一类相似组合系统的鲁棒分散输出反馈镇定*

王银河　刘春峰　刘粉林　张嗣瀛
(东北大学信息科学与工程学院　沈阳　110005)

摘　要　描述了两个控制系统间的输出反馈相似的概念。由这类控制系统互联而成的组合系统仍具有某种相似结构。利用这种相似结构设计出的分散输出反馈控制器可使组合系统得到鲁棒镇定。仿真结果表明了所采用方法的有效性。

关键词　相似, 组合系统, 鲁棒分散输出反馈
分类号　TP 273

Robust Decentralized Output Feedback Stabilization for a Class of Similar Composite Systems

Wang Yinhe, Liu Chunfeng, Liu Fenlin, Zhang Siying
(Northeastern University)

Abstract　The output feedback similarity between two control systems is described. The composite systems composed of interconnected similar subsystems still possess certain similar structure. By utilizing the information from the similar structure, the robust decentralized output feedback controllers are designed, which can stabilize robustly the composite systems. The simulation shows the validity.

Key words　similarity, composite system, robust decentralized output feedback

1　引　　言

非线性组合控制系统固有的复杂性和外部干扰造成的不确定性, 给研究其基本特性带来了困难, 并且目前还没有统一的处理方法。按照文献[1, 2]的思想, 首先研究具有特殊结构的组合系统, 比如具有级联结构[3]、对称结构[4]、相似结构[5]的组合系统, 然后考虑一般的组合控制系统, 可能是一条有效的途径。目前, 关于相似组合系统的鲁棒分散输出反馈镇定的结果还很少, 仅有的一些结果[6-9]都是针对较简单的相似组合系统进行的。

本文首先利用微分几何中正则嵌入和微分同胚的概念[10]描述两个控制系统间输出反馈相似的概念, 这种相似性概念蕴含了[6_ 9]的情形; 然后讨论由这种相似控制系统互联而成的带有不确定性的组合系统的鲁棒分散输出反馈镇定问题, 结果表明, 相似结构确实可以简化组合系统的分析与设计。

2　相似性描述

考虑如下两个控制系统

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{u}, t), \quad \bar{y} = \bar{h}(\bar{x}) \tag{1}$$

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad y = h(x) \tag{2}$$

其中, 状态 $x \in U \subseteq R^n, \bar{x} \in \bar{U} \subseteq R^m, m \geq n, U, \bar{U}$ 分别是 R^n, R^m 中的开集; 输入 $u, \bar{u} \in R^d$, 输出 $y, \bar{y} \in R^p$; $f(\cdot), \bar{f}(\cdot)$ 是相应维数的光滑向量场。

定义 1　如果存在正则嵌入(或微分同胚) $\varphi: U \to \bar{U}, x \to \bar{x}$, 正则输出反馈 $u = \alpha(y, t) + \beta(y, t)v$, $\bar{u} = \bar{\alpha}(\bar{y}, t) + \bar{\beta}(\bar{y}, t)v$, 使得切映射 φ_* 满足

$$\varphi_* f(x, \alpha(h(x), t) + \beta(h(x), t)v, t) = \bar{f}(\varphi(x), \bar{\alpha}(\bar{h}(\varphi(x)), t) + \bar{\beta}(\bar{h}(\varphi(x)), t)v, t)$$

$$h(x) = \bar{h}(\varphi(x))$$

则称系统(2) 与(1) 输出反馈相似, 简称相似; $(\varphi, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \alpha, \beta)$ 称为相似参量。

对于系统矩阵分别为 (A, B, C) 和 $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ 的

* 国家自然科学基金项目(69774005) 和国家攀登计划基金项目
1998 - 11 - 02 收稿, 1999 - 03 - 16 修回

两个定常线性系统, 容易验证以下结果:

命题 1　如果存在 $m \times n$ 阶列满秩矩阵 F 及 $d \times p$ 阶矩阵 $\overline{K}, K, d \times d$ 阶可逆矩阵 $\overline{\beta}, \beta$, 使得

$$\begin{cases} F(A + BKC) = (\overline{A} + \overline{B}\,\overline{K}\,\overline{C})F \\ FB\beta = \overline{B}\,\overline{\beta}, \quad C = \overline{C}F \end{cases} \tag{3}$$

成立。则两定常线性系统(输出反馈) 相似, 相似参量为 $(F, \overline{K}, \overline{\beta}, K, \beta)$。

3　鲁棒分散输出反馈控制器设计

考虑如下带有不确定性的非线性组合系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + \Delta f_i(x_i, t) + \\ \qquad B_i(u_i + \Delta g_i(x_i, t)) + \\ \qquad \sum\limits_{j=1, j\neq i}^{N} (H_{ij}(x_j) + \Delta H_{ij}(x_j)) x_j \\ y_i = C_i x_i, \quad i = 1, 2, \cdots, N \end{cases} \tag{4}$$

其中, 状态 $x_i \in U_i \subseteq R^{n_i}$ (U_i 是 R^{n_i} 中的开集), $n_1 = \max\limits_{1\leq i\leq N}(n_i)$, 输入 $u_i \in R^d$, 输出 $y_i \in R^d$, $\Delta f_i(x_i, t)$, $\Delta g_i(x_i, t)$, $\Delta H_{ij}(x_j)$ 表示不确定项, A_i, B_i, C_i 表示相应维数的常矩阵。

定义 2　如果组合系统(4) 的每个标称的线性系统都与第 1 个标称的线性系统相似, 则称(4) 是非线性(输出反馈) 相似组合系统。

如果系统(4) 按命题 1 中式(3) 是相似组合系统, 设第 i 个标称的线性系统与第 1 个标称的线性系统间的相似参量为 $(F_i, K_1, \beta_1, K_i, \beta_i)$, 则有下式成立。

$$\begin{cases} F_i(A_i + B_i K_i C_i) = (A_1 + B_1 K_1 C_1) F_i \\ F_i B_i \beta_i = B_1 \beta_1, \quad C_i = C_1 F_i \end{cases} \tag{5}$$

假定 1　矩阵 $A_1 + B_1 K C_1$ 是 Hurwitz 稳定阵。

显然, 如果假定 1 成立, 则对于任意给定的正定对称矩阵 Q, 下面的 Lyapunov 方程有唯一正定对称矩阵解 P。

$$(A_1 + B_1 K C_1)^T P + P(A_1 + B_1 K C_1) = -Q \tag{6}$$

假定 2　存在 $d \times d$ 阶非奇异矩阵 D 使 $PB_1 = C_1^T D^T$, 其中 P 由式(6) 确定。

假定 3　组合系统(4) 的不确定项满足:

1)　$\|\Delta f_i(x_i, t)\| \leq \phi(\|y_i\|)\|y_i\|$

2)　$\|\Delta g_i(x_i, t)\| \leq \rho(y_i, t)$

3)　$\|\Delta H_{ij}(x_j)\| \leq \delta_{ij}(x_j)$

其中, $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \cdots, N$, $\phi(\cdot)$, $\rho(\cdot)$, $\delta_{ij}(\cdot)$ 是连续函数, $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数。

注 1　假定 1 和假定 2 只涉及第 1 个标称的线性系统, 因此当 N 较大时, 这种假设条件具有计算量小的优点。

对于系统(4), 提出如下主要由相似参量决定的鲁棒分散输出反馈控制器。

$$u_i = u_i^a + u_i^b + u_i^c \tag{7a}$$

$$u_i^a = (K_i + \beta_i \beta_1^{-1}(K - K_1)) y_i \tag{7b}$$

$$u_i^b = -\frac{1}{2\epsilon}(D^T)^{-1}\beta_i\beta_1^{-1}\|F_i^T P F_i\|^2 \phi(\|y_i\|) y_i \tag{7c}$$

$$u_i^c = \begin{cases} -\dfrac{(\beta_1\beta_i^{-1})^T D y_i}{\|(\beta_1\beta_i^{-1})^T D y_i\|}\rho(y_i, t), & y_i \neq 0 \\ 0, & y_i = 0 \end{cases} \tag{7d}$$

定理 1　设系统(4) 是满足假定 1—3 的输出反馈相似组合系统, 若 $W^T(x) + W(x)$ 是 $x = 0$ 处某邻域上的正定函数矩阵, 则组合系统(4) 可用输出反馈控制器(7) 局部鲁棒分散镇定。其中

$$W(x) = (w_{ij})_{N\times N}$$

$$w_{ij} = \begin{cases} 0.5, & i = j \\ -2(a_{ij} + b_{ij}), & i \neq j \end{cases}$$

这里

$$a_{ij} = \lambda_M[((F_i^T Q F_i)^{-1/2})^T (F_i^T P F_i) \times H_{ij}(x_j)(F_j^T Q F_j)^{-1/2}]$$

$$b_{ij} = \delta_{ij}(x_j)\lambda_M[(F_i^T P F_i)(F_i^T Q F_i)^{-1/2}] \times \lambda_M[(F_j^T Q F_j)^{-1/2}]$$

P 由式(6) 确定, $\lambda_M(\cdot)$ 表示相应矩阵的最大奇异值。

证明略。

4　算例及仿真

考虑形如式(4) 的具有 3 个子系统的不确定性组合系统。其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = [x_{11}, x_{12}, x_{13}]^T$$

$$x_2 = [x_{21}, x_{22}]^T, \quad x_3 = [x_{31}, x_{32}]^T$$

参数不确定项

$$\Delta f_1 = [0 \quad 0 \quad x_{12}\cos(\theta_1 x_{11})]^T$$
$$\Delta f_2 = [x_{22}\sin(\theta_1 t) \quad 0]^T$$
$$\Delta f_3 = [x_{32}\theta_1^2 \quad 0]^T, \quad -1 \le \theta_1 \le 1$$
$$\Delta g_1 = x_{12}^2 e^{-\theta_2 t^2}, \quad \Delta g_2 = x_{22}^2 e^{-\theta_2 t^2}$$
$$\Delta g_3 = x_{32}^2 e^{-\theta_2 t^2}, \quad 0 \le \theta_2 \le 1$$
$$\Delta H_{12} = 0.25 x_{22}\cos(\theta_3 x_{21})\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$
$$\Delta H_{21} = \begin{bmatrix} 0.25 x_{11}\sin(\theta_3 x_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$-3 \le \theta_3 \le 3$$
$$\Delta H_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0.25 x_{21}\cos(\theta_3 x_{32}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

容易验证, 这是一个相似组合系统, 其相似参量为: $F_1 = I_3$(3阶单位阵), $F_2 = F_3 = [I_2 \quad 0]^T$, $K_1 = 1$, $K_2 = 0$, $K_3 = 3$, $\beta_i = 1 (i = 1, 2, 3)$。取 $K = -2$, $D = 0.5$, $Q = I_3$, 易证假定1—3均得到满足。直接计算知, $W^T(x) + W(x)$ 在区域 $\Omega = \{x \mid |x_{11}| \le 1.3, |x_{22}| \le 1.3, |x_{21}| \le 1.3\}$ 是正定对称矩阵。

分别取 $\theta_1 = -0.5$, $\theta_2 = 0.5$, $\theta_3 = 1$, $\epsilon = 0.25$, 仿真得到的状态响应曲线如图1所示。

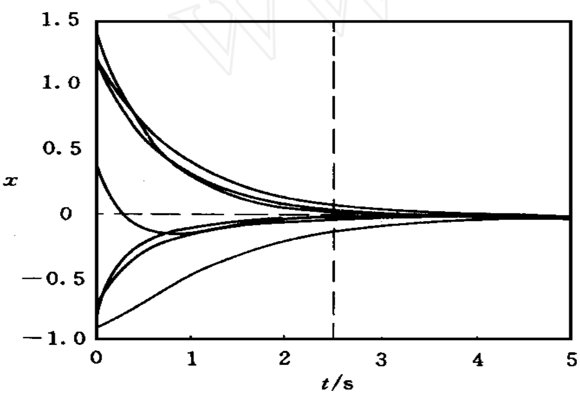

图1　状态响应的仿真曲线

由仿真结果可以看出, 本文所采用的方法是有效的。输出反馈相似结构确实可以简化组合系统的镇定判据。这与文献[1, 2]的预见完全吻合。

参 考 文 献

1 张嗣瀛. 复杂控制系统的对称性及相似性结构. 控制理论与应用, 1994, 11(2): 231_ 237

2 张嗣瀛, 杨光红. 一类复杂系统的全息控制. 控制与决策, 1996, 11(4): 501—505

3 Zhihua Qu, Darren M Dawson. Robust control of cascaded and individually feedback linearizable nonlinear systems. Automatica, 1994, 30(6): 1057_ 1064

4 赵军, 张嗣瀛. 非线性控制系统的广义对称性与可控性. 科学通报, 1991, 36(18): 1428—1430

5 G H Yang, S Y Zhang. Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems. Automatica, 1995, 31(2): 337_ 340

6 Y X Lü, J L Qian, S Y Zhang. Decentralized output feedback control for nonlinear similar large- scale composite systems with unmatched uncertainties. In: The 36th IEEE CDC. Kobe, 1997. 1255- 1259

7 X P Liu. Output regulation of strongly coupled symmetric composite systems. Automatica, 1992, 28(5): 1037_ 1041

8 X G Yan, Y X Lü, S Y Zhang. Decentralized output feedback robust stabilization for nonlinear composite systems possessing similar subsystems. In: The 35th IEEE CDC. Kobe, 1996. 387_ 390

9 X G Yan, J C Wang, Y X Lü *et al*. Decentralized output feedback robust stabilization for a class of nonlinear composite large- scale systems with similarity. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(2): 294_ 299

10 W M Boothby. An introduction to differentiable manifolds and riemannian geometry. New York: Academic Press, Inc, 1986

作 者 简 介

王银河　男, 1962年生。1990年于四川师范大学获基础数学硕士学位, 副教授, 现在东北大学攻读博士学位。研究方向为复杂系统的结构研究, 鲁棒控制及自适应控制。

刘春峰　男, 1960年生。锦州师范专科学校副教授, 东北大学高级访问学者。研究方向为复杂系统的结构分析。

刘粉林　男, 1964年生。1991年于哈尔滨工业大学获基础数学专业硕士学位, 现为东北大学博士生。主要研究方向为复杂系统的鲁棒控制和输出反馈控制。

张嗣瀛　男, 1925年生。中国科学院院士, 东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师。目前主要研究方向为复杂大系统的结构分析。