

基于 CMAC 神经网络的一类 M M O 非线性系统的自适应反馈线性化*

张友安 周绍磊 崔平远 杨 滂
(烟台海军航空工程学院自动控制系 264001) (哈尔滨工业大学航天工程与力学系)

摘 要 在已知系统标称模型的基础上, 将 CMAC 神经网络用于一类状态反馈可线性化的 M M O 连续时间不确定性非线性系统的鲁棒自适应反馈线性化, 使系统获得要求的跟踪性能. 在很弱的假设条件下, 应用李雅普诺夫稳定性理论证明了闭环系统内的所有信号为一致最终有界. 仿真算例验证了该方法的正确性与有效性.

关键词 M M O 非线性系统, CMAC 神经网络, 反馈线性化, 鲁棒自适应

分类号 TP 273. 2

CMAC Neural Network Based Adaptive Feedback Linearization for M M O Nonlinear Systems

Zhang Youan, Zhou Shaolei Cui Pingyuan, Yang Di
(Naval Aeronautical Engineering College) (Harbin Institute of Technology)

Abstract The CMAC neural network is used for adaptive feedback-linearization of a class of state-feedback linearizable multiple-input multiple-output (M M O) continuous-time nonlinear systems with model uncertainty. The adaptive feedback-linearization portion is based on the nominal model of the system. A stability proof is given strictly in the sense of Lyapunov. It is shown that all the signals in the closed loop systems are uniformly ultimately bounded. The proposed scheme is quite fit for real-time adaptive control. Simulation results have shown the rightness and effectiveness of the proposed scheme.

Key words M M O nonlinear systems, CMAC neural networks, feedback linearization, robust-adaptive

1 引 言

反馈线性化的基本思想是通过反馈使非线性系统线性化. 然而该方法在实际应用中受到很大限制, 主要原因是这种方法依赖于精确的非线性模型. 为此, 文献[1]提出了一种基于多层前向神经网络的反馈线性化方法, 但由于多层前向神经网络是一种全连接的神经网络, 其学习过程很慢, 难以满足实时控制的要求. 此外, 该方法需要估计整个非线性系统的模型, 没有充分利用已有的系统标称模型信息.

CMAC 神经网络是一种典型的局部逼近网络,

其学习速度快, 有一定的泛化能力. 本文在充分利用已知标称系统模型的基础上, 将 CMAC 神经网络用于一类 M M O 非线性系统的鲁棒自适应状态反馈线性化.

2 问题描述

考虑如下具有状态空间仿射型的状态反馈可线性化的 M M O 非线性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = x_3, \quad \dots \\ \dot{x}_{n_1} &= f_1(x) + g_1(x)u_1 + d_1 \\ \dot{x}_{n_1+1} &= x_{n_1+2}, \quad \dot{x}_{n_1+2} = x_{n_1+3}, \quad \dots \\ \dot{x}_{n_1+n_2} &= f_2(x) + g_2(x)u_2 + d_2, \quad \dots \\ \dot{x}_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+1} &= x_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+2}, \quad \dots \end{aligned}$$

* 国家自然科学基金项目(19572114)

1998- 09- 03 收稿, 1999- 02- 01 修回

$$\dot{x}_n = \dot{x}_{n_1+n_2+\dots+n_m} = f_m(x) + g_m(x)u_m + d_m \quad (1)$$

$$y = [x_1 \ x_{n_1+1} \ \dots \ x_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+1}]^T \quad (2)$$

其中, $d(t) = [d_1(t) \ d_2(t) \ \dots \ d_m(t)]^T$ 为具有已知上界 b_d 的未知扰动向量, 即 $d(t) \leq b_d$; 而 $f, g: R^n \rightarrow R^m$ 为未知光滑函数向量: $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_m(x)]^T, g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_m(x)]^T$, 且 $|g_i(x)| \leq g > 0, \forall x, i = 1, 2, \dots, m$, 其中 g 为一个已知下界. 假设 $g_i(x)$ 的符号已知, 不妨设 $g_i(x) \leq g, i = 1, 2, \dots, m$ (以下在不引起混淆的情况下, 一般将 $i = 1, 2, \dots, m$ 省略). 设 f_i 的标称值为 \bar{f}_i, g_i 的标称值为 \bar{g}_i , 它们之间必有误差, 分别记为 $\tilde{f}_i = f_i - \bar{f}_i, \tilde{g}_i = g_i - \bar{g}_i$. 其向量形式为 $\tilde{f} = f - \bar{f}, \tilde{g} = g - \bar{g}$.

下面利用反馈线性化方法实现输出跟踪, 即给定期望输出 $y_d(t) = [y_{d_1}(t) \ y_{d_2}(t) \ \dots \ y_{d_m}(t)]^T$, 寻找某种控制作用 $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$, 使对象以可接受的精度跟踪期望轨迹 (即有限误差跟踪), 而所有状态和控制均保持有界.

定义 $x_d = [x_{d_1}^T \ x_{d_2}^T \ \dots \ x_{d_m}^T]^T, x_{d_i} = [y_{d_i} \ \dot{y}_{d_i} \ \dots \ y_{d_i}^{(n_i-1)}]^T$. 状态向量 $x(t)$ 可进一步表示为 $x = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_m^T]^T, x_i = [x_{z_i+1} \ x_{z_i+2} \ \dots \ x_{z_i+n_i}]^T$. 其中

$$z_i = \begin{matrix} i-1 \\ n_j, \end{matrix} \quad i = 1, 2, \dots, m, n_0 = 0, z_1 = 0 \quad (3)$$

定义状态误差向量 $e = x - x_d, e = [e_1^T \ e_2^T \ \dots \ e_m^T]^T, e_i = [e_{i,1}, e_{i,2}, \dots, e_{i,n_i}]^T, e_{i,k} = x_{z_i+k} - y_{d_i}^{(k-1)}, k = 1, 2, \dots, n_i, z_i$ 同 (3). 定义滤波误差向量 $r = \text{diag}\{\Lambda_i^T \ 1\}e$. 其中, $r = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_m]^T, \Lambda_i = [\lambda_{i,1} \ \lambda_{i,2} \ \dots \ \lambda_{i,n_i-1}]^T$ 是一个适当选择的系数向量, 使得 $s^{n_i-1} + \lambda_{i,n_i-1}s^{n_i-2} + \dots + \lambda_{i,1}$ 是 Hurwitz 的. 那么 r 的时间导数为

$$\dot{r} = (\bar{f} + \tilde{f}) + (\bar{G} + \tilde{G})u + d + Y_d \quad (4)$$

其中

$$G = \bar{G} + \tilde{G} = \text{diag}\{\bar{g}_i + \tilde{g}_i\} \in R^{m \times m}$$

$$Y_d = -Y_{dd} + \text{diag}\{[0 \ \Lambda_i^T]\}e$$

$$Y_{dd} = [y_{d_1}^{(n_1)} \ y_{d_2}^{(n_2)} \ \dots \ y_{d_m}^{(n_m)}]^T$$

$$Y_d = [Y_{d_1} \ Y_{d_2} \ \dots \ Y_{d_m}]^T$$

$$Y_{d_i} = -y_{d_i}^{(n_i)} + [0 \ \Lambda_i^T]e_i$$

3 CMAC 神经网络控制器设计

任一连续的非线性函数向量 $h(x) \in R^{m \times 1}$, 可用 CMAC 神经网络表示为^[2]

$$h(x) = W_h^T \Gamma_h(x) + \epsilon \quad (5)$$

其中, $W_h = [w_{h_1} \ w_{h_2} \ \dots \ w_{h_m}] \in R^{N_A \times m}$ 为理想权矩阵, $w_{h_i} = [w_{h_i,1} \ w_{h_i,2} \ \dots \ w_{h_i,N_A}]^T$ 为理想权向量, $\Gamma_h(x)$ 为归一化点火强度向量, ϵ 为函数重构误差向量. 容易证明, $\|\Gamma_h(x)\| \leq 1$.

假设 1 $\epsilon_i, \epsilon_{iN}, \epsilon_{iN}$ 为一个已知常数.

假设 2 CMAC 神经网络的理想权矩阵 W_h , 理想权向量 w_{h_i} 均为有界, 即 $W_h \leq W_{hmax}, w_{h_i} \leq W_{hmax}$. 这里 W_{hmax}, W_{hmax} 均为已知上界.

采用如下控制律

$$\begin{cases} u = u_c + u_r \\ u_c = [\bar{G} + \hat{\tilde{G}}]^{-1} [-\bar{f} + \hat{\tilde{f}} + v] \\ u_r = -\mu u_c \text{sgn}(r), v = -K_v r - Y_d \end{cases} \quad (6a)$$

$$\hat{\tilde{f}}(x) = \hat{W}_f^T \Gamma_f(x), \hat{\tilde{g}}_i(x) = \hat{w}_{g_i}^T \Gamma_{g_i}(x) \quad (6b)$$

其中, $K_v = \text{diag}\{k_{v_i}\} \in R^{m \times m}, k_{v_i}$ 为正常数; \bar{f} 为 f 的标称值, \bar{G} 为 G 的标称值; $\hat{\tilde{f}}$ 和 $\hat{\tilde{G}}$ 分别为 \tilde{f} 和 \tilde{G} 的 CMAC 神经网络估计, 上标“ $\hat{\cdot}$ ”表示是相对应的估计值; u_r 为鲁棒控制项; $\text{sgn}(r) = [\text{sgn}(r_1) \ \text{sgn}(r_2) \ \dots \ \text{sgn}(r_m)]^T; \mu$ 满足

$$\mu \geq D_2/mg \quad (7)$$

注意, (6b) 中的下标 f, g 和 g_i 应分别为 \tilde{f}, \tilde{g} 和 \tilde{g}_i , 为简便起见, 将波浪上标省略. 而权值 \hat{W}_f 和 \hat{w}_{g_i} 的调整规律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}}_f = \Gamma_f(x) r^T M_f - k_r \hat{W}_f M_f \\ \dot{\hat{w}}_{g_i} = \Gamma_{g_i}(x) r_i u_c M_{g_i} - k_r u_c M_{g_i} \hat{w}_{g_i} \end{cases} \quad (8)$$

其中, M_f 为一个对称正定矩阵, M_{g_i} 和 k_r 为正常数. 为了便于分析, 这里定义权值估计误差 $\tilde{W}_f = \hat{W}_f - W_f, \tilde{w}_{g_i} = \hat{w}_{g_i} - w_{g_i}$.

4 CMAC 神经网络控制系统的稳定性分析

定理 1 对系统 (1), (2), 采用 (6) 的控制规

律和(8)的权值调整规律。若假设 1, 2 成立, 当 μ 满足(7)时, 则滤波跟踪误差向量 $r(t)$ 和 CMAC 神经网络的权值误差 $\tilde{W}_f, \tilde{w}_{g_i}$, 以及控制输入 u 均为均匀最终有界^[1]。而且通过增大 k_{\min} , 可使滤波跟踪误差向量 $r(t)$ 任意小。这里, $k_{\min} = \min\{k_{v_1}, k_{v_2}, \dots, k_{v_m}\}$ 。

证明 选取李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} r^T r + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{W}_f^T M_f^{-1} \tilde{W}_f\} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \text{tr}\{\tilde{w}_{g_i}^T M_{g_i}^{-1} \tilde{w}_{g_i}\} \quad (9)$$

将(4)的右边加上一个 v , 再减去一个 v , 并利用(6a), 可得滤波跟踪误差向量 $r(t)$ 的动力学方程为

$$\dot{r} = -K_r r + (\hat{f} - \tilde{f}) + (\hat{G} - \tilde{G})u_c + d + (\bar{G} + \tilde{G})u_r \quad (10)$$

再由(5)得

$$\begin{cases} \tilde{f}(x) = W_f^T \Gamma_f(x) + \epsilon_f \\ \tilde{g}_i(x) = w_{g_i}^T \Gamma_{g_i}(x) + \epsilon_{g_i} \end{cases} \quad (11)$$

将(8), (11)代入(10), 得

$$\dot{r} = -K_r r + \tilde{W}_f^T \Gamma_f(x) + \text{diag}\{\tilde{w}_{g_i}^T \Gamma_{g_i}(x)\}u_c + \text{diag}\{\epsilon_{g_i}\}u_c + \epsilon_f + d + Gu_r \quad (12)$$

对(9)求时间导数, 并利用(8), (12), 权值误差的定义, 关系式 $\text{tr}\{\tilde{w}\tilde{w}^T\} = \tilde{w}^T(\tilde{w} - \hat{w})$ 以及假设 1, 2, 经过一定的运算和配方处理, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -r^T \left[k_{\min} r - D_1 + k \left(\tilde{W}_f - \frac{1}{2} W_{f\max} \right)^2 + u_c \left(\sum_{i=1}^m k \left(\tilde{w}_{g_i} - \frac{1}{2} W_{g_i\max} \right)^2 + \mu m g - D_2 \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $D_1 = \epsilon_N + b_d + \frac{1}{4}kW_{f\max}^2$, $D_2 = \sum_{i=1}^m \left(\epsilon_{g_i} + \frac{1}{4}kW_{g_i\max}^2 \right)$, 均为正常数。

当 μ 满足(7)时, 由(13)可推出 r, \tilde{W}_f 的界分别为

$$\delta_r = D_1/k_{\min}, \quad \delta_f = 0.5W_{f\max} + \sqrt{D_1/k} \quad (14)$$

由类似于文献[1]的方法可证 \tilde{w}_{g_i} 有界。又 $g_i = g$, 通过调整 \hat{g}, \tilde{g} 的精度和自适应增益, 可以保证 u_c 有界, 从而 u_r, u 有界。

5 仿真算例

考虑如下 M MO 非线性系统

$$\dot{x}_1 = n_{f_1} x_1 x_2 + n_{g_1} (1.5 + 0.1x_2^2) u_1$$

$$\dot{x}_2 = n_{f_2} [-x_1 + 2x_2 \exp(-x_1^2 - x_2^2) - 0.1x_2] + n_{g_2} (1 + 0.2x_1^2) u_2$$

$$y_1 = x_1, \quad y_2 = x_2$$

其中, $x_1 \in [-2, 2], x_2 \in [-2, 2]$ 。要求系统跟踪输出为方波的信号, 经过一个时间常数为 0.25s 的惯性环节滤波后得到期望输出。

取 $N_1 = N_2 = 17, K_r = \text{diag}(5, 5), \mu = 2, k = 0.05, M_f = \text{diag}(20, 20), M_{g_i} = 20, w_{f_i}(0) = 0, \hat{w}_{g_i}(0) = 0, i = 1, 2$ 。设真实系统的 $n_{f_1} = 1, n_{f_2} = 1, n_{g_1} = 1, n_{g_2} = 1$; 标称系统的 $n_{f_1} = 0.5, n_{f_2} = 1.5, n_{g_1} = 1.5, n_{g_2} = 0.5$; 系统的初始条件均为零, 积分步长为 0.01s。为削弱控制信号的颤动, 将 $u_r = -\mu u_c \text{sgn}(r)$ 中的 $\text{sgn}(r)$ 修改为饱和函数 $\text{sat}(r/\phi)$, 其中 $\phi = 0.5$ 为边界层的厚度。为便于比较, 同时给出无神经网络的反馈线性化控制(含鲁棒控制项)和有神经网络的鲁棒自适应反馈线性化控制仿真结果, 如图 1 所示。

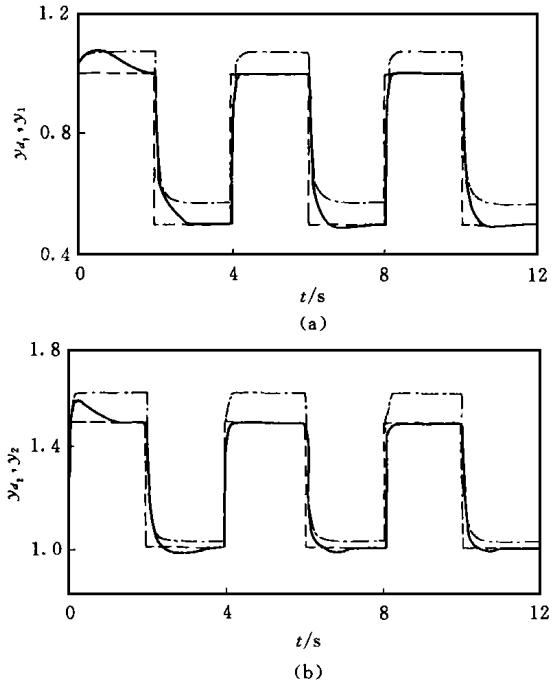


图 1 系统跟踪输出信号的仿真结果

(a) y_{d1}, y_1 仿真结果 (b) y_{d2}, y_2 仿真结果

由图可以清楚地看出, 无神经网络的鲁棒反馈线性化控制不能适应系统模型的变化, 而基于 CMAC 神经网络的鲁棒自适应反馈线性化控制能够较快地适应系统模型的变化, 使系统输出快速准确地跟踪要求的输出。

(下转第 121 页)

$$2.05e+6, 2.48e+6, 2.17e+7$$

即 $X_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 是正定的。由此验证了 $L(s)$ 即为满足条件的解。

本算例中, 稳定区间多项式族是通过 Matlab 随机产生的。

5 结 论

本文研究任意阶稳定的区间多项式族的正实化问题, 利用线性矩阵不等式给出计算满足条件的一多项式的充分必要条件。借助于 Matlab 中的 LM I 软件包, 可以方便地解此线性矩阵不等式, 由此即可获得满足条件的多项式。给出的算例说明了本文算法的有效性。

参 考 文 献

- 1 王龙, 黄琳. 区间有理函数严格正实性的有限检验. 科学通报, 1991, 36: 262—264
- 2 郁文生, 黄琳. 低阶系统鲁棒严格正实镇定的充分必要条件. 科学通报, 1998, 43: 2275—2279
- 3 Anderson B D, Dasgupta S, Khargonekar P *et al*. Robust strict positive realness: Characterization and construction. IEEE Trans on Circ Syst, 1990, 37: 869_

(上接第 85 页)

6 结 论

本文在充分利用已知标称系统模型的基础上, 将 CMAC 神经网络用于一类具有不确定性的 MIMO 非线性系统的鲁棒自适应状态反馈线性化。所提出的控制器具有一个自适应反馈线性化控制律加一个鲁棒控制项的简单结构, 闭环系统的稳定性由李雅普诺夫稳定性理论得到保证。仿真结果表明该方法适合于上述非线性系统的实时自适应控制。

参 考 文 献

- 1 Yesildirek A, Lewis F L. Feedback linearization using neural networks. Automatica, 1995, 31 (11): 1659-1664
- 2 Commuri S, Lewis F L. CMAC Neural networks for

875

- 4 郭雷, 忻欣, 冯纯伯. 线性对象的正实控制问题. 自动化学报, 1997, 23: 577—583
- 5 Haddad W M, Bernstein D S. Explicit construction of quadratic Lyapunov function for the small gain, positivity, circle and Popov theorems and their application to robust stability- Part I: Continuous-time theory. Int J of Robust and Nonlinear Control, 1993, 3: 313_324
- 6 Sun W, Khargonekar P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1994, 39: 2034_2046

作 者 简 介

张侃健 男, 1972 年生。东南大学自动化研究所博士生。研究方向为非线性系统的鲁棒控制, 自适应控制和无源性分析等。

冯纯伯 男, 1928 年生。中科院院士, 东南大学自动化研究所教授, 博士生导师。研究方向为系统建模, 自适应、鲁棒及智能化控制理论及应用, 机器人控制等。

费树岷 男, 1961 年生。东南大学自动化研究所教授, 博士。研究方向为非线性控制系统设计与综合, 鲁棒控制, 自适应控制, 时滞系统的设计与综合等。

control of nonlinear dynamical systems: Structure, stability and passivity. Automatica, 1997, 33 (4): 635-641

作 者 简 介

张友安 男, 1963 年生。烟台海军航空工程学院副教授, 博士。目前的研究领域为神经控制及其应用。

周绍磊 男, 1963 年生。烟台海军航空工程学院自动控制系副主任, 教授。目前的研究领域为神经控制及其应用。

崔平远 男, 1961 年生。哈尔滨工业大学教授, 博士生导师。目前的研究领域为神经网络动力学系统建模与控制。

杨 涤 男, 1937 年生。哈尔滨工业大学教授, 博士生导师。目前的研究领域为飞行器动力学系统建模与非线性控制。