathfrak{D}_{i,j}| \leq \zeta_{i,j}$, $\zeta_{i,j}$ 是未知正常数. 根据引理 3, 使用模糊逻辑系统逼近 $H_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2})$ 可得, $H_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2}) = W_{i,j,1}^T \varphi_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2}) + \varpi_{i,j,2}$. 将其代入式 (45), 下式成立:

$$\begin{aligned} \eta_{i,j,2}\dot{\eta}_{i,j,2} = & -\aleph_{i,j,1}\left(\frac{\eta_{i,j,1}^2}{2}\right)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}\left(\frac{\eta_{i,j,1}^2}{2}\right)^{1-\frac{\beta}{2}} + \\ & \check{\eta}_{i,j,2}(W_{i,j,2}^T \varphi_{i,j,2}(\check{\Lambda}_{i,j,2}) + \mathfrak{D}_{i,j}) + \\ & \eta_{i,j,2}u_{i,j} + \check{\eta}_{i,j,2}\xi_{i,j,2}. \quad (46) \end{aligned}$$

其中: $\xi_{i,j,2} = W_{i,j,2}^T(\varphi_{i,j,2}(\Lambda_{i,j,2}) - \varphi_{i,j,2}(\check{\Lambda}_{i,j,2})) + \varpi_{i,j,2}$, $\check{\Lambda}_{i,j,2} = [\check{Z}_{i,j,2}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}]^T$. 与前文证明类似, 满足 $|\xi_{i,j,2}| \leq \bar{\xi}_{i,j,2}$, $\xi_{i,j,2} > 0$, 且有下式成立:

$$\varphi_{i,j,2}^T(\bar{\Lambda}_{i,j,2})\varphi_{i,j,2}(\bar{\Lambda}_{i,j,2}) \leq \varphi_{i,j,2}^T(\check{\Lambda}_{i,j,2})\varphi_{i,j,2}(\check{\Lambda}_{i,j,2}).$$

基于引理 4 和引理 5, 如下不等式成立:

$$\check{\eta}_{i,j,2} \leq \epsilon_{i,j,2}\eta_{i,j,2}^2 + \frac{\bar{\xi}_{i,j,2}^2}{4\epsilon_{i,j,2}}, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \check{\eta}_{i,j,2}(W_{i,j,2}^T \varphi_{i,j,2} + \mathfrak{D}_{i,j}) \leq & \frac{\check{\eta}_{i,j,2}^2 \Theta_{i,j,2} \varphi_{i,j,2}^T \varphi_{i,j,2}}{2\Upsilon_{i,j,2}^2} + \frac{1}{2}\Upsilon_{i,j,2}^2 + \frac{\zeta_{i,j}\check{\eta}_{i,j,2}^2}{\sqrt{\check{\eta}_{i,j,2}^2 + \rho_{i,j}^2}} + \rho_{i,j}\zeta_{i,j}. \quad (48) \end{aligned}$$

选择 Lyapunov 函数为 $V_{i,j,2} = \eta_{i,j,2}^2/2 + \gamma_{i,j,2}^2/2 + \tilde{\Theta}_{i,j,2}^2/2 + \tilde{\zeta}_{i,j,2}^2/2$. 根据式 (26), (34) ~ (38), (46) ~ (48), 如下不等式成立:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j,2} \leq & -\aleph_{i,j,1}(\eta_{i,j,2}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}(\eta_{i,j,2}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} - \\ & \aleph_{i,j,1}(\gamma_{i,j,2}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \aleph_{i,j,2}(\gamma_{i,j,2}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \\ & (\underline{g}_{i,j,2}(\Xi_{i,j,2}) + 1)\dot{\Xi}_{i,j,2} + \Upsilon_{i,j,2}^2/2 - \\ & (b_i + d_i)\gamma_{i,j,1}\gamma_{i,j,2} + \rho_{i,j} + \frac{\bar{\xi}_{i,j,2}^2}{4\epsilon_{i,j,2}} + \\ & \aleph_{i,j,1}\tilde{\Theta}_{i,j,2}\hat{\Theta}_{i,j,2}^{1+\beta} + \aleph_{i,j,2}\tilde{\Theta}_{i,j,2}\hat{\Theta}_{i,j,2} + \\ & \aleph_{i,j,1}\tilde{\zeta}_{i,j,2}\hat{\zeta}_{i,j,2}^{1+\beta} + \aleph_{i,j,2}\tilde{\zeta}_{i,j,2}\hat{\zeta}_{i,j,2}, \quad (49) \end{aligned}$$

其中 $\underline{g}_{i,j,2} = \lambda$. 根据引理 4 和引理 6, 下式成立:

$$\tilde{\chi}\hat{\chi} \leq \frac{1}{2}\chi^2 - \left(\frac{\tilde{\chi}^2}{2}\right)^{1-\frac{\beta}{2}} + \frac{\beta}{2}\left(\frac{2-\beta}{2}\right)^{\frac{2-\beta}{\beta}}, \quad (50)$$

$$\tilde{\chi}\hat{\chi}^{1+\beta} \leq \frac{1+\beta}{2+\beta}\left(\chi^{2+\beta} - 2^{1+\frac{\beta}{2}}\left(\frac{\tilde{\chi}^2}{2}\right)^{1+\frac{\beta}{2}}\right), \quad (51)$$

其中 χ 取 $\Theta_{i,j,p}$, $p = 1, 2$ 或 $\zeta_{i,j}$.

由文献 [12] 可得, $|\bar{\alpha}_{i,j} - \alpha_{i,j}| \leq o_{i,j}$, $o_{i,j} > 0$. 基于引理 4, 下式成立:

$$\begin{aligned} (b_i + d_i)(\bar{\alpha}_{i,j} - \alpha_{i,j})\gamma_{i,j} \leq & \frac{1}{2}(b_i + d_i)^2 o_{i,j}^2 + \frac{\beta 2^{1+\frac{4}{\beta}} \aleph_{i,j,1}^{-\frac{2}{\beta}}}{4+2\beta} + \frac{\aleph_{i,j,1}}{4+2\beta} \left(\frac{\gamma_{i,j,1}^2}{2}\right)^{1+\frac{\beta}{2}}. \quad (52) \end{aligned}$$

选取 Lyapunov 函数 $V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 (V_{i,j,1} + V_{i,j,2})$,

由式 (44), (49) ~ (52), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^6 \left\{ -\aleph_{i,j,1} \left\{ (\eta_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} + (\gamma_{i,j,2}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} + \right. \right. \\ & \frac{(1+\beta)2^{1+\frac{\beta}{2}}}{2+\beta} \left\{ (\tilde{\zeta}_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} + (\tilde{\Theta}_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} + \right. \\ & \left. \left. (\tilde{\Theta}_{i,j,2}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} \right\} + (\eta_{i,j,2}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} - \frac{1+\beta}{2+\beta} \zeta_{i,j}^{2+\beta} + \right. \\ & \left. \frac{3+2\beta}{4+2\beta} (\gamma_{i,j,1}^2/2)^{1+\frac{\beta}{2}} \right\} - \aleph_{i,j,2} \left\{ (\zeta_{i,j}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \right. \\ & \left. (\eta_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + (\gamma_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + (\tilde{\Theta}_{i,j,1}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + \right. \\ & \left. (\eta_{i,j,2}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + (\gamma_{i,j,2}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} + (\tilde{\Theta}_{i,j,2}^2/2)^{1-\frac{\beta}{2}} - \right. \\ & \left. \frac{3}{2}\beta \left(\frac{2-\beta}{2}\right)^{\frac{2-\beta}{\beta}} - \frac{1}{2}\zeta_{i,j}^2 \right\} + \sum_{p=1}^2 \left\{ \frac{1}{2}\Upsilon_{i,j,p}^2 + \right. \\ & \left. (\underline{g}_{i,j,p}(\Xi_{i,j,p})N + 1)\dot{\Xi}_{i,j,p} + \frac{\aleph_{i,j,2}}{2}\Theta_{i,j,p}^2 + \right. \\ & \left. \frac{1+\beta}{2+\beta} \aleph_{i,j,1}\Theta_{i,j,p}^{2+\beta} + \frac{\xi_{i,j,p}^2}{4\epsilon_{i,j,p}} \right\} + \rho_{i,j}\zeta_{i,j} + \frac{\beta 2^{1+\frac{4}{\beta}} \aleph_{i,j,1}^{-\frac{2}{\beta}}}{4+2\beta} \left\} \leq \\ & -\frac{\pi}{\beta T}(V^{1+\frac{\beta}{2}} + V^{1-\frac{\beta}{2}}) + \Pi_1 + \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 \sum_{p=1}^2 (g_{i,j,p} N(\Xi_{i,j,p}) + 1) \dot{\Xi}_{i,j,p} \leq -\frac{\pi}{\beta T} (V^{1+\frac{\beta}{2}} + V^{1-\frac{\beta}{2}}) + \Pi. \quad (53)$$

其中 $\Pi_1 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 \left\{ \sum_{p=1}^2 \left\{ \frac{1}{2} \mathcal{R}_{i,j,p}^2 + \frac{\bar{\xi}_{i,j,p}^2}{4\epsilon_{i,j,p}} + \frac{1+\beta}{2+\beta} \aleph_{i,j,1} \theta_{i,j,p}^{2+\beta} + \frac{\aleph_{i,j,2}}{2} \theta_{i,j,p}^2 \right\} + \rho_{i,j} \zeta_{i,j} + \frac{\aleph_{i,j,2}}{2} \zeta_{i,j}^2 + \frac{3}{2} \aleph_{i,j,2} \beta \left(\frac{2-\beta}{2} \right)^{\frac{2-\beta}{\beta}} + \frac{1+\beta}{2+\beta} \aleph_{i,j,1} \zeta_{i,j}^{2+\beta} + \frac{\beta 2^{1+\frac{4}{\beta}} \aleph_{i,j,1}^{-\frac{2}{\beta}}}{4+2\beta} \right\}$.

注3 根据文献 [29], 不等式 $\dot{V} \leq -\frac{\pi}{\beta T} V + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 \sum_{p=1}^2 (g_{i,j,p} N(\Xi_{i,j,p}) + 1) \dot{\Xi}_{i,j,p} + \Pi_1$ 成立. 基于引理 1, 可知 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 \sum_{p=1}^2 (g_{i,j,p} N(\Xi_{i,j,p}) + 1) \dot{\Xi}_{i,j,p}$ 有界. 因此有 $\left| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^6 \sum_{p=1}^2 (g_{i,j,p} N(\Xi_{i,j,p}) + 1) \dot{\Xi}_{i,j,p} \right| \leq \Pi_2, \Pi_2 > 0$. 所以式 (59) 成立, 其中 $\Pi = \Pi_1 + \Pi_2$.

根据引理 2, 闭环系统是实际预设时间稳定的, 且 $\eta_{i,j,1}, \eta_{i,j,2}, \gamma_{i,j,1}, \gamma_{i,j,2}, \tilde{\theta}_{i,j,1}, \tilde{\theta}_{i,j,2}, \tilde{\zeta}_{i,j}$ 将在预设的 $2T$ 时间内收敛到如下区域内:

$$(\eta_{i,j,1}, \dots, \gamma_{i,j,2}, \dots, \tilde{\zeta}_{i,j}) \in \left\{ V \leq \frac{\beta \Pi T}{\pi} \right\}.$$

因此, 闭环系统中的所有信号都是预设时间有界的, 且 $\gamma_{i,j,1}$ 和 $\eta_{i,j,1}$ 收敛到如下区域内:

$$|\gamma_{i,j,1}| \leq \sqrt{\frac{2\beta \Pi T}{\pi}}, \quad |\eta_{i,j,1}| \leq \sqrt{\frac{2\beta \Pi T}{\pi}}.$$

根据 $|Z_{i,j,1}| \leq |\eta_{i,j,1}| + \bar{\lambda} |\gamma_{i,j,1}|$, $Z_{i,j,1}$ 最终收敛到如下区域:

$$|Z_{i,j,1}| \leq (1 + \bar{\lambda}) \sqrt{\frac{2\beta \Pi T}{\pi}}.$$

定理 1 得证. □

4 仿真实验

本节通过由一个领导者和四个跟随者组成的多四旋翼飞行器系统来验证本文所提出的 FDI 攻击下预设时间一致性跟踪控制算法的有效性. 四旋翼飞

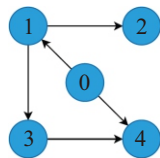


图2 有向网络通信拓扑图

行器之间的通信拓扑结构如图 2 所示.

仿真过程中, 模型参数分别设置为: $m_i = 2.5 \text{ kg}, J_{i,x} = J_{i,y} = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_{i,z} = 0.09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, g = 9.8 \text{ m/s}^2, G_{i,x} = G_{i,y} = G_{i,z} = G_{i,\phi} = G_{i,\theta} =$

$G_{i,\psi} = 0.1, d_{i,x} = d_{i,y} = d_{i,z} = d_{i,\phi} = d_{i,\theta} = d_{i,\psi} = 0.1 \sin(\pi t/30), i = 1, 2, 3, 4$. 领导者的参考信号选取为: $L_x(t) = 4 \sin(\pi t/10), L_y(t) = 4 \cos(\pi t/10), L_z(t) = 1/5t + 1, L_\psi(t) = \pi/6$. 四旋翼飞行器的初始状态分别设置为: $[x_1(0), y_1(0), z_1(0), \phi_1(0), \theta_1(0), \psi_1(0)] = [1.5, 2.5, -0.2, 1, 1, 1.6], [x_2(0), y_2(0), z_2(0), \phi_2(0), \theta_2(0), \psi_2(0)] = [-0.5, 4.8, 1.2, 0.1, 0, 0.6], [x_3(0), y_3(0), z_3(0), \phi_3(0), \theta_3(0), \psi_3(0)] = [-0.7, 1.2, -2.1, 0, 0.1, 0.7], [x_4(0), y_4(0), z_4(0), \phi_4(0), \theta_4(0), \psi_4(0)] = [0.4, 3.3, 0.2, 0.5, 0.6, 1.1]$. 预设时间一致性控制参数设计为: $T = 5 \text{ s}, \beta = 10/101, \varsigma_{1,1} = \varsigma_{1,2} = 12, \varsigma_{1,3} = 11, \varsigma_{1,4} = 10, \varsigma_{1,5} = 12, \varsigma_{1,6} = 10, \varsigma_{2,1} = \varsigma_{2,2} = 10, \varsigma_{2,3} = 11, \varsigma_{2,4} = 13, \varsigma_{2,5} = 15, \varsigma_{2,6} = 14, \varsigma_{3,1} = \varsigma_{3,2} = \varsigma_{3,3} = 10, \varsigma_{3,4} = \varsigma_{3,5} = \varsigma_{3,6} = \varsigma_{4,1} = 14, \varsigma_{4,2} = 18, \varsigma_{4,3} = 16, \varsigma_{4,4} = \varsigma_{4,5} = \varsigma_{4,6} = 22, \epsilon_{1,1,1} = \epsilon_{1,2,1} = 1.3, \epsilon_{1,3,1} = 1.7, \epsilon_{1,4,1} = 2, \epsilon_{1,5,1} = 2.3, \epsilon_{1,6,1} = 1.6, \epsilon_{2,1,1} = 0.6, \epsilon_{2,2,1} = 0.3, \epsilon_{2,3,1} = 1.1, \epsilon_{2,4,1} = 3.2, \epsilon_{2,5,1} = 3.3, \epsilon_{2,6,1} = 2.9, \epsilon_{3,1,1} = 0.4, \epsilon_{3,2,1} = 1.5, \epsilon_{3,3,1} = 0.6, \epsilon_{3,4,1} = 3.5, \epsilon_{3,5,1} = 3.6, \epsilon_{3,6,1} = 3.9, \epsilon_{4,1,1} = \epsilon_{4,2,1} = 1.1, \epsilon_{4,3,1} = 0.9, \epsilon_{4,4,1} = 4.9, \epsilon_{4,5,1} = 4, \epsilon_{4,6,1} = 5.3, \epsilon_{1,1,2} = \epsilon_{1,2,2} = 1.2, \epsilon_{1,3,2} = 1.3, \epsilon_{1,4,2} = 1.4, \epsilon_{1,5,2} = 1.5, \epsilon_{2,1,2} = 1.9, \epsilon_{2,2,2} = 1.4, \epsilon_{2,3,2} = \epsilon_{2,4,2} = \epsilon_{2,5,2} = 1.2, \epsilon_{2,6,2} = 1.1, \epsilon_{3,1,2} = 1.4, \epsilon_{3,2,2} = 1.8, \epsilon_{3,3,2} = \epsilon_{3,4,2} = 1.6, \epsilon_{3,5,2} = 1.2, \epsilon_{3,6,2} = 1.4, \epsilon_{4,1,2} = 1.6, \epsilon_{4,2,2} = 1.4, \epsilon_{4,3,2} = 1.7, \epsilon_{4,4,2} = 3.8, \epsilon_{4,5,2} = 3.9, \epsilon_{4,6,2} = 4.6, \Upsilon_{i,j} = 0.8, \rho_{i,j} = 2, \Upsilon_{i,j,1} = \Upsilon_{i,j,2} = 1, \aleph_{i,j,1} = 10.736, \aleph_{i,j,2} = 6.346$, 系统遭受的 FDI 攻击信号假设为 $\varrho_p(x_{i,j,p}, t) = (-0.8 \cos(t) + 2)x_{i,j,p}$, 其中 $i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 6, p = 1, 2$.

多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制的仿真结果如图 3 和图 4 所示. 图 3 和图 4 展示了多四旋翼飞行器的位置系统和姿态系统的一致性跟踪误差随时间的变化情况, 从图中可以观察到, 一致性误差均能在预设的 10 s 内迅速收敛至零附近的一个较小区域内, 实际上多四旋翼飞行器在 4 s 左右已经趋于稳定, 这意味着在遭受 FDI 攻击的情况下, 本文所提控制算法有效抑制了攻击对系统的影响, 确保了系统的一致性和稳定性. 仿真结果表明了本文所提出的 FDI 攻击下多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制算法的有效性.

考虑到实际应用中系统初始状态往往具有随机性, 为进一步验证算法的鲁棒性, 开展不同初始值下的仿真实验. 在保持原仿真中模型参数、控制参数、

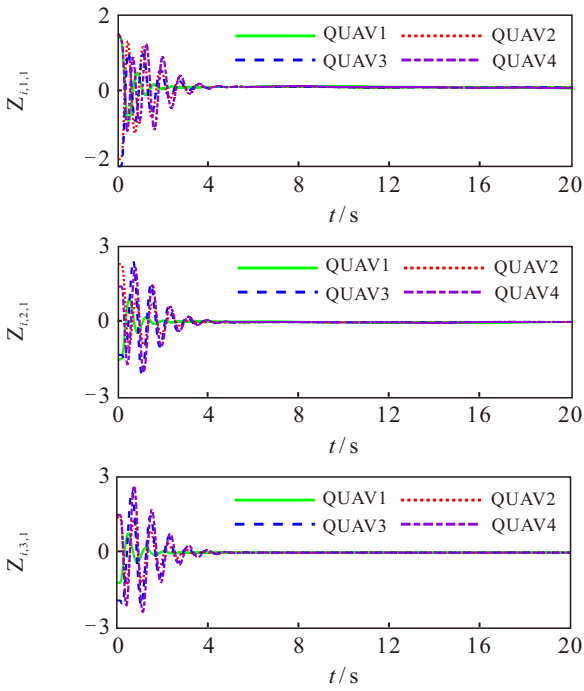


图3 位置系统一致性跟踪误差

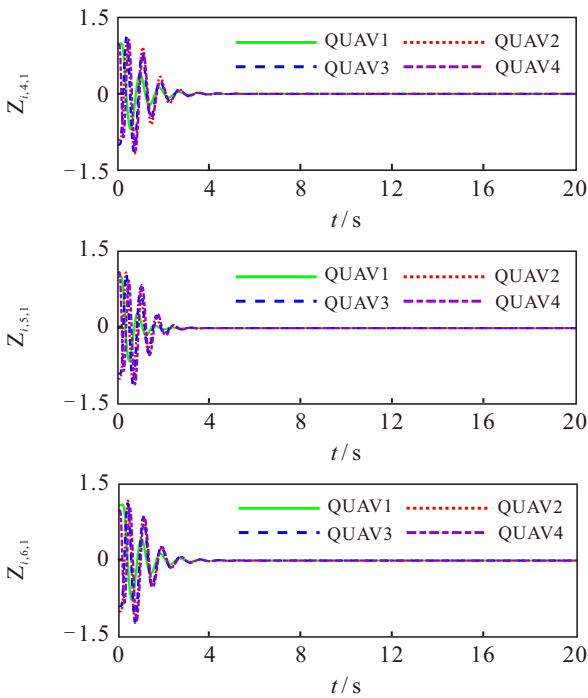


图4 姿态系统一致性跟踪误差

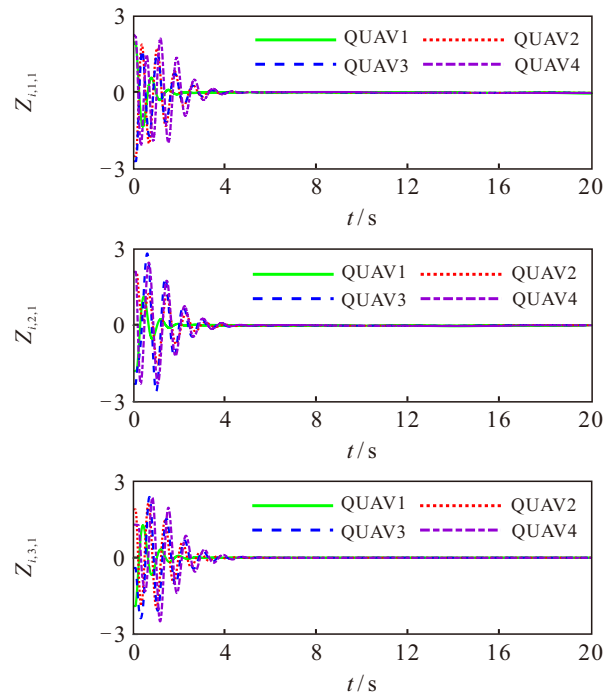


图5 不同初始值下位置系统一致性跟踪误差

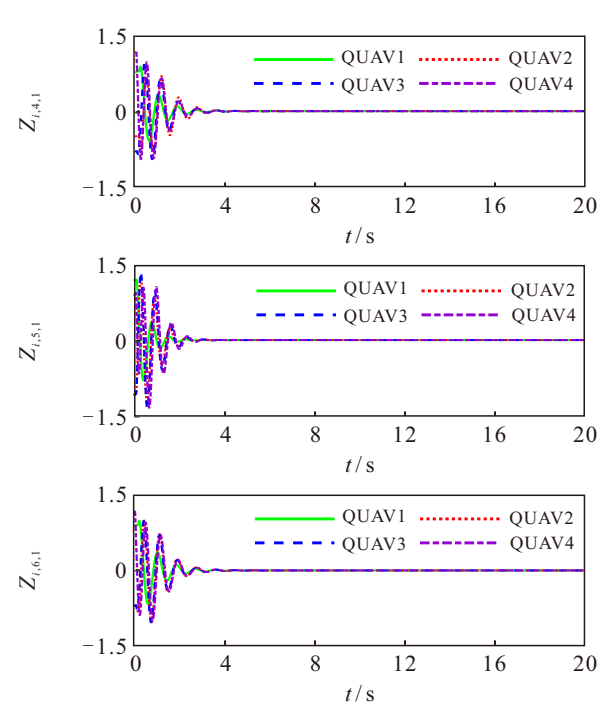


图6 不同初始值下姿态系统一致性跟踪误差

FDI 攻击信号以及领导者参考信号不变的前提下, 仅调整四旋翼飞行器的初始状态. 新的初始状态设计为: $[x_1(0), y_1(0), z_1(0), \phi_1(0), \theta_1(0), \psi_1(0)] = [2, 2.2, -0.9, 0.8, 1.2, 1.4]$, $[x_2(0), y_2(0), z_2(0), \phi_2(0), \theta_2(0), \psi_2(0)] = [-0.5, 4.3, 1, 0.3, 0.1, 0.7]$, $[x_3(0), y_3(0), z_3(0), \phi_3(0), \theta_3(0), \psi_3(0)] = [-0.7, -0.1, -1.3, 0, 0.1, 0.7]$, $[x_4(0), y_4(0), z_4(0), \phi_4(0), \theta_4(0), \psi_4(0)] = [0.8, 3, 0.5, 0.6, 0.5, 1.2]$.

仿真结果如图 5 和图 6 所示. 可以看出, 在不同初始状态下, 多四旋翼飞行器的位置系统和姿态系

统的一致性跟踪误差依然能够在预设时间内收敛到零附近的邻域内, 这表明所提控制算法对于不同初始条件具有良好的鲁棒性.

为了更好地表明本文所提出预设时间控制算法的优越性, 与文献 [11] 有限时间控制 (FTC) 策略进行对比仿真实验. 图 7 和图 8 描绘了 FTC 策略下的位置系统和姿态系统一致性跟踪误差曲线, FTC 控制策略下的一致性跟踪误差均在 10 s 之后趋于稳定. 从仿真结果可以看出, 相较于 FTC 控制策略, 本文所提出的预设时间一致性跟踪控制方案具有更快

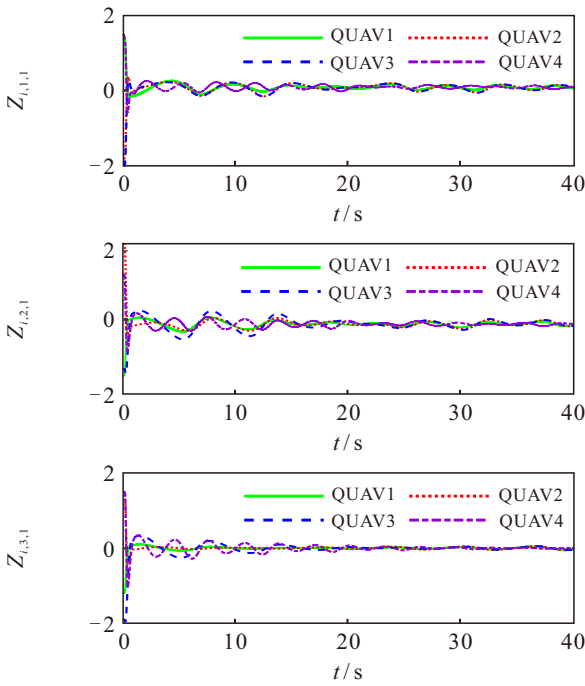


图7 FTC策略下位置系统一致性跟踪误差

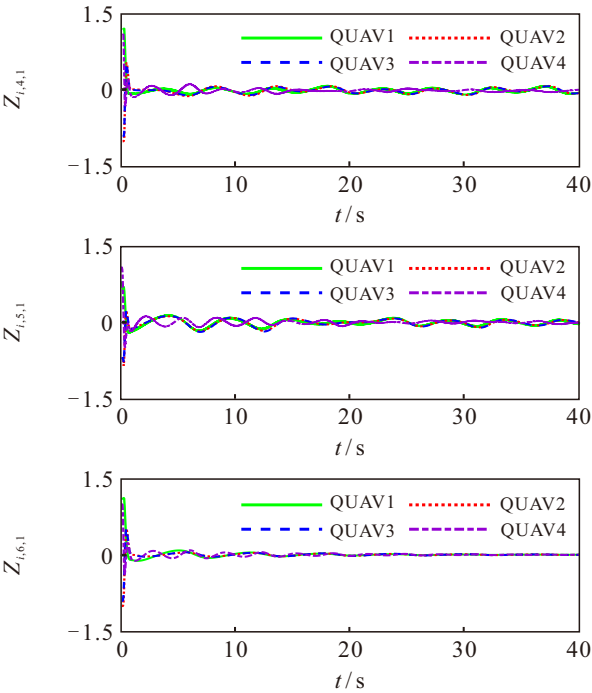


图8 FTC策略下姿态系统一致性跟踪误差

的收敛速度和更好的跟踪性能。

5 结论

本文研究了 FDI 攻击下多四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制问题。通过引入命令滤波器、构建误差补偿机制、结合 Nussbaum 函数控制方法以及自适应控制技术, 提出了分布式预设时间一致性跟踪控制策略。利用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统预设时间稳定、闭环系统中的所有信号有界以及四旋翼飞行器的一致性跟踪误差在预设时间内收敛到原点附近的邻域内, 并进行了仿真验证。未来将研究

切换拓扑条件下的四旋翼飞行器预设时间一致性跟踪控制问题。

参考文献 (References)

- [1] 呼忠权, 华长春, 张柳柳. 具有时变扰动的四旋翼无人机有限时间预定性能控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3215-3222.
(Hu Z Q, Hua C C, Zhang L L. Finite time prescribed performance control of quadrotor UAVs with time varying disturbances[J]. Control and Decision, 2022, 37(12): 3215-3222.)
- [2] 赵广磊, 高儒帅, 陈健楠. 具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(9): 2103-2112.
(Zhao G L, Gao R S, Chen J N. Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2103-2112.)
- [3] 陈培毓, 王介鹏, 张良银, 等. 基于离散积分滑模的四旋翼编队跟踪控制[J]. 控制工程, 2024, 31(1): 134-141.
(Chen P Y, Wang J P, Zhang L Y, et al. Quadrotor formation tracking control based on discrete-time integral sliding mode[J]. Control Engineering of China, 2024, 31(1): 134-141.)
- [4] Yu Y J, Guo J, Ahn C K, et al. Neural adaptive distributed formation control of nonlinear multi-UAVs with unmodeled dynamics[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 34(11): 9555-9561.
- [5] Fu C Y, Hong W, Lu H Q, et al. Adaptive robust backstepping attitude control for a multi-rotor unmanned aerial vehicle with time-varying output constraints[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 78: 593-603.
- [6] Dong G W, Cao L, Yao D Y, et al. Adaptive attitude control for multi-MUAV systems with output dead-zone and actuator fault[J]. CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 8(9): 1567-1575.
- [7] Shao X F, Ye D. Robust adaptive dynamic memory-event-triggered attitude control for nonlinear multi-UAVs resist actuator hysteresis[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(14): 8315-8335.
- [8] Wen G X, Li B. Optimized leader-follower consensus control using reinforcement learning for a class of second-order nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 52(9): 5546-5555.
- [9] Li Y X. Finite time command filtered adaptive fault tolerant control for a class of uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2019, 106: 117-123.
- [10] Liu K, Yang P, Wang R, et al. Observer-based adaptive fuzzy finite-time attitude control for quad rotor UAVs[J]. IEEE Transactions on Aerospace and

- Electronic Systems*, 2023, 59(6): 8637-8654.
- [11] Zhang L L, Chen B, Lin C, et al. Fuzzy adaptive finite-time consensus tracking control for nonlinear multi-agent systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(7): 1346-1358.
- [12] Cui G Z, Xu H, Chen X K, et al. Fixed-time distributed adaptive formation control for multiple QAVs with full-state constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 4192-4206.
- [13] 高升, 张伟, 郭延宁. 输入饱和的机器人固定时间预设性能容错控制[J]. *控制与决策*, DOI:10.13195/j.kzyjc.2024.1078.
(Gao S, Zhang W, Guo Y N. Prescribed performance-based fixed-time fault-tolerant control for robotic systems with input saturation[J]. *Control and Decision*, DOI:10.13195/j.kzyjc.2024.1078.)
- [14] 郝勇, 贾登辉, 李晨洋, 等. 基于事件触发的预设时间航天器轨迹跟踪控制[J]. *智能系统学报*, 2024, 19(3): 661-669.
(Hao Y, Jia D H, Li C Y, et al. Event trigger-based prescribed-time tracking control of spacecraft[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2024, 19(3): 661-669.)
- [15] Dong X W, Yu B C, Shi Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 23(1): 340-348.
- [16] Xie S Z, Chen Q, Yang Q M. Adaptive fuzzy predefined-time dynamic surface control for attitude tracking of spacecraft with state constraints[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 31(7): 2292-2304.
- [17] 刘书柳, 过榴晓, 张建成. 基于新型观测器下的线性 UAVs 系统预设时间编队容错控制[J]. *控制与决策*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1131.
(Liu S L, Guo L X, Zhang J C. Prescribed-time formation fault-tolerant control of linear UAVs system based on novel observers[J]. *Control and Decision*, DOI: 10.13195/j.kzyjc.2024.1131.)
- [18] 马娟, 赵海娟, 徐勤琪. 多策略虚假数据注入攻击下切换系统滑模控制的安全设计[J]. *控制与决策*, 2024, 39(12): 4093-4098.
(Ma J, Zhao H J, Xu Q Q. Secure sliding mode control of switched systems under multi-strategy false data injection attacks[J]. *Control and Decision*, 2024, 39(12): 4093-4098.)
- [19] Niu B, Gao Y H, Zhang G J, et al. Adaptive prescribed-time consensus tracking control scheme of nonlinear multi-agent systems under deception attacks[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 4196-4205.
- [20] Ren X X, Yang G H. Adaptive control for nonlinear cyber-physical systems under false data injection attacks through sensor networks[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(1): 65-79.
- [21] Wen L Y, Niu B, Zhao X D, et al. Composite-observer-based adaptive consensus tracking control for nonlinear MASs with unknown control directions against deception attacks[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2025, 55(1): 343-354.
- [22] Xu B, Li Y X, Hou Z S. Fixed-time fuzzy resilient consensus tracking of nonlinear MASs under DoS attacks and actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2025, 22: 2923-2934.
- [23] Zhang T, Su S F, Wei W, et al. Practically predefined-time adaptive fuzzy tracking control for nonlinear stochastic systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(12): 8000-8012.
- [24] Wei W, Zhang T L, Zhang W H. Composite disturbance observer-based adaptive fuzzy predefined-time control for nontriangular state-constrained nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2025, 55(3): 1771-1783.
- [25] Yoo S J. Neural-network-based adaptive resilient dynamic surface control against unknown deception attacks of uncertain nonlinear time-delay cyberphysical systems[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 31(10): 4341-4353.
- [26] An L W, Yang G H. Improved adaptive resilient control against sensor and actuator attacks[J]. *Information Sciences*, 2018, 423: 145-156.
- [27] Chen L X, Tong S C. Observer-based adaptive fuzzy consensus control of nonlinear multiagent systems encountering deception attacks[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2024, 20(2): 1808-1818.
- [28] Jin X, Haddad W M, Yucelen T. An adaptive control architecture for mitigating sensor and actuator attacks in cyber-physical systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(11): 6058-6064.
- [29] Wen L Y, Niu B, Ji Y L, et al. Adaptive predefined-time secure consensus tracking control for nonlinear multiagent systems against unknown false data injection attacks[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, 361(18): 107341.

作者简介

何星晨 (2001-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多智能体一致性跟踪控制, E-mail: hxclnut@163.com;

李元新 (1981-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统自适应模糊/神经网络控制、无人车编队控制及事件触发控制, E-mail: yxinly@126.com.