

# 空间力觉临场感遥控作业系统的 时延无条件稳定性分析\*

胡文松 宋爱国 黄惟一  
(东南大学仪器科学与工程系 南京 210018)

**摘 要** 空间遥控作业系统中存在很长的通信时延,造成遥控作业系统的不稳定和操作性能的降低。为此,从建立力觉临场感遥控作业系统的时延动力学方程出发,利用差分微分方程对系统的无条件稳定性进行分析。实验结果表明该分析方法是行之有效的。

**关键词** 力觉临场感,时延,无条件稳定性

**分类号** TP 347

## Absolute Stability Analysis to Force Telepresence Teleoperation System in Space

Hu Wensong, Song Aiguo, Huang Weiyi  
(Southeast University)

**Abstract** The teleoperation system is a strong means to realize the working in dangerous space. Because of the long distance between remote work station and control site, there exists long communication time delay. This causes the instability and bad performance in teleoperation system. Based on the establishment of time delay dynamics equation to force telepresence teleoperation system, the absolute stability of system is analyzed by using the differential equation. The experiment result shows exactitude of the conclusion.

**Key words** force telepresence, time delay, absolute stability

### 1 引 言

具有力觉临场感的主从遥控作业系统的实现,将极大地改善遥控机器人在空间的作业能力。操作者接收遥远工作站的力传感信息,就象在现场直接控制一样,可以及时调整自己的作用,从而更好地完成任务。但在空间应用中,远地从机械手与本地控制站之间通常相隔很远,彼此间存在较大的通信时延(有时可达几秒甚至十几秒),由于存在力反馈,极易造成系统的不稳定。因此,建立空间力觉临场感遥控系统的时延动力学模型,确定保障系统在任何时延下均能稳定工作的稳定条件,具有十分重要的意义。本文对一维力觉临场感遥控作业系统在时延状态下

的无条件稳定性进行分析。

### 2 空间力觉临场感遥控 作业系统的构成

力觉临场感遥控作业系统由操作者、主机械手、通信环节、从机械手和环境组成,如图 1 所示。操作者的运动指令通过主机械手、通信环节和从机械手作用于环境,对环境的感知力则通过上述环节返回到操作者手部。

系统的动力学描述如下:

$$\text{主机械手 } f_h = M_m \dot{v}_m + B_m v_m + f_{dm}$$

$$\text{从机械手 } f_s = M_s \dot{v}_s + B_s v_s + f_s$$

\* 国家高技术项目(863 \_ 512 \_ 9805 \_ 09) 和教育部博士点基金项目(98028619)

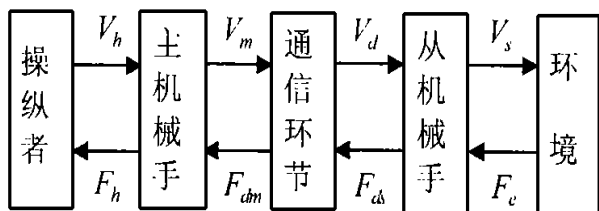


图1 力觉临场感系统框图

通信环节  $f_{dm} = f_{ds}$ ,  $v_s = v_m$

环境  $f_e = M_e v_s^2 + B_e v_s + K_e \int v_s dt$

其中,  $f_e = f_s$ ,  $f_{ds} = B_c(v_d - v_s)$ ;  $M, B, K$  分别表示质量, 阻尼和弹性系数; 下标  $m, s, e$  分别表示主机械手, 从机械手和环境;  $B_c$  为速度误差增益。

### 3 分析方法

本文采用差分微分方程进行分析。对常系数线性时滞系统

$$\dot{X}^a(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j(t) + b_j X_j(t - S_j) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

其特征方程为

$$D(K, S) = \hat{u}[a_{ij} + b_j e^{-K S_j} - K D_j] \hat{u} \quad (2)$$

当  $S = 0$  时, 相应于常微分方程组的特征方程

$$D(K, S) = \hat{u}[a_{ij} + b_j - K D_j] \hat{u} \quad (3)$$

假设系统在  $S = 0$  时是稳定的, 即(3)式的特征根都具有负实部。当存在时延时, 随着时延  $S$  的增大, 系统由稳定过渡到不稳定, 对于特征根来说, 就是(2)式特征根的实部逐步由负半区向正半区过渡。无条件稳定意味着在  $S$  从 0 增加到  $+\infty$  的整个过程中, (2)式的零点不能达到虚轴, 即系统(1)为无条件稳定的充要条件是:

- 1) (3)式根的实部均为负的;
- 2) 对于任何实数  $y$  及  $S \in R_+$ , 均有  $D(iy, S) \neq 0$ 。

但条件(2)是超越的, 对系统(1)要具体验证(2)满足与否是不可能的。分析主从遥控作业系统的时延稳定性时, 希望能找到某种代数准则。对于条件1), 有传统的 Hurwitz 方法可循。对于(2)的分析可分为两方面:

1)  $y = 0$ : 此时条件(2)等价于  $D(0, S) = \hat{u} a_{ij} + b_j \hat{u} \neq 0$ 。该式成立与否对任何  $S \in R_+$  都一样, 故不必讨论, 并且这一条件已包含于条件1)中。

2)  $y \neq 0$ : 分析的基本思想是引入  $X = -S y$ , 把  $X, y$  视为独立元代替  $S, y$ 。这里, 由于  $X = -S y$  与  $y$

为独立变量, 故可由  $D(iy, S) = 0$  将实部与虚部分开, 即

$$F(y, X) = U(y, X) + iV(y, X)$$

再令

$$U(y, X) = 0, \quad V(y, X) = 0 \quad (4)$$

上式消去  $X$  (或  $y$ ), 便得到  $y$  (或  $w$ ) 的多项式

$$H(y) = 0 \text{ 或 } H(\cos X, \sin X) = 0$$

这时只要判定两点:

- 1) 对于  $H(y) = 0$ ,  $y$  无非零的实根;
- 2) 对于  $H(y) = 0$ ,  $y$  有非零的实部, 但实根代入(4)式, 所得方程组没有公实根  $X$ 。

由上可知, 一维力觉临场感主从遥控系统是一个  $n = 2$  的二维系统。要分析系统的无条件稳定性, 就要分析四次代数方程在一个区间内无实根的充要条件, 这是相当复杂的。因此有必要进行化简, 找到简捷的代数式。本文后面将证明, 在一维力觉临场感线性系统中, 当  $S = S_2$  时, 四次代数方程可简化成二次代数方程, 这样就可根据二次方程的性质来分析系统的无条件稳定性。

### 4 主从遥控系统的无条件稳定性分析

现以最简单的力觉临场感遥控系统在自由运动状态下的无条件稳定性为例, 具体进行分析。在自由运动状态下,  $f_s = 0$ , 即从机械手不与环境接触, 仅跟随主手运动。则有

$$\begin{cases} X_1^a(t) = -\frac{B_m}{M_m} X_1(t) - \frac{B_c}{M_m} X_1(t - S_1) - S_1 + \frac{B_c}{M_m} X_2(t - S_2) \\ X_2^a(t) = \frac{B_c}{M_s} X_1(t - S) - \frac{B_c + B_s}{M_s} X_2(t) \end{cases} \quad (5)$$

人手的作用力可以看成力觉临场感遥控作业系统的输入, 系统的零解稳定性是由系统本身的特性所决定的, 与系统的外输入无关。当  $S = S_2$  时, 差分微分方程为

$$\begin{cases} X_1^a(t) = -\frac{B_m}{M_m} X_1(t) - \frac{B_c}{M_m} X_1(t - 2S) + \frac{B_c}{M_m} X_2(t - S) \\ X_2^a(t) = \frac{B_c}{M_c} X_1(t - S) - \frac{B_c + B_s}{M_s} X_2(t) \end{cases} \quad (6)$$

$$D(K, S) =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{B_m}{M_m} - \frac{B_c}{M_m}e^{-2KS} - K & \frac{B_c}{M_m}e^{-KS} \\ \frac{B_c}{M_s}e^{-KS} & -\frac{B_c + B_s}{M_s} - K \end{bmatrix} \quad (7)$$

将 D(K, S) 展开, 有

$$D(K, S) = K^2 + \left[ \frac{B_m}{M_m} + \frac{B_c + B_s}{M_s} \right] K + \frac{B_c}{M_m}e^{-2KS}K + \frac{B_c B_s}{M_m M_s}e^{-2KS} + \frac{B_m(B_c + B_s)}{M_m M_s}$$

$$\text{令 } A_1 = \frac{B_m(B_c + B_s)}{M_m M_s} > 0, \quad A_3 = \frac{B_c B_s}{M_m M_s} > 0$$

$$A_4 = \frac{B_m}{M_m} + \frac{B_c + B_s}{M_s} > 0, \quad A_5 = \frac{B_c}{M_m} > 0$$

对于条件 1),  $D(K, 0) = (A_1 + A_3) + (A_4 + A_5)K + K^2 = 0$  的根具有负实部, 即  $A_1 + A_3 > 0, A_4 + A_5 > 0$ 。

对于条件 2),  $D(iy, S) \neq 0$ 。将  $K = iy, -2KS = X$  代入, 得

$$(iy)^2 + A_5 e^{iX} iy + A_4 iy + A_3 e^{iX} + A_1 = -y^2 + A_5 \cos X iy - A_5 \sin X y + A_4 iy + A_3 \cos X + A_3 \sin X + A_1$$

$$U(y, X) = A_1 + A_3 \cos X - A_5 \sin X y - y^2$$

$$V(y, X) = (A_4 + A_5 \cos X)y + A_3 \sin X$$

最后化成条件:

- 1)  $A_1 + A_3 > 0, A_4 + A_5 > 0;$
- 2)  $[U(y, X)]^2 + [V(y, X)]^2 \neq 0$ 。

现在研究联立方程

$$\begin{cases} U(y, X) = A_1 + A_3 \cos X - A_5 \sin X y - y^2 = 0 \\ V(y, X) = A_3 \sin X + (A_4 + A_5 \cos X)y = 0 \end{cases}$$

若  $A_4 + A_5 \cos X \neq 0$ , 则可消去  $y$ 。代入  $U(y, X) = 0$ , 得

$$(A_4 + A_5 \cos X)y = -A_3 \sin X$$

$$y = -\frac{A_3 \sin X}{A_4 + A_5 \cos X}$$

$$A_1 + A_3 \cos X - A_5 \sin X \left[ -\frac{A_3 \sin X}{A_4 + A_5 \cos X} \right] -$$

$$\left[ -\frac{A_3 \sin X}{A_4 + A_5 \cos X} \right]^2 = 0$$

$$A_1 + A_3 \cos X + \frac{A_3 A_5 \sin^2 X}{A_4 + A_5 \cos X} -$$

$$\frac{A_3^2 \sin^2 X}{(A_4 + A_5 \cos X)^2} = 0$$

令  $x = \cos X, -1 \leq x \leq 1$ , 则上式成为

$$A_1 + A_3 x + \frac{A_3 A_5 (1 - x^2)}{A_4 + A_5 x} = \frac{A_3^2 (1 - x^2)}{(A_4 + A_5 x)^2} = 0$$

进一步化为

$$A_1 A_4^2 + 2A_1 A_4 A_5 x + A_1 A_5^2 x^2 + A_3 A_4^2 x + 2A_3 A_4 A_5 x^2 + A_3 A_5^2 x^3 + A_3 A_4 A_5 + A_3 A_5^2 x - A_3 A_4 A_5 x^2 - A_3 A_5^2 x^3 - A_3^2 + A_3^2 x^2 = 0$$

可见, 通过假设  $S_1 = S$  后, 上式没有四次方项, 三次方项可以约去, 是一个二次方程

$$\begin{aligned} & (A_1 A_5^2 + A_3 A_4 A_5 + A_3^2) x^2 + \\ & (2A_1 A_4 A_5 + A_3 A_5^2 + A_3 A_4^2) x + \\ & (A_3 A_4 A_5 + A_1 A_4^2 - A_3^2) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

若  $A_4 + A_5 \cos X = 0$ , 则  $A_5 \geq A_4$ , 即要求

$$\frac{B_c}{M_m} \geq \frac{B_m}{M_m} + \frac{B_c}{M_s} + \frac{B_s}{M_s}$$

一般在力觉临场感系统中, 该条件都不满足, 因此可不予考虑。

总结以上分析可以得出结论: 一维力觉临场感主从遥控系统在自由运动状态下无条件稳定的充要条件是: 一元二次方程(8) 在区间  $[-1, 1]$  范围内无实根。

讨论方程(8) 在区间  $[-1, 1]$  范围内有无实根可按以下方法进行: 令

$$a = A_1 A_5^2 + A_3 A_4 A_5 + A_3^2$$

$$b = 2A_1 A_4 A_5 + A_3 A_5^2 + A_3 A_4^2$$

$$c = A_3 A_4 A_5 + A_1 A_4^2 - A_3^2$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

当  $x = 1$  时, 有

$$f(x) = a + b + c =$$

$$A_1 A_5^2 + 2A_3 A_4 A_5 + 2A_1 A_4 A_5 +$$

$$A_3 A_5^2 + A_3 A_4^2 + A_1 A_4^2 > 0$$

并且  $a > 0$ 。所以当  $f(x)$  满足以下条件之一时, 方程  $f(x) = 0$  在区间  $[-1, 1]$  范围内无实根。

- 1)  $b^2 - 4ac < 0$  即  $\Delta < 0;$
- 2)  $\Delta \geq 0$  但  $b > 2a$  且  $f(-1) > 0$ 。

当从机械手与环境作用时, 情况非常复杂。本文仅讨论一种较简单的情况: 从机械手与一质量为  $M_e$  的物体接触, 从机械手带动该物体一起运动, 物体不发生弹性形变,  $K_e = 0$ , 运动时的阻尼为  $B_e$ 。此时,  $f_e = M_e v_s^a + B_e v_s$ , 即环境为一个质量—阻尼体。系统的差分微分方程为

$$\begin{cases} X_1(t) = -\frac{B_m}{M_m} X_1(t) - \frac{B_c}{M_m} X_1(t - 2S) + \frac{B_c}{M_m} X_2(t - S) \\ X_2(t) = \frac{B_c}{M_s + M_e} X_1(t - S) - \frac{B_c + (B_s + B_e)}{M_s + M_e} X_2(t) \end{cases} \quad (9)$$

可见,式(9)与式(6)形式完全一样,差别仅在于将  $M_s$  和  $B_s$  换成  $M_s + M_e$  和  $B_s + B_e$ 。于是可采用与上相同的方法进行分析。

## 5 应用及实验比较

本文采用的一维力觉临场感系统的实验装置,由力矩电机、主机械手、从机械手、力和速度传感器、数据采集及控制板、586 微机组成。数据采集及控制频率为 2kHz,通讯时延  $S$  通过缓冲技术模拟实现。环境为阻尼已知的质量—阻尼体。

### 5.1 从机械手为自由运动状态

参数  $M_m, M_s, B_m, B_s$  为系统的固有参数,从机械手采用速度比例控制。为了分析方便,可做如下假设:

令  $M_m = M_s, B_m = B_s, A = B_m/M_m = B_s/M_s, B_c/M_m = B_c/M_s = KA$ ,即假定主从机械手质量、阻尼相等,这基本符合实验装置的情况。则在自由运动状态下,有

$$A_1 = \frac{B_m(B_c + B_s)}{M_m M_s} = (K + 1)A^2$$

$$A_3 = \frac{B_c B_s}{M_m M_s} = KA^2, \quad A_5 = \frac{B_c}{M_m} = KA$$

$$A_4 = \frac{B_m}{M_m} + \frac{B_c + B_s}{M_s} = (K + 2)A$$

对于方程(8),有

$$a = (2K^3 + 4K^2)A^4$$

$$b = (4K^3 + 10K^2 + 8K)A^4$$

$$c = (2K^3 + 6K^2 + 8K + 4)A^4$$

$$1) \quad \delta > 0;$$

$$2) \quad f(-1) = a - b + c = 4A^4 > 0;$$

$$3) \quad b - 2a = (2K^2 + 8K)A^4 > 0.$$

所以,对于本文的实验装置,在自由运动状态下,不论速度误差增益  $B_c$  为何值,均可保证系统的无条件稳定性。实验曲线如图 2 所示,其结果也很好验证了这一点。通过计算机模拟时延,我们分别设置时延  $S = 10s, 30s, 60s$  以上,主从机械手均能稳定工作。

### 5.2 从机械手与环境作用

现在讨论环境为质量—阻尼体的情况,并以一特殊情况为例进行分析与实验。设

$$M_m = M_s = M_e, \quad B_m = B_s = B_e$$

$$A = \frac{B_m}{M_m} = \frac{B_s + B_e}{M_s + M_e}$$

$$\frac{B_c}{M_s + M_e} = \frac{B_c}{2M_m} = KA$$

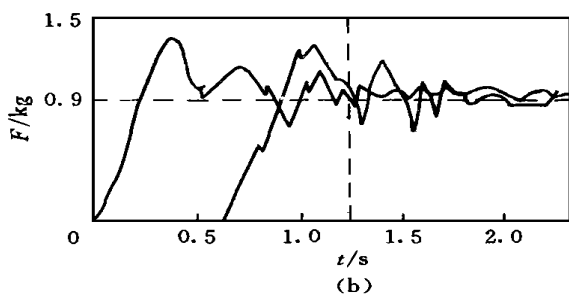
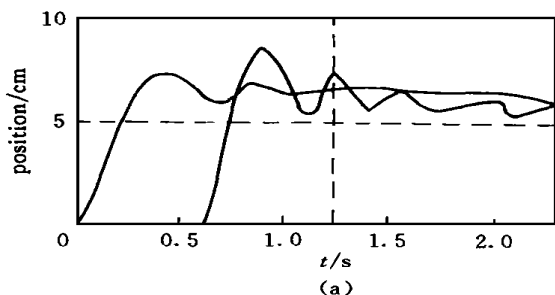


图 2 实验曲线

(a) 位置实验曲线 (b) 力实验曲线

$$A_1 = \frac{B_m(B_c + B_s + B_e)}{M_m(M_s + M_e)} = (K + 1)A^2$$

$$A_3 = \frac{B_c(B_s + B_e)}{M_m(M_s + M_e)} = 2KA^2$$

$$A_4 = \frac{B_m}{M_m} + \frac{B_c + B_s + B_e}{M_s + M_e} = (K + 2)A$$

$$A_5 = \frac{B_c}{M_m} = 2KA$$

对于方程(8),有

$$a = 8(K^3 + 2K^2)A^4$$

$$b = (18K^3 + 32K^2 + 24K)A^4$$

$$c = (5K^3 + 9K^2 + 8K + 4)A^4$$

$$1) \quad \delta > 0;$$

$$2) \quad b - 2a = (2K^3 + 24K)A^4 > 0;$$

$$3) \quad f(-1) = (4 - 5K^3 - 7K^2 - 16K)A^4 > 0 \quad K \leq 0.2.$$

可见,只有当  $K \leq 0.2$  时,系统才能保证无条件稳定。

实验中,取一质量为  $M_e = M_s = M_m$  的物体,调整物体与工作台接触光滑度,使得  $B_e = B_s = B_m$ 。让从机械手与物体接触,并带动物体一起运动。实验证明当  $K > 0.2$  时,在大时延的情况下,系统不能稳定工作,并且  $K$  越来越不稳定。而当  $K \leq 0.2$  时,在  $S = 10s, 30s, 60s$  以上,系统均能稳定工作。

(下转第 58 页)

原点, 而初始点分别为(2.00, 2.50, 2.20), (-0.80, -0.90, -1.00), (1.20, -1.00, 0.80) 和(-0.80, 1.50, 0.80)的相轨迹。这些轨迹在小于0.5s的时间内均可稳定到点(0.00, 0.00, 0.00), 稳态误差  $\|x_r - x\| \leq 0.02$ , 控制效果较好。

## 4 结 语

本文将人工神经网络理论引入非线性系统混沌行为的控制, 提出一种基于改进型BP网络控制混沌的新方法。数值分析结果表明, 该控制方法可将系统的混沌运动转变为规则运动, 并可取得较好的控制效果。

## 参 考 文 献

- 1 Fowler T B. Application of stochastic control techniques to chaotic nonlinear system. IEEE Trans on Autom Contr, 1989, 34(2):201-205
- 2 Hartely T T, Mossayebi F. A classical approach to controlling the Lorenz equation. Int J Bifurcation and

Chaos, 1992, 2(4):881-887

- 3 Gallegos J A. Nonlinear regulation of a Lorenz system by feedback linearization techniques. Dynamics and Control, 1994, 4:277-289
- 4 Gonzale G A. Controlling chaos of an uncertain Lozi system via adaptive techniques. Int J Bifurcation and Chaos, 1995, 5(2):559-562
- 5 Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic dynamic system. Int J Bifurcation and Chaos, 1992, 2(2):407-411
- 6 Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic continuous-time systems. IEEE Trans on Circuits and System, 1993, 40(9):591-600
- 7 Yeap T H, Ahmed N U. Feedback control of chaotic systems. Dynamics and Control, 1994, 4:97-114
- 8 Robert H N. Theory of the back-propagation neural network. In: Proc IJCNN. Washington, 1989, 1:593-605

作者简介见本刊1997年第13卷增刊第429页。

(上接第54页)

## 6 结 语

本文给出了一维力觉临场感空间主从遥控作业系统无条件稳定性的分析式。该式是在主站到从站的时延  $S_1$  与从站到主站的时延  $S_2$  相等的情况下导出的, 形式简单。实验表明该分析式是行之有效的。

## 参 考 文 献

- 1 秦元勋, 刘永清. 带有时滞的动力系统的运动稳定性. 北京: 科学出版社, 1990
- 2 宋爱国, 黄惟一. 临场感遥控作业系统的进展. 高技术通讯, 1996, 6(6):57-61
- 3 宋爱国, 黄惟一. 空间遥控作业系统的自适应无源控制.

宇航学报, 1997, 7(3):26-32

- 4 Anderson R, Spong M. Bilateral control teleoperation with time delay. IEEE Trans on Auto Control, 1989, 34(3):494-503
- 5 Niemeyer G, Slotine J J. Stable adaptive teleoperation. IEEE J Oceanic Engineer, 1991, 16(1):152-163

## 作 者 简 介

**胡文松** 男, 1969年生。东南大学仪器科学与工程系博士生。研究领域为测试理论及计量技术, 智能机器人。

**宋爱国** 男, 1968年生。东南大学仪器科学与工程系副教授。研究领域为机器人传感与控制技术。

**黄惟一** 男, 1934年生。东南大学仪器科学与工程系教授, 博士生导师。研究领域为测试理论及计量技术, 智能化仪器仪表, 机器人传感器。