

# 考虑有界噪声的摄象机内部参数标定方法\*

岳占峰 王书宁

(清华大学自动化系 北京 100084)

**摘要** 指出摄象机标定问题中存在的观测误差适用于未知但有界误差(UBBE)模型描述, 标定问题可用集内不确定(SMU)估计方法解决. 针对有关文献研究的一种摄象机内部参数标定问题, 提出了利用 SMU 估计方法进行参数标定的新算法. 仿真实验结果表明, 新算法不仅可以在给出标定结果的同时给出标定误差确定的上界, 而且可获得较好的标定精度, 具有一定的使用价值.

**关键词** 摄象机标定, 参数估计, 未知但有界误差, 集内不确定估计

**分类号** TP 391.4

## The Method for Calibration of Camera Intrinsic Parameters Considering Bounded Errors

Yue Zhanfeng, Wang Shuning

(Tsinghua University)

**Abstract** The unknown but bounded measurement errors in camera calibration are considered, and the problem of camera calibration is solved with set membership estimation approach. A new algorithm based on an existing camera calibration framework is proposed. Simulation results show that the new algorithm can not only produce the required parameter estimates and upper bounds on estimation errors, but also attain satisfactory calibration accuracy.

**Key words** camera calibration, parameter estimation, UBBE model, SMU estimation

### 1 引言

摄象机内部参数标定是决定摄象机内部几何参数和光学特征的过程. 现有的标定方法大体上可分为 3 类: 直接非线性最小化方法、非迭代直接算法和两步法<sup>[1]</sup>. 这几类方法本质上都是通过求解由观测数据确定的方程组来获得待估计参数, 且不考虑观测误差的影响, 所得结果可能与真实参数有较大偏差.

本文提出一种考虑观测误差的新的摄象机内部参数标定方法. 标定问题中存在的误差虽然是未知的, 但不难确定它们较紧的上界, 因此适用于未知但有界误差(UBBE)模型描述, 可用集内不确定(SMU)估计方法解决<sup>[2]</sup>.

### 2 SMU 估计方法的一些结论

对于模型

$$y(t) = f(x(t), \theta^*) + \rho(t) \quad t = t_1, t_2, \dots, t_k \quad (1)$$

的参数估计问题, 若把估计误差范数取为  $l$ , 则可由下式计算在 UBBE 假定下常用的中心估计量  $\hat{\theta}$  及其估计误差<sup>[3]</sup>

$$\hat{\theta} = 0.5(\theta^{ax} + \theta^{in}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\theta^* - \hat{\theta} \leq \begin{matrix} \max_{\theta \in \Theta} \\ \min_{\theta \in \Theta} \end{matrix} \theta - \hat{\theta} = \begin{matrix} \max_{i \in n} \\ \min_{i \in n} \end{matrix} 0.5(\theta^{ax} - \theta^{in}) \quad (3)$$

其中  $\Theta$  是可行参数集

$$\{\theta \in R^n \mid |y(t) - f(x(t), \theta^*)| \leq l, \quad t = t_1, t_2, \dots, t_k\} \quad (4)$$

\* 国家 863 计划项目(863 - 512 - 9505 - 17) 和清华大学曹光彪高科技发展基金项目  
1998 - 10 - 12 收稿, 1998 - 12 - 02 修回

各  $\Theta^{ax}$  和  $\Theta^{in}$  可通过求解下述  $2n$  个优化问题来确定。

$$\begin{cases} \Theta^{ax} = \max_{\Theta} \theta \\ \Theta^{in} = \min_{\Theta} \theta \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

当(1)式是线性模型时, (5)式的优化问题可转化为有成熟求解方法的线性规划问题。

### 3 摄象机内部参数标定方法

本文在文献[4]的基础上进一步考虑引入有界噪声后的内部参数标定问题。假设摄象机在平台的基础上不再有转动的自由度。做此简化的原因如下:

1) 为了问题求解的方便: 如果不做这样的简化, 则很难将(5)式中的优化问题转化为线性规划问题, 由于非凸的非线性规划问题不能保证全局最优解, 所得误差上界不可靠, 不足以说明方法的有效性;

2) 在这种简化下所获得的结果仍有较大的实用价值: 虽然摄象机相对于平台少了转动自由度, 但整个装置仍可只通过平台的转动而得到各个方向上的景物信息。

所设计的摄象机内部参数标定过程如下: 相对于摄象机的初始位置, 在空间选定  $l$  个参考点和  $m$  个移动方向  $d^i = [d_1^i, d_2^i, d_3^i]^T, i = 1, 2, \dots, m$ , 用  $A^{ik} = [x^{ik}, y^{ik}]^T$  表示第  $k$  个参考点在摄象机第  $i$  次移动前的象平面坐标。对每个  $i$  及  $k$ , 由文献[4]中(3)式可知

$$\begin{aligned} x^{ik} &= u_0 + f_x \frac{X_k}{Z_k} \\ y^{ik} &= v_0 + f_y \frac{Y_k}{Z_k} \\ x^{(i+1)k} &= u_0 + f_x \frac{X_k + d_1^i}{Z_k + d_3^i} \\ y^{(i+1)k} &= v_0 + f_y \frac{Y_k + d_2^i}{Z_k + d_3^i} \end{aligned}$$

这里  $(X_k, Y_k, Z_k)$  为第  $k$  个参考点的空间坐标。

根据文献[4]中命题1, 如果摄象机的移动是一个纯粹的平移运动, 则象平面中的位移矢量相交于一已知的扩展交点(FOE), 且连接摄象机的光心  $O$  和 FOE 点的矢量平行于摄象机所做的平移。令  $F_i = [u_i, v_i]^T$  表示相对于此次移动的 FOE 点的坐标, 则由平面直线方程有

$$\frac{u_i - x^{(i+1)k}}{v_i - y^{(i+1)k}} = \frac{x^{(i+1)k} - x^{ik}}{y^{(i+1)k} - y^{ik}}, \quad \forall k \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \delta y^{ik} &= y^{(i+1)k} - y^{ik} \\ \delta x^{ik} &= x^{(i+1)k} - x^{ik} \\ b^{ik} &= x^{ik} \delta y^{ik} + y^{ik} \delta x^{ik} = x^{ik} y^{(i+1)k} - y^{ik} x^{(i+1)k} \end{aligned}$$

则(6)式可简化为

$$\delta y^{ik} u_i + \delta x^{ik} v_i = b^{ik} \quad (7)$$

由摄象机给出的参数精度可确定由于成像引起的象平面坐标的误差上界  $\epsilon_x$  和  $\epsilon_y$ 。参考点的象平面坐标用象素点描述(只能取整数值), 由象素点大小可确定由读数引起的象平面坐标的误差上界  $\epsilon_{x_0}$  和  $\epsilon_{y_0}$ 。综合考虑二者, 可确定观测值误差上界  $\epsilon_x$  和  $\epsilon_y$ 。

对任意  $i$ , 将实际观测值表示为

$$\begin{aligned} \tilde{x}^{ik} &= x^{ik} - \Delta x^{ik}, \quad |\Delta x^{ik}| \leq \epsilon_x \\ \tilde{y}^{ik} &= y^{ik} - \Delta y^{ik}, \quad |\Delta y^{ik}| \leq \epsilon_y \end{aligned}$$

记

$$\begin{aligned} \tilde{\delta y}^{ik} &= \delta y^{ik} - \Delta \delta y^{ik} \\ \tilde{\delta x}^{ik} &= \delta x^{ik} - \Delta \delta x^{ik} \\ \tilde{b}^{ik} &= b^{ik} - \Delta b^{ik} \end{aligned}$$

可推导出

$$\begin{cases} |\Delta \delta y^{ik}| = |y^{(i+1)k} - \Delta y^{(i+1)k} - y^{ik} + \Delta y^{ik}| \leq 2\epsilon_y \\ |\Delta \delta x^{ik}| = |x^{(i+1)k} - \Delta x^{(i+1)k} - x^{ik} + \Delta x^{ik}| \leq 2\epsilon_x \\ |\Delta b^{ik}| = |y^{(i+1)k} \Delta x^{(i+1)k} + x^{(i+1)k} \Delta y^{(i+1)k} - y^{ik} \Delta x^{(i+1)k} - x^{(i+1)k} \Delta y^{ik}| \\ \leq (|y^{ik}| + |y^{(i+1)k}|) \epsilon_x + (|x^{ik}| + |x^{(i+1)k}|) \epsilon_y \end{cases} \quad (8)$$

令

$$\begin{aligned} \epsilon_y^{ik} &= 2\epsilon_y, \quad \epsilon_x^{ik} = 2\epsilon_x \\ \theta^{ik} &= (|y^{ik}| + |y^{(i+1)k}|) \epsilon_y + (|x^{ik}| + |x^{(i+1)k}|) \epsilon_x \end{aligned}$$

将实际值代入(7)式得

$$\begin{aligned} \tilde{\delta y}^{ik} u_i + \tilde{\delta x}^{ik} v_i - \tilde{b}^{ik} &= \\ - \Delta \delta y^{ik} u_i - \Delta \delta x^{ik} v_i + \Delta b^{ik} & \quad (9) \end{aligned}$$

其中  $\Delta \delta y^{ik}, \Delta \delta x^{ik}$  和  $\Delta b^{ik}$  的上界由(8)式给出。

记  $\theta^* = [u_0, f_x, v_0, f_y]^T$ 。由于  $u_i$  和  $v_i$  是  $u_0$  和  $v_0$  的函数, 若将  $\Delta \delta y^{ik}, \Delta \delta x^{ik}$  和  $\Delta b^{ik}$  作为变量, 则(9)式成为待估计参数  $\theta^*$  的非线性模型, 由此确定的可行参数集不是凸多面体, 无法用线性规划方法求解, 需对其进行适当简化。将(9)式两侧加上绝对值符号得

$$\begin{aligned} |\tilde{\delta y}^{ik} u_i + \tilde{\delta x}^{ik} v_i - \tilde{b}^{ik}| &= \\ | - \Delta \delta y^{ik} u_i - \Delta \delta x^{ik} v_i + \Delta b^{ik} | & \\ \epsilon_y^{ik} |u_i| + \epsilon_x^{ik} |v_i| + \theta^{ik} & \quad (10) \end{aligned}$$



表 1 仿真实验估计结果

	$\tilde{u}_0$	$ \Delta\tilde{u}_0 $	$\tilde{f}_x$	$ \Delta\tilde{f}_x $	$\tilde{v}_0$	$ \Delta\tilde{v}_0 $	$\tilde{f}_y$	$ \Delta\tilde{f}_y $
$\epsilon_x = 0, \epsilon_y = 0$	299.5	0	1 325.3	0	273.05	0	2 010.3	0
$\epsilon_x = 10, \epsilon_y = 10$	289.3	10.30	1 325.35	5.55	283.25	11.05	2 010.35	9.55
$\epsilon_x = 30, \epsilon_y = 30$	269.0	30.9	1 325.45	16.65	303.6	33.0	2 010.6	28.6

脱去绝对值符号并移项整理得

$$\begin{aligned}
 & - (\delta\tilde{y}^{ik} u_i + \epsilon_y^{ik} |u_i|) - (\delta\tilde{x}^{ik} v_i + \epsilon_x^{ik} |v_i|) \\
 & - \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\delta\tilde{y}^{ik} u_i - \epsilon_y^{ik} |u_i|) + (\delta\tilde{x}^{ik} v_i - \epsilon_x^{ik} |v_i|) \\
 & \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{12}
 \end{aligned}$$

由于  $OF_i$  平行于所进行的移动  $d^i = [d_1^i, d_2^i, d_3^i]^T$ , 由文献[4]中(9)式知

$$\left[ \frac{u_i - u_0}{f_x}, \frac{v_i - v_0}{f_y}, 1 \right]^T = \lambda [d_1^i, d_2^i, d_3^i]^T \tag{13}$$

这里  $\lambda$  为矢量的模, 可以求得

$$\begin{cases} u_i = u_0 + \lambda f_x d_1^i \\ v_i = v_0 + \lambda f_y d_2^i \\ \lambda d_3^i = 1 \end{cases} \tag{14}$$

将(14)式代入(11)和(12)式得

$$\begin{aligned}
 & - \left( \delta\tilde{y}^{ik} \left[ u_0 + f_x \frac{d_1^i}{d_3^i} \right] + \epsilon_y^{ik} \left| u_0 + f_x \frac{d_1^i}{d_3^i} \right| \right) - \\
 & \left( \delta\tilde{x}^{ik} \left[ v_0 + f_y \frac{d_2^i}{d_3^i} \right] + \epsilon_x^{ik} \left| v_0 + f_y \frac{d_2^i}{d_3^i} \right| \right) \\
 & - \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \delta\tilde{y}^{ik} \left[ u_0 + f_x \frac{d_1^i}{d_3^i} \right] - \epsilon_y^{ik} \left| u_0 + f_x \frac{d_1^i}{d_3^i} \right| \right) + \\
 & \left( \delta\tilde{x}^{ik} \left[ v_0 + f_y \frac{d_2^i}{d_3^i} \right] - \epsilon_x^{ik} \left| v_0 + f_y \frac{d_2^i}{d_3^i} \right| \right) \\
 & \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{16}
 \end{aligned}$$

摄像机相对于平台的位置基本固定, 因此在实际标定中可通过读数判断出  $u_i$  和  $v_i$  的符号, 加入相应的线性不等式约束可以脱去绝对值符号。经移项整理,  $\theta^*$  的可行参数域  $\Theta$  可由下式界定。

$$\begin{aligned}
 & - (\delta\tilde{y}^{ik} \pm \epsilon_y^{ik}) u_0 - \frac{d_1^i}{d_3^i} (\delta\tilde{y}^{ik} \pm \epsilon_y^{ik}) f_x - \\
 & (\delta\tilde{x}^{ik} \pm \epsilon_x^{ik}) v_0 - \frac{d_2^i}{d_3^i} (\delta\tilde{x}^{ik} \pm \epsilon_x^{ik}) f_y \\
 & - \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\delta\tilde{y}^{ik} \mp \epsilon_y^{ik}) u_0 + \frac{d_1^i}{d_3^i} (\delta\tilde{y}^{ik} \mp \epsilon_y^{ik}) f_x + \\
 & (\delta\tilde{x}^{ik} \mp \epsilon_x^{ik}) v_0 + \frac{d_2^i}{d_3^i} (\delta\tilde{x}^{ik} \mp \epsilon_x^{ik}) f_y \\
 & \tilde{b}^{ik} + \theta^{ik} \tag{18}
 \end{aligned}$$

式中的有关正负号由  $u_i$  和  $v_i$  决定。这样便可利用线性规划方法求得由(2), (3)和(5)式定义的待标定

参数的中心估计量及其标定误差的上界。

同已有的标定方法相比, 本算法具有以下优点:

- 1) 得到的标定误差上界可以作为决定终止标定过程的依据;
- 2) 如果标定结果误差较大, 还可有目的地加入更多的移动方向及每个移动方向上的空间参考点个数, 进一步压缩可行参数集  $\Theta$ , 使标定结果  $\theta$  更接近真实值。

## 4 仿真实例

在所进行的仿真实验中, 选定的两个空间参考点的三维坐标分别为 (200, 0, 5) 和 (0, 200, 5); 选定的空间移动方向分别为  $(0, 44.7, -89.4)^T$ ,  $(66.7, -66.7, -33.3)^T$ ,  $(-74.5, -59.6, -29.8)^T$ 。待标定参数的真值设为  $u_0 = 299.5, f_x = 1 325.25, v_0 = 273.05, f_y = 2 010.26$ 。

仿真研究中设定观测误差的上界, 采用在误差范围内均匀分布的随机数作为观测误差。仿真实验的估计结果如表 1 所示。

其中,  $\tilde{u}_0 = \frac{\tilde{u}_0^{\max} + \tilde{u}_0^{\min}}{2}, \tilde{f}_x = \frac{\tilde{f}_x^{\max} + \tilde{f}_x^{\min}}{2}, \tilde{v}_0 = \frac{\tilde{v}_0^{\max} + \tilde{v}_0^{\min}}{2}, \tilde{f}_y = \frac{\tilde{f}_y^{\max} + \tilde{f}_y^{\min}}{2}$  是待标定参数的中心

估计量;  $|\Delta\tilde{u}_0| = \frac{\tilde{u}_0^{\max} - \tilde{u}_0^{\min}}{2}, |\Delta\tilde{f}_x| = \frac{\tilde{f}_x^{\max} - \tilde{f}_x^{\min}}{2}, |\Delta\tilde{v}_0| = \frac{\tilde{v}_0^{\max} - \tilde{v}_0^{\min}}{2}, |\Delta\tilde{f}_y| = \frac{\tilde{f}_y^{\max} - \tilde{f}_y^{\min}}{2}$  分别是所得估计结果的误差上界。

从仿真结果可以看出: 当观测数据准确时, 得到的标定结果与真值完全相等; 当观测数据误差上界分别为 10, 10 (大约是真值的 3%) 时, 标定结果相对误差最大为 4% 左右; 当观测数据误差上界分别为 30, 30 (大约是真值的 10%) 时, 标定结果的相对误差最大为 12% 左右。

以上结果说明, 本文提出的摄像机标定方法不但给出了待标定参数的估计值及其误差范围, 而且估计结果的误差上界相对于原始误差没有造成较大的误差扩散, 标定结果具有实际应用价值。

## 5 结 论

本文针对摄像机标定问题中存在的误差, 提出用基于UBBE模型的参数估计方法进行摄像机标定。在此基础上针对有关文献研究的一种摄像机内部参数标定问题, 提出了利用SMU估计方法进行参数标定的新算法。仿真结果表明, 新算法不仅可在给出标定结果的同时给出标定误差确定的上界, 而且可获得较好的标定精度, 具有一定的使用价值。

### 参 考 文 献

- 1 Juyang Weng. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965- 980
- 2 Milanese M, A Vicino. Optimal estimation theory for

dynamic systems with set membership uncertainty: An overview. Automatica, 1991, 27: 997- 1009

- 3 王书宁, 黄学俊, 戴建设. 线性模型参数  $l$  和  $l_1$  中心估计量的统一求法. 自动化学报, 1996, 22(3): 353- 356
- 4 Song DeMa. A self-calibration technique for active vision systems. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 114- 120

### 作 者 简 介

岳占峰 男, 1973年生。1997年毕业于清华大学自动化系, 现为清华大学自动化系系统工程专业硕士研究生。研究方向为机器人多传感器信息融合, 摄像机参数标定。

王书宁 男, 1956年生。1988年在华中理工大学自动控制系获博士学位, 现为清华大学自动化系教授, 博士生导师。研究方向为系统辨识, 参数估计, 优化理论算法及决策分析。

(上接第 188 页)

同时根据上述各种算法与单纯遗传算法进行了仿真比较, 仿真结果如表 1 所示。

上述结果表明了所提出算法在改善频率规划质量和运算速度方面的优势, 并可在将来实验的基础上进一步完善和深入。

## 5 结 论

本文采用专家系统和改进遗传算法及分层技术相结合的方法进行频率规划, 并进行了计算机辅助频率规划系统的设计和开发。仿真结果表明, 该方法具有良好的性能和优化结果, 可在今后进一步完善和推广。

### 参 考 文 献

- 1 Magnus Madfars. High capacity with limited spectrum in cellular systems. IEEE Communications Magazine, 1997, 35(8): 38- 45
- 2 Ray W Nettleton, Gerald R Schloemer. Self organizing

channel assignment for wireless system. IEEE Communications Magazine, 1997, 35(8): 46- 51

- 3 Katzela, M Naghshineh. Channel assignment schemes for cellular mobile telecommunication system: A comprehensive survey. IEEE Communications Magazine, 1997, 35(6): 70- 81
- 4 Daniel S, Weile, Eric Michielssen. Genetic algorithm optimization applied to electronics: A review. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 1997, 45(3): 72 - 79
- 5 陈贤富, 庄镇泉. 遗传算法的自适应进化策略及 TSP 问题的遗传优化. 电子学报, 1997, 25(7): 1- 5

### 作 者 简 介

李旭 女, 1970年生。北京邮电大学教师, 博士后。研究方向为无线覆盖, 频率规划及网络优化。

宋俊德 男, 1938年生。北京邮电大学教授, 博士生导师。研究方向为网络优化, CTI等。

宋梅 女, 1960年生。北京邮电大学副教授。