一类非线性组合大系统的分散鲁棒镇定*

刘粉林 (解放军信息工程大学信息安全学院 郑州 450002)
刘春峰 (东北大学信息科学与工程学院)
刘 媛 (解放军信息工程大学信息安全学院)
张嗣瀛 (东北大学信息科学与工程学院)

摘 要 研究一类比较广泛的非线性组合大系统的分散鲁棒镇定问题。给出了检验这类非线性组合大系统可分散鲁棒镇定的条件, 该判别条件只涉及到近似线性化子系统的可镇定性与系统的耦合项, 而且无须通过构造Lyapunov函数来判别闭环系统的稳定性。仿真结果表明该方法是有效的。

关键词 非线性, 近似线性化, 分散控制, 大系统
分类号 TP 13

Decentralized Robust Stabilization for a Class of Nonlinear Composite Large-scale Systems

Liu Fenlin (The PLA Information Engineering University)
Liu Chunfeng (Northeastern University)
Liu Yuan (The PLA Information Engineering University)
Zhang Siying (Northeastern University)

Abstract A sufficient condition of decentralized robust stabilization for a class of nonlinear composite large-scale systems is proposed. Which is only related to the condition of stabilization of linearized approximately subsystems and the coupled terms. Furthermore, the condition of stability of the closed-loop systems doesn't depend on the construction of Lyapunov function. The simulation result shows the effectiveness of the method.

Key words nonlinear, approximately linearized, decentralized control, large-scale systems

1 引 言

对于仿射非线性系统的控制, 通常是采用输入输出线性化的方法[1-4]。然而, 利用输入输出线性化方法通常要求系统的描述部分是光滑的, 并且系统的控制问题还依赖于零动态系统的特性。平衡点附近近似线性化方法是非线性系统控制的另一重要方法[5,6], 这种方法从某种程度上克服了输入输出线性化方法的缺陷, 适合较为广泛的一类非线性系统(拟线性化系统), 但是所得结果是局部的。

大系统的分散控制一直是控制理论工作者关注的重要课题[7-10]。其特点是对每个子系统单独进行控制, 控制器仅需子系统的信息, 当某个子系统与其他子系统失去联系时, 并不影响整个系统的稳定性, 因而提高了系统的可靠性和容错性[8-10]。其研究方法大多是基于Lyapunov函数方法来检验系统的可镇定性, 对于耦合项大多是作为干扰来处理, 设计控制器以补偿系统耦合项的作用。

本文研究一类仿射非线性组合大系统(各子系统是拟线性化的)的分散鲁棒镇定问题, 系统的描述部分不要求光滑性的假定。文中给出了检验这类非线性组合大系统可分散反馈镇定的条件, 该条件仅涉及到近似线性化子系统的反馈镇定性和系统的耦合项, 并且不要求系统的耦合项满足匹配条件。与以往的结果相比, 本文控制器的保守性有所降低。

* 国家自然科学基金项目(69774005)和教育部博士点基金项目(97014508)
1998-10-09收稿, 1999-01-13修回

2 问题描述及预备知识

考虑由下述N个子系统构成的非线性组合大系统

$$\dot{x}_i = A_i(x_i)x_i + B_i(x_i)(I + g_i(x_i,t))u_i + \sum_{j=1, j\neq 1}^{N} f_{ij}(x_j), \quad i,j = 1,2,\cdots,N \tag{1}$$

其中,$x_i \in R^{n_i}$和$u_i \in R^{m_i}$分别是第i个子系统的状态和控制输入;$A_i(x_i)$和$B_i(x_i)$是关于x_i连续的具有相应维数的矩阵;$g_i(x_i,t)$关于x_i和t连续,表示系统输入通道的不确定性;$f_{ij}(x_j)$是关于x_j连续的向量值函数,表示子系统间的耦合作用,且$f_{ij}(0)=0$。显然,坐标原点是系统(1)的平衡点。

为叙述方便,引入如下记号:$U(x,R^k)$:R^k中包含原点的有界闭邻域;$P(U,R^k)$:$U(x,R^k)$上在原点处函数值等于零的正定函数集合;$N(U,R^k)$:$U(x,R^k)$上在原点处函数值等于零的非负函数集合;$A_i(0):=\bar{A}_i, B_i(0):=\bar{B}_i$;$\|\cdot\|$:通常的Enclidean范数或矩阵的诱导范数。

定义1 称系统

$$\dot{x}_i = \bar{A}_i x_i + \bar{B}_i u_i, \quad i,j = 1,2,\cdots,N \tag{2}$$

为系统(1)的标称子系统的近似线性化系统。

下面引入几个有用的引理[11]:

引理1 设矩阵$A>0$,且函数$D(x)\in N(U,R^n)$。如果$x^{\mathrm{T}}Ax - D(x)\in P(U,R^n)$,则存在$Q>0$使得$A-Q>0$,且$x^{\mathrm{T}}Qx - D(x)\in P(U,R^n)$的充分必要条件是

$$\overline{\lim_{x\to 0}} \frac{D(x)}{x^{\mathrm{T}}Ax} = \alpha < 1 \tag{3}$$

引理2 设矩阵$A\in R^n, R, Q>0$,则存在正定矩阵P,满足矩阵Riccati方程

$$PA + A^{\mathrm{T}}P + PRP + Q = 0 \tag{4}$$

的充分必要条件是:1) A是严格Hurwitz稳定的;2) $A^{\mathrm{T}}R^{-1}A - Q \geq 0$。

3 基本假设和主要结果

为研究系统(1)的分散镇定问题,需引入下面的一些假设:

假设1 $(\bar{A}_i, \bar{B}_i)$是完全可控对。

由假设1和引理2知,存在矩阵K_i,对$R_i, Q_i>0$,若:1) $\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i$是严格Hurwitz稳定的;2) $(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i)^{\mathrm{T}}R_i^{-1}(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i) - Q_i > 0$。记

$$\begin{cases} M_i(x_i) = A_i(x_i) + B_i(x_i)K_i \\ M_i(0) = \bar{M}_i := \bar{A}_i + \bar{B}_iK_i \\ Q_i^0 = (1-\beta_i)\bar{M}_i^{\mathrm{T}}R_i^{-1}\bar{M}_i + \beta_iQ_i \\ \beta_i \in (0,1) \end{cases} \tag{5}$$

则

$$\bar{M}_i^{\mathrm{T}}R_i^{-1}\bar{M}_i > Q_i^0 > Q_i \tag{6}$$

且存在正定矩阵P_i,使得下列Riccati方程

$$P\bar{M}_i + \bar{M}_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iR_iP_i + Q_i^0 = 0 \tag{7}$$

有正定解。从而存在$\alpha_i>0$使下式成立

$$\begin{aligned} &P\bar{M}_i + \bar{M}_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iR_iP_i + Q_i = Q_i - Q_i^0 = \\ &-(1-\beta_i)[\bar{M}_i^{\mathrm{T}}R_i^{-1}\bar{M}_i + Q_i] \leq \\ &-2\alpha_i(1-\beta_i)I \end{aligned} \tag{8}$$

假设2 对于输入增益不确定性$g_i(x_i,t)$,存在已知常数$0<\eta<1, \theta_i>-1, i=1,2,\cdots,N$,使得:

1) $\|g_i(x_i,t)\| \leq \eta$;

2) $\frac{1}{2}\min\limits_{t,x_i}\lambda_{\min}[g_i(x_i,t) + g_i^{\mathrm{T}}(x_i,t)] \geq \theta_i$。

现设计分散控制器如下

$$u_i = u_i^1 + u_i^2 \tag{9}$$

其中

$$u_i^1 = K_ix, \quad u_i^2 = -r_iB_i^{\mathrm{T}}(x_i)P_ix$$

$$r_i = \frac{\eta_i\|K_i\|^2}{\alpha_i(1+\theta_i)(1-\beta_i)}$$

K_i, P_i由(7)确定,α_i由(5)和(8)确定,$\beta_i\in(0,1)$。

对于系统(1)的分散镇定问题,有如下结论:

定理1 考虑系统(1)满足假设1,假设2,若存在矩阵K_i使得:

1) $\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i$是严格Hurwitz稳定的;

2) $x_i^{\mathrm{T}}(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i)^{\mathrm{T}}(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i)x_i - v_iD_i(x_i) \in P(U_i, R^{n_i})$

3) $\overline{\lim\limits_{x_i\to 0}} \frac{v_iD_i(x_i)}{x_i^{\mathrm{T}}(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i)^{\mathrm{T}}(\bar{A}_i + \bar{B}_iK_i)x_i} = q_i < 1$

则系统(1)和控制器(9)构成的闭环系统的平衡点$x=0$处是指数稳定的。其中

$$D_i(x_i) = \sum_{j=1, j\neq i}^{N} f_{ji}^{\mathrm{T}}(x_i)f_{ji}(x_i)$$

v_i是集合$\{f_{ji}(x_i): 1\leq j\leq N\}$的非零个数,$U_i = U(x_i, R^{n_i})$。

证明 取$R=v_iI$,由条件2),3)和引理1及(5)知,存在矩阵$Q_i>0$,使得

$$\bar{M}_i^{\mathrm{T}}\bar{M}_i - v_iQ_i > 0 \tag{10}$$

且$x_i^{\mathrm{T}}Q_ix_i - D_i(x_i) \in P(U_i, R^{n_i})$。由(5)知,对$\beta_i\in(0,1)$,取$Q_i^0 = v_i^{-1}(1-\beta_i)\bar{M}_i^{\mathrm{T}}\bar{M}_i + \beta_iQ_i$,则

$$\bar{M}_i^{\mathrm{T}}\bar{M}_i > v_iQ_i^0 > v_iQ_i \tag{11}$$

由条件 1) 和引理 2 知, 对于 Q_i^0, 下列矩阵 Riccati 方程组

$$P\bar{M}_i + \bar{M}_i^{\mathrm{T}} P_i + v_i P_i^2 + Q_i^0 = 0 \qquad 1 \le i \le N \tag{12}$$

有正定解 P_i。由(8) 知

$$P\bar{M}_i + \bar{M}_i^{\mathrm{T}} P_i + v_i P_i^2 + Q_i \le -2\alpha_i(1-\beta_i)I \tag{13}$$

对于系统(1) 和控制器(9) 构成的闭环系统, 构造如下 Lyapunov 函数

$$V(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}} P_i x_i \tag{14}$$

其中 $x = \mathrm{col}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$。显然, $V(x) \in P(U, R^n)$, $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_N$, $U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_N$, 且 $V(x)$ 沿系统(1) 和控制器(9) 构成的闭环系统的导数为

$$\mathring{V}(x) = \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P_i \Big\{ [A_i(x_i)x_i + B_i(x_i)u_i^1] + B_i(x_i)[u_i^2 + g_i(x_i, t)(u_i^1 + u_i^2)] + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} f_{ij}(x_j) \Big\} \tag{15}$$

由(13) 得

$$x_i^{\mathrm{T}}(P\bar{M}_i + \bar{M}_i^{\mathrm{T}} P_i + v_i P_i^2 + Q_i)x_i \le -2\alpha_i(1-\beta_i)\|x_i\|^2, \quad \forall x_i \in U_i \tag{16}$$

利用不等式

$$2x_i^{\mathrm{T}} P_i f_{ij}(x_j) \le x_i^{\mathrm{T}} P_i x_i + f_{ij}^{\mathrm{T}}(x_j) f_{ij}(x_j)$$

和恒等式

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j\neq 1}^{N} f_{ij}^{\mathrm{T}}(x_j) f_{ij}(x_j) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j\neq 1}^{N} f_{ji}^{\mathrm{T}}(x_i) f_{ji}(x_i)$$

由 $A_i(x_i), B_i(x_i)$ 关于 x_i 连续及(16) 知, 存在原点邻域 $W_i \subseteq U_i$, 使得

$$\sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P_i \Big[A_i(x_i)x_i + B_i(x_i)u_i^1 + \sum_{j\neq 1}^{N} f_{ij}(x_j) \Big] \le -\alpha_i(1-\beta_i)\|x_i\|^2, \quad \forall x_i \in W_i \tag{17}$$

由假设 2, 有

$$2x_i^{\mathrm{T}} P_i B_i(x_i)[u_i^1 + g_i(x_i, t)(u_i^1 + u_i^2)] \le -2r_i(1+\theta)\|B_i^{\mathrm{T}}(x_i)P_2 x_i\|^2 + 2\eta\|K_i\|\,\|B_i^{\mathrm{T}}(x_i)P_i x_i\|\,\|x_i\| \tag{18}$$

由(17), (18), 取 $\alpha = \min\{0.5\alpha_i(1-\beta_i), i = 1, 2, \cdots, N\}$, 则(15) 可变为

$$\mathring{V}(x) \le -\alpha\|x\|^2 \qquad \forall x \in W_1 \times W_2 \times \cdots \times W_N \tag{19}$$

即系统(1) 与控制器(9) 构成的闭环系统在 $W_1 \times W_2 \times \cdots \times W_N$ 上是指数稳定的。

4　仿真算例

考虑由两个子系统互联而成的非线性不确定组合系统

$$\begin{bmatrix} \mathring{x}_1 \\ \mathring{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2+|x_1+x_2| \\ 2|x_1| & |x_2| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin|x_1| \\ e^{x_1+x_2} \end{bmatrix} (1 + 0.5\sin t e^{x_1+x_2}) u_1 + \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathring{x}_3 \\ \mathring{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2+|x_3| \\ |x_3| + x_4^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin|x_3| \\ \cos x_4 \end{bmatrix} \times (1 + 0.5\cos t(x_3 + x_4)) u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$$

其中

$$g_1(x^1, t) = 0.5\sin t e^{x_1+x_2}$$
$$g_2(x^2, t) = 0.5\cos t(x_3 + x_4)$$
$$x^1 = (x_1, x_2)^{\mathrm{T}}$$
$$x_2 = (x_3, x_4)^{\mathrm{T}}$$

取 $K_1 = (1, -4)$, $K_2 = (0, -6)$, $Q_1 = I$, $Q_2 = 2I$, 经计算可得 $D_1(x^1) = (x_1 - x_2)^2$, $D_2(x^2) =$

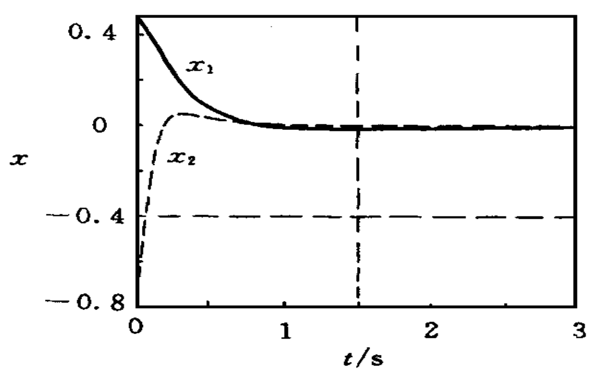

图 1　子系统 1 的状态响应

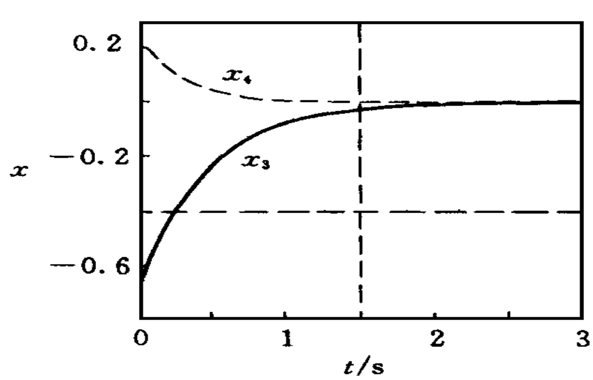

图 2　子系统 2 的状态响应

$x_3^2 + x_4^2$, $v_1 = v_2 = 1$。经验证均满足定理1的3个条件。取$\beta_1 = \beta_2 = 0.8$, $\alpha_1 = 2.5$, $\alpha_2 = 0.937\,5$, 由(5)和(7)得

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.088\,8 & -0.442\,8 \\ -0.442\,8 & 1.552\,7 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.964\,1 & -0.118\,5 \\ -0.118\,5 & 1.766\,1 \end{bmatrix}$$

按(9)设计如下控制器

$$u_1^1 = x_1 - 4x_2,\quad u_1^2 = -4.25B_1^{\mathrm{T}}(x^1)P_1x^1$$

$$u_1 = u_1^1 + u_1^2,\quad u_2^1 = -6x_4$$

$$u_2^2 = -24B_2^{\mathrm{T}}(x^2)P_2x^2,\quad u_2 = u_2^1 + u_2^2$$

选取初值$x(0) = (0.5, -0.8, -0.75, 0.1)^{\mathrm{T}}$进行数值仿真, 仿真结果如图1, 图2所示。

5 结 语

本文研究一类非线性组合大系统的状态反馈镇定问题。与以往的结果相比, 本文方法有以下特点:

1) 对$f_i(x_i) = A_i(x_i)x_i$, $g_i(x_i) = B_i(x_i)$, 仅要求$A_i(x_i)$, $B_i(x_i)$连续, 而无须光滑性的限制, 因而适用于一类更广泛的非线性关联大系统;

2) 关联项的要求无须满足匹配条件, 通常当关联项不满足匹配条件时, 只能得到终极一致有界的结论;

3) 控制器的设计完全是构造性的, 且构造过程中仅需解若干个矩阵代数Riccati方程;

4) 本文的结果表明: 只需验证定理中的3个条件即可判断系统是否可分散鲁棒镇定, 但如何寻找适当的配置矩阵K_i是一个比较困难的问题, 还需进一步讨论。

参 考 文 献

1 Martin J C Georgeleitmann. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1981, 26(5): 1139_1144

2 Liao Tehlu, Fu Lichen, Hsu Chenfa. Output tracking control of nonlinear systems with mismatched uncertainties. Systems & Control Letters, 1992, 18: 39_47

3 Behtash S. Robust output tracking for nonlinear systems. Int J Control, 1991, 51: 1381_1407

4 Li Z, Chai T, Wen C. Systematic design of robust controllers for nonlinear uncertain systems. Int J Control, 1995, 62(4): 871_892

5 Isidori. Nonlinear control theory. New York: Springer-Verlag, 1989

6 Tuan H D, Hosoe S. On linearization technique in robust nonlinear H_∞ control. Systems & Control Letters, 1996, 27: 21_27

7 Gai R, Zhang S. Stability of linear large scale composite systems. In: Proc of the ACC. Baltimore Margland, 1994. 2207_2211

8 高为炳, 霍伟. 大系统的稳定性、分散控制及动态递阶控制基础. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994

9 陈兵. 一类具有相似结构的组合大系统的鲁棒控制. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 203—209

10 杜树新, 吴铁军, 陈新海. 关联不确定大系统的分散变结构控制. 自动化学报, 1998, 24(1): 44—49

11 盖如栋, 井元伟, 张嗣瀛. 一类非线性组合大系统的稳定性. 自动化学报, 1997, 23(1): 73—75

作 者 简 介

刘粉林 男, 1964年生。解放军信息工程大学教员, 东北大学信息科学与工程学院博士生。研究方向为复杂大系统的结构性分析, 鲁棒控制等。

刘春峰 男, 1960年生。锦州师范专科学校副教授, 东北大学信息科学与工程学院高级访问学者。研究方向为鲁棒控制。

刘 媛 女, 1965年生。解放军信息工程大学副教授, 博士生。研究方向为军事密码学, 系统分析等。

张嗣瀛 男, 1925年生。中国科学院院士, 东北大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师。研究方向为复杂大系统的结构分析。