一种动态多目标决策模型及其应用*

戴 文 战

(杭州商学院信电系　310035)

摘　要　针对一类动态多指标决策问题, 提出一种多目标多阶段动态决策模型。根据所提出的效用函数, 将决策矩阵归一化到相应的效用矩阵。该效用函数以指标的平均值为参考点, 突出了"奖优罚劣"原则, 提高了分辨精度。最后提出一种动态决策目标函数, 并通过对 5 城市 3 年综合经济效益的评估实例, 表明此方法是合理可行的。

关键词　决策模型, 多指标决策, 效用函数, 时间序列

分类号　N 94

A New Kind of Model of the Dynamic Multiple Attribute Decision Making Based on New Effective Function and Its Application

Dai Wenzhan

(Hangzhou University of Commerce)

Abstract　First, a new kind of effective function is proposed, by which the decision making matrix with different dimensions and different kinds of indexes is changed uniformly into effective matrix. The method emphasizes on the principle of "rewarding good and punishing bad" and has advantages of higher accurate of identification. Second, a model of the dynamic multiple attribute decision making is also given based on this new effective function. Finally, the method is applied to a practical example. The results show that the method is rational and effective.

Key words　decision modeling, multiple attribute decision making, effective function, time sequence

1　引　　言

近年来, 针对多指标决策问题(MADM)的研究主要集中在解决具有多个指标、有限方案在某一时间截面下的静态决策问题, 这对一类特定时段下的决策和评估问题是十分有益的。然而, 在现实问题中, 我们经常碰到动态多指标决策问题, 其特征是除了决策空间和目标空间外, 还需要考虑时间因素。这类问题在工程系统、社会、经济、管理等各个领域有着广泛的实际背景。例如对多时段内项目评估、方案优选、综合效益评估和投资决策等。因此, 深入研究动态多指标决策方法是十分有意义的。

2　问题描述

设动态多指标决策问题的时间样本为 T_i, $i = 1, 2, \cdots, L$, 其相应的权重为 λ_i, 满足 $0 \leq \lambda_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^{L} \lambda_i = 1$; $P = \{P_1, P_2, \cdots, P_m\}$ 是被评估对象集或拟定的决策方案集(以下简称决策方案集); $Z = \{Z_1, Z_2, \cdots, Z_n\}$ 是决策的指标或属性集, 具有不同的物理含义和量纲, 其第 i 个分指标 Z_i 的决策权重为 W_i, 满足 $0 \leq W_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$。权重 λ_i, W_i 的确定方法主要有层次分析法、熵技术法、专家确定法等。

* 浙江省自然科学基金项目(698013) 和浙江省教委科研基金项目(981196)

1998-11-09 收稿, 1999-04-19 修回

设第 k 个决策方案 P_k 的原始数据矩阵为

$$\begin{array}{c} \\ \\ A^{(k)} = \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \\ T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_L \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Z_1 & Z_2 & \cdots & Z_n \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11}^{(k)} & a_{12}^{(k)} & \cdots & a_{1n}^{(k)} \\ a_{21}^{(k)} & a_{22}^{(k)} & \cdots & a_{2n}^{(k)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{L1}^{(k)} & a_{L2}^{(k)} & \cdots & a_{Ln}^{(k)} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$k = 1, 2, \cdots, m$$

这里$A^{(k)} \in R^{L \times n}$。$A^{(k)}$ 的第 i 列元素代表第 k 个决策方案(或评估对象) 第 i 个分指标的时间序列, 反映了该指标在决策时域内的演变情况。

指标属性集 $Z = \{Z_1, Z_2, \cdots, Z_n\}$ 可分为 3 种类型, 即效益型、成本型和区间型(固定型可视为区间型的特例)。效益型指标其值愈大愈好; 成本型指标其值愈小愈好; 区间型指标以其值落在某一特定区间$[A, B]$ 为最佳。

令 $Z = \bigcup_{i=1}^{3} \Omega_i$, 且 $\Omega_i \cap \Omega_j = \Phi(i, j = 1, 2, 3; i \neq j)$。其中 Ω_1 为效益型指标集, Ω_2 为成本型指标集, Ω_3 为区间型指标集, Φ 为空集。

命题 1　对被评估对象集(或拟定的决策方案集)$P = \{P_1, P_2, \cdots, P_m\}$, 在加权系数 $\lambda_i(1 \leq i \leq L)$, $W_j(1 \leq j \leq n)$ 一定的条件下, 在决策时段 $T_i(1 \leq i \leq L)$ 内对其进行综合评估, 根据目标函数 J 进行动态排序, 以最大程度地真实反映被评估对象的综合性能, 为决策者提供科学根据。

3　一种新颖的效用函数及决策矩阵规范化方法

考虑到指标集 Z 中具有不同量纲、不同类型和不同物理含义, 难以进行直接比较, 故需对原始数据矩阵$A^{(k)}(k = 1, 2, \cdots, m)$ 进行归一化处理。显然, 不同的归一化方法得出的评估结论是不一样的。现有的归一化方法大多采用[0, 1] 区间线性转换法[1,2]。[0, 1] 区间转换法的基本思想是“只奖不罚”。以效益型指标为例, 这种转换方法旨在对象集中找出某一指标下的最小值, 将其赋予零, 并以此为参考, 分别将其它 $a_{aj}^{(k)}$ 赋予从 0 到 1 之间的值。这种转换方法存在两点明显不足:

1) 当存在次最小值远大于最小值时, 其实际转换区间比[0, 1] 区间缩短很多, 降低了分辨精度[2];

2) 对于那些虽大于最小值却又远低于同一时段指标平均值的 $a_{ij}^{(k)}$, 将其赋予大于零的正值是不合理的, 不能体现“奖优罚劣”的原则。

本文提出一种基于平均值的效用函数法, 其基本思想是仅对那些优于平均水平的 $a_{ij}^{(k)}$ 才赋予正值, 而对劣于平均水平的$a_{ij}^{(k)}$ 则赋予从 0 到 -1 的负值, 以体现“奖优罚劣”原则。

记 T_i 时段第 j 个分指标的平均值为

$$Z_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{m} a_{ij}^{(k)}}{m}$$

$$i = 1, 2, \cdots, L, \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

以下分 3 种情况讨论:

1) 若 $a_{ij}^{(k)} \in \Omega_1$, 则 $a_{ij}^{(k)}$ 对应的转换系数为

$$m_{ij}^{(k)} = \frac{a_{ij}^{(k)} - Z_{ij}}{|Z_{ij}|} \tag{1}$$

2) 若 $a_{ij}^{(k)} \in \Omega_2$, 则该 $a_{ij}^{(k)}$ 对应的转换系数为

$$m_{ij}^{(k)} = \frac{Z_{ij} - a_{ij}^{(k)}}{|Z_{ij}|} \tag{2}$$

3) 若 $a_{ij}^{(k)} \in \Omega_3$, 其区间为$[A, B]$, 则当:

① $a_{ij}^{(k)} < A$, 其转换系数为

$$m_{ij}^{(k)} = \frac{a_{ij}^{(k)} - A}{|A|} \tag{3}$$

② $a_{ij}^{(k)} > B$, 其转换系数为

$$m_{ij}^{(k)} = \frac{B - a_{ij}^{(k)}}{|B|} \tag{4}$$

③ $A \leq a_{ij}^{(k)} \leq B$, 其转换系数为

$$m_{ij}^{(k)} = 6 \tag{5}$$

上述(1)—(5) 式中的 $k(k = 1, 2, \cdots, m)$ 代表第 k 个被评估对象集或拟定的决策方案集。

显然, 转换系数$m_{ij}^{(k)}$ 反映了第 k 个决策方案第 i 时段第 j 个分指标与平均指标 Z_{ij} 的差异程度。

进一步, 应用上述转换系数 $m_{ij}^{(k)}$, 将原始决策矩阵$A^{(k)}$ 归一化, 得到效用函数矩阵$B^{(k)}$

$$B^{(k)} = \{b_{ij}^{(k)}\}, \quad k = 1, 2, \cdots, m$$

$$i = 1, 2, \cdots, L, \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

其中

$$b_{ij}^{(k)} = \frac{1 - e^{-m_{ij}^{(k)}}}{1 + e^{-m_{ij}^{(k)}}} \tag{6}$$

显然, $-1 \leq b_{ij} \leq 1$, $B^{(k)} \in R^{L \times n}$。$b_{ij}^{(k)} = f(m_{ij}^{(k)})$ 是一条 S 型曲线, 其形状如图 1 所示。表 1 和表 2 给出了几种典型情况下原始数据 $a_{ij}^{(k)}$, $m_{ij}^{(k)}$ 和 $b_{ij}^{(k)}$ 之间的关系。

从上述转换过程可以看出, 本方法与一般的归一化处理方法不同。以效益型指标为例, 仅当原始值大于同期平均值 Z_{ij} 时, 经转换后其效用函数值才大于零。原始值越大, 效用函数值越大, 体现了“奖励”

表 1　$a_{ij}^{(k)} \in \Omega_1$, $a_{ij}^{(k)}, m_{ij}^{(k)}$ 和 $b_{ij}^{(k)}$ 的关系

$a_{ij}^{(k)}$	$-4Z_{ij}$	$-3Z_{ij}$	$-2Z_{ij}$	$-Z_{ij}$	0	Z_{ij}	$2Z_{ij}$	$3Z_{ij}$	$4Z_{ij}$	$5Z_{ij}$
$m_{ij}^{(k)}$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$b_{ij}^{(k)}$	-0.987	-0.964	-0.905	-0.762	-0.462	0	0.462	0.762	0.905	0.964

表 2　$a_{ij}^{(k)} \in \Omega_2$, $a_{ij}^{(k)}, m_{ij}^{(k)}$ 和 $b_{ij}^{(k)}$ 的关系

$a_{ij}^{(k)}$	$-4Z_{ij}$	$-3Z_{ij}$	$-2Z_{ij}$	$-Z_{ij}$	0	Z_{ij}	$2Z_{ij}$	$3Z_{ij}$	$4Z_{ij}$	$5Z_{ij}$
$m_{ij}^{(k)}$	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4
$b_{ij}^{(k)}$	0.987	0.964	0.905	0.762	0.462	0	-0.462	-0.762	-0.905	-0.964

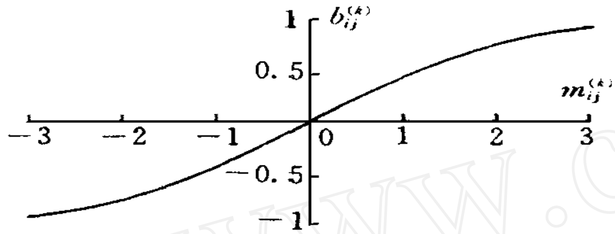

图 1　$b_{ij}^{(k)} = f(m_{ij}^{(k)})$ 曲线

原则。当原始值大于 4 倍以上平均值时, 效用函数值接近“饱和”。这样处理的目的是为了防止某一分指标值左右整个综合指标。同理, 当原始值小于平均值时, 其效用函数值取负, 以示“惩罚”。

4　动态决策模型目标函数及应用实例

构造如下目标函数

$$J_k = \frac{1}{L \cdot n}\left[\sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1}^{n}\lambda_i b_{ij}^{(k)} W_j\right] \tag{7}$$

$$k = 1, 2, \cdots, m$$

J_k 的大小反映了被评估对象或拟决策集与平均水平的差异程度。$J_k = 0$ 表示该评价对象在全体评估集 P 中处于平均水平; $J_k > 0$ 表示优于平均水平; $J_k < 0$ 表示劣于平均水平。显然 J_k 越大越好。

下面举例说明上述方法的合理性。

例 1　原始数据摘自文献[3], 选取的 5 个指标是: 销售收入利税率(%), 百元资金利税率(%), 百元固定资产值利税率(%), 工业总产值利税率(%), 百元总产值实现销售收入(元)。显然, 这 5 个指标均属于效益型指标。为便于比较, 取与文献[3] 相同的权重, 即 $W_j = 1/5 (j = 1, 2, \cdots, 5)$, $\lambda_i = 1/3 (i = 1, 2, 3)$。5 城市原始数据矩阵分别是

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 23.60 & 24.65 & 26.17 & 22.57 & 95.63 \\ 14.87 & 18.53 & 20.11 & 19.45 & 90.75 \\ 11.91 & 13.15 & 14.35 & 15.21 & 88.38 \end{bmatrix}$$

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} 32.71 & 29.23 & 23.47 & 33.49 & 102.39 \\ 22.51 & 24.47 & 20.23 & 32.25 & 96.54 \\ 15.66 & 13.41 & 11.77 & 21.99 & 90.97 \end{bmatrix}$$

$$A^{(3)} = \begin{bmatrix} 28.90 & 19.90 & 17.75 & 29.22 & 101.12 \\ 18.78 & 19.26 & 17.30 & 29.98 & 101.32 \\ 15.12 & 13.13 & 12.09 & 33.34 & 91.14 \end{bmatrix}$$

$$A^{(4)} = \begin{bmatrix} 17.85 & 19.84 & 22.40 & 17.36 & 97.28 \\ 11.96 & 13.62 & 15.88 & 13.51 & 86.91 \\ 6.42 & 6.25 & 7.74 & 18.48 & 88.84 \end{bmatrix}$$

$$A^{(5)} = \begin{bmatrix} 23.57 & 19.33 & 18.10 & 23.57 & 99.99 \\ 20.99 & 18.52 & 17.28 & 23.53 & 91.18 \\ 14.05 & 12.22 & 11.46 & 16.08 & 93.39 \end{bmatrix}$$

按本文方法, 可计算得到平均指标矩阵

$$Z_{ij} = \begin{bmatrix} 25.312 & 22.590 & 21.578 & 25.242 & 99.282 \\ 17.822 & 18.880 & 18.160 & 23.744 & 93.340 \\ 12.632 & 11.632 & 11.482 & 22.020 & 90.544 \end{bmatrix}$$

根据式(6) 得到相应的效用函数矩阵

$$B^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.0338 & 0.0456 & 0.1061 & -0.0530 & -0.0185 \\ -0.0826 & -0.0092 & 0.0536 & -0.0902 & -0.0170 \\ -0.0286 & 0.0652 & 0.1243 & -0.1534 & -0.0119 \end{bmatrix}$$

$$B^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.1451 & 0.1459 & 0.0438 & 0.1620 & 0.0156 \\ 0.1307 & 0.1470 & 0.0570 & 0.1772 & 0.0171 \\ 0.1193 & 0.0763 & 0.0125 & -0.0007 & 0.0023 \end{bmatrix}$$

$$B^{(3)}=\begin{bmatrix} 0.0708 & -0.0595 & -0.0885 & 0.0786 & 0.0093 \\ 0.0269 & 0.0100 & -0.0237 & 0.1306 & 0.0427 \\ 0.0982 & 0.0643 & 0.0265 & 0.3545 & 0.0033 \end{bmatrix}$$

$$B^{(4)}=\begin{bmatrix} -0.1463 & -0.0608 & 0.0190 & -0.1548 & -0.4095 \\ -0.1630 & -0.1384 & -0.0627 & -0.2122 & -0.0344 \\ -0.2411 & -0.2273 & -0.1616 & -0.0802 & -0.0094 \end{bmatrix}$$

$$B^{(5)}=\begin{bmatrix} -0.0344 & -0.0720 & -0.0804 & -0.0331 & 0.0035 \\ 0.0887 & -0.0095 & -0.0243 & -0.0045 & -0.0115 \\ 0.0561 & 0.0253 & -0.00095 & -0.1341 & 0.0157 \end{bmatrix}$$

根据式(7) 得到综合评价指标为

$$J_1=-0.006893,\ J_2=0.0834,\ J_3=0.0496$$
$$J_4=-0.1390,\ J_5=-0.01436$$

显然,$J_2>J_3>J_1>J_5>J_4$,即5城市的综合经济效益的最终排序为2, 3, 1, 5, 4, 与文献[3]结论一致。但本文结果分辨程度更高, 且根据J的大小及正负号能清晰地反映被评估对象与平均水平的差距, 其物理概念更加清晰。

5 结 语

本文针对动态多指标决策问题, 提出一种多目标决策模型, 构造出一种新颖的转换函数, 并根据该转换函数将决策矩阵归一化到效用矩阵, 提高了分辨精度, 突出了"奖优罚劣"原则。将这一方法应用到某省5城市3年综合经济效益整体评估中, 取得了满意的结果, 这表明该方法是可行的。

参 考 文 献

1 卢跃林, 施放. 多目标决策中目标转换的效用函数法. 自动化理论、技术与应用, 1997, 4: 651-654

2 唐玉湘, 陈一青. 确定经济规模的相关分析——多指标综合评价及应用. 系统工程理论与实践, 1996, 16(4): 56-61

3 樊治平, 肖四汉. 一类动态多指标决策问题的关联分析法. 系统工程, 1995, 13(1): 23-27

4 Istv An Borgulya. A ranking method for multiple-criteria decision-making. Int J of Systems Science, 1997, 28(9): 905-912

作 者 简 介

戴文战 男, 1958年生。1987年在华东理工大学自动化系获硕士学位, 现为杭州商学院信电系教授。研究方向为灰色系统理论及应用, 决策模型, 故障检测与诊断等。

(上接第192页)

3 Deb S, Yeddanapudi M, Pattipati K R *et al*. A generalized S-D assignment algorithm for multisensor-multitarget state estimation. IEEE Trans on AES, 1997, 33(2): 523-536

4 M R Garey, D S Johnson. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-completeness. San Francisco: Freeman, 1979

5 陈国良, 王煦法, 庄镇泉, 等. 遗传算法及应用. 北京: 人民邮电出版社, 1995

6 M D Srinath, P K Rajasekarian. 统计信号处理及应用导论. 北京: 国防工业出版社, 1982

作 者 简 介

朱 嘉 男, 1972年生。1999年于中国科技大学电子科学与技术系获硕士学位, 并留校任教。研究方向为多传感器数据融合, 图象处理。

郭 立 男, 1947年生。1970年毕业于中国科技大学无线电系, 现为中国科技大学电子科学与技术系副教授。研究领域为视频图象压缩与编码, 多传感器数据融合, 网络信息安全。

王 宁 男, 1971年生。1999年于中国科技大学电子科学与技术系获硕士学位, 现为深圳中兴通讯公司程序员。研究方向为多传感器数据融合, 视频图象压缩与编码。