输入为扇区非线性的不确定系统的鲁棒镇定*

张侃健　冯纯伯　费树岷
(东南大学自动化研究所　南京　210096)

摘　要　讨论一类输入为扇区非线性的不确定系统的渐近镇定问题。在假设系统不确定性满足匹配条件的情况下, 基于无源性理论用逻辑切换得到了控制规律, 并给出镇定这类系统的一种新的鲁棒控制方法。仿真算例表明该方法具有良好的控制效果。

关键词　无源性, 逻辑切换, 扇区非线性, 不确定性
分类号　TP 13

Robust Stabilitzation for Uncertain Dynamic Systems with Sector Nonlinearities

Zhang Kanjian, Feng Chunbo, Fei Shumin
(Southeast University)

Abstract　The problem of asymptotical stabilization for a class of uncertain systems with sector nonlinear input is discussed. Under the matching condition, the controller is obtained by logic switch base on passivity theory. An example is given to show the effectiveness of the proposed approach.

Key words　passivity, logic switch, sector nonlinearity, uncertainty

1　引　　言

无源性理论早在 70 年代就已发展起来, 经过学者们多年的努力, 现已成为分析和设计控制系统的重要工具。尤其在 1991 年, 一个有限维非线性系统如何通过状态反馈使其无源化这一问题获得了较为完善的解决[1], 使得无源性理论在非线性系统镇定等方面得到了广泛应用[2]。最近, 文献[3]应用变结构控制讨论了一类输入为扇区非线性的线性不确定系统的镇定问题, 在系统不确定性满足匹配条件下, 利用滑模控制取得了较好的镇定效果。

滑模控制的一大缺点是会产生颤动, 本文基于无源性理论来讨论这类非线性不确定系统的反馈镇定问题。需要指出的是, 这里考虑的不确定性也需满足[3]中的匹配条件, 利用切换来克服系统的不确定性, 使系统具有一定的鲁棒性。在讨论线性系统的基础上, 将本文结论进一步推广到相应的非线性不确定系统。

* 国家攀登计划资助项目(970211017)
1999- 04- 19 收稿, 1999- 09- 16 修回

2　预备知识

为便于将结论推广到非线性系统, 首先介绍非线性无源性的定义及相应结论。考虑如下仿射非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) + j(x)u \end{cases} \tag{1}$$

其中, $x \in R^n$; $u, y \in R^m$; $f(x), g(x), h(x), j(x)$ 为相应维数的光滑函数, 且有 $f(0) = 0, h(0) = 0$。下面给出无源性的基本概念。

定义 1[4,5]　称系统(1) 是 C^r 无源的, 若存在半正定 $V(x) \in C^r, V(0) = 0$, 满足

$$V(x(t)) - V(x(0)) \leq \int y^{\mathrm{T}}(\tau)u(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \quad \forall t \geq 0$$

进一步, 若存在正定函数 $S(x)$, 使得

$$V(x(t)) - V(x(0)) \leq \int y^{\mathrm{T}}(\tau)u(\tau)\,\mathrm{d}\tau - \int S(x(\tau))\,\mathrm{d}\tau, \quad \forall t \geq 0$$

则称系统(1) 是严格无源的; 称 $V(x)$ 为储能函数。

定义 1 是 Willems 在定义耗散性的基础上给出

的。对线性系统而言,系统的无源性相应于正实性,因此,判断一个线性系统是否无源可依据KYP(Kalman-Yakubovich-Popov)引理。对系统(1),文献[6]给出以下广义的KYP引理:

引理1 系统(1)是C^r无源(严格无源)的,当且仅当存在半正定函数$V(x)\in C^r, V(0)=0$,存在函数$S(x)=0$($S(x)$正定)以及函数$l(x), W(x)$,使得

$$L_fV(x)=-l^{\mathrm{T}}(x)l(x)-S(x)$$
$$L_gV(x)=h^{\mathrm{T}}(x)-2l^{\mathrm{T}}(x)W(x)$$
$$j(x)+j^{\mathrm{T}}(x)=2W^{\mathrm{T}}(x)W(x),\quad \forall x\in R^n$$

其中$L_fV(x), L_gV(x)$分别为函数$f(x), g(x)$沿$V(x)$的李导数。

定义2[1] 称系统(1)是可状态反馈C^r(严格)无源的,若存在输出反馈$u=\alpha(x)+\beta(x)v$($\beta(x)$可逆),使闭环系统从输入v到输出y是C^r(严格)无源的。

该定义及相应的结论可参考文献[1]。

3 问题描述与控制器设计

考虑如下输入为扇区非线性的线性不确定系统

$$\overset{\circ}{x}=(A+\Delta A)x+(B+\Delta B)\Phi(u)+f(t)\tag{2}$$

其中,$x\in R^n, u\in R^m, \Phi: R^m\to R^m$连续,$\Phi(0)=0$,$\Delta A,\Delta B$分别为矩阵$A,B$的不确定性。

假设:

A1 矩阵对(A,B)能稳定;

A2 不确定性满足匹配条件,即存在矩阵H,E和G满足

$$\begin{cases}\Delta A=BH, & \|H\|\le\beta_1\\ \Delta B=BE, & \|E\|\le\beta_2\\ f(t)=BG, & \|G\|\le\beta_3\end{cases}\tag{3}$$

A3 非线性输入$\Phi(u)$满足

$$h_1u^{\mathrm{T}}u\le u^{\mathrm{T}}\Phi(u)\le h_2u^{\mathrm{T}}u\tag{4}$$

其中$\beta_2<1, h_2\ge h_1>0$。则有以下定理:

定理1 设系统(2)满足假设A1~A3,则存在矩阵K和P,使状态反馈控制

$$u=\frac{K}{a}x-\left[\frac{\gamma\Psi(x)}{a(1-k_1)}\right]\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)$$

能全局渐近镇定系统(2)。其中$\Psi(x)=k\|x\|+\beta_3, k=k_1\|K\|+\beta_1$,常数$\gamma\ge1$,且

$$k_1=\frac{h_2-h_1+\beta_2(h_2+h_1)}{h_2+h_1+\beta_2(h_2-h_1)}$$

$$a=\frac{h_2+h_1+(h_2-h_1)\beta_2}{2}$$

证明 在假设A1成立的条件下,存在矩阵K使$A+BK$是稳定的,从而存在矩阵P满足$(A+BK)^{\mathrm{T}}P+P(A+BK)<0$。系统(2)经反馈$u=Kx/a+v$变为

$$\overset{\circ}{x}=Ax+B\left(\Phi\left(\frac{Kx}{a}+v\right)+E\Phi\left(\frac{Kx}{a}+v\right)+Hx+G\right)=$$
$$(A+BK)x+aB\left(v+\frac{1}{a}(I+E)\Phi\left(\frac{Kx}{a}+v\right)-\left(\frac{Kx}{a}+v\right)+\frac{Hx+G}{a}\right)$$

由假设A2得

$$\left\|\frac{Hx+G}{a}\right\|\le\frac{\beta_1\|x\|+\beta_3}{a}$$

根据假设A3,有

$$\left[\frac{(1-\beta_2)h_1}{a}-1\right]\left(\frac{Kx}{a}+v\right)^{\mathrm{T}}\left(\frac{Kx}{a}+v\right)\le\left[\frac{(1+\beta_2)h_2}{a}-1\right]\left(\frac{Kx}{a}+v\right)^{\mathrm{T}}\left(\frac{Kx}{a}+v\right)$$

从而可得

$$PBx^{\mathrm{T}}\left(\frac{I+E}{a}\Phi\left(\frac{Kx}{a}+v\right)-\left(\frac{Kx}{a}+v\right)+\frac{Hx+G}{a}\right)\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)\le PBx^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)\left(\frac{\Psi(x)}{a}+k_1\|v\|\right)\tag{5}$$

记$V(x)=x^{\mathrm{T}}Px, S(x)=x^{\mathrm{T}}((A+BK)^{\mathrm{T}}P+P(A+BK))x$,则$V(x)$沿系统(2)的导数为

$$\overset{\circ}{V}=S(x)-2PBx^{\mathrm{T}}a\left(v+\frac{1}{a}(I+E)\times\Phi\left(\frac{Kx}{a}+v\right)-\left(\frac{Kx}{a}+v\right)+\frac{Hx+G}{a}\right)$$

上式中取

$$v=\left[\frac{\gamma\Psi(x)}{a(1-k_1)}\right]\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)$$

再根据(5)式可得

$$\overset{\circ}{V}\le S(x)-2PBx^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)\times\left(\frac{\gamma}{1-k_1}-\frac{\gamma k_1+1-k_1}{1-k_1}\right)\Psi(x)=$$
$$S(x)-2PBx^{\mathrm{T}}\mathrm{sgn}(B^{\mathrm{T}}Px)(\gamma-1)\Psi(x)\le S(x)$$

由于$S(x)$是负定函数,根据LaSalle不变原理[6]知,此时闭环系统渐近稳定。定理得证。

文献[3] 要求矩阵对(A, B) 可控, 同时要求 $h_1 > \beta_2 h_2$。而本文仅要求(A, B) 能稳定及$\beta_2 < 1$, 因此本文结论具有更广的应用面。另外由于本文利用了 v 到$B^{\mathrm{T}}Px$ 是无源的这一结论, 因而可以方便地推广到非线性系统。

考虑如下非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)[(I + k(x))\Phi(u) + \Delta(x, t)] \qquad (6)$$

其中, $x \in R^n$, $u \in R^m$, $f(x)$, $g(x)$ 为相应维数的光滑函数, 且有$f(0) = 0$, 并满足如下假设:

A4　存在$\alpha(x)$ 使$f_0(x) = f(x) + g(x)\alpha(x)$ 是渐近稳定的, 此时存在$V(x)$ 正定, $V(0) = 0$, $L_{f_0}V(x)$ 负定;

A5　不确定性$k(x)$, $\Delta(x, t)$ 满足 $\|k(x)\| = k < 1$, $\|\Delta(x, t)\| \le \Psi(x)$, 其中$\Psi(\cdot): R^n \to R^+$ 为已知正函数;

A6　非线性输入 $\Phi(u)$ 满足

$$h_1 u^{\mathrm{T}} u \le u^{\mathrm{T}}\Phi(u) \le h_2 u^{\mathrm{T}} u$$

其中 $h_2 \ge h_1 > 0$。则有如下结论:

定理 2　对满足假设A4～A6 的非线性系统(6), 若$V(x)$ 是正则的, 则反馈控制

$$u = \frac{\alpha(x)}{a} - \left[\frac{\gamma\varphi(x)}{a(1 - k_1)}\right] \mathrm{sgn}(L_g V(x))$$

能全局渐近镇定系统(6)。其中 $\varphi(x) = k_1\|\alpha(x)\| + \Psi(x)$, 常数 $\gamma \ge 1$, 且

$$k_1 = \frac{h_2 - h_1 + k(h_2 + h_1)}{h_2 + h_1 + k(h_2 - h_1)}$$

$$a = \frac{h_2 + h_1 + k(h_2 - h_1)}{2}$$

实际上由引理 1 知, 定理 2 中系统(6) 在假设A1 中反馈变换下, 从输入 v 到输出$L_g V(x)$ 是无源的, 从而定理 2 证明和定理 1 证明相类似。

4　仿真算例

考虑如下线性不确定系统

$$\dot{x} = Ax + B(\Phi(u) + E\Phi(u) + Hx + G) \qquad (7)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.6\sin x_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{2}[(h_2 + h_1) - (h_2 - h_1)\cos(10u)]u$$

$$E = 0.4\sin u, \quad G = 0.6\sin 5t$$

$h_1 = 0.5$, $h_2 = 1.5$。显然可取$\beta_1 = 0.6$, $\beta_2 = 0.4$, $\beta_3 = 0.6$, 再取$K = [-2 \quad 0]$, $P = \begin{bmatrix} 9 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, 即可满足定理 1 条件。通过Matlab 仿真得到图 1, 其中系统(7) 的初始状态取为$x_1 = 1.5$, $x_2 = 2$。仿真结果显示了本文方法具有良好的控制效果。

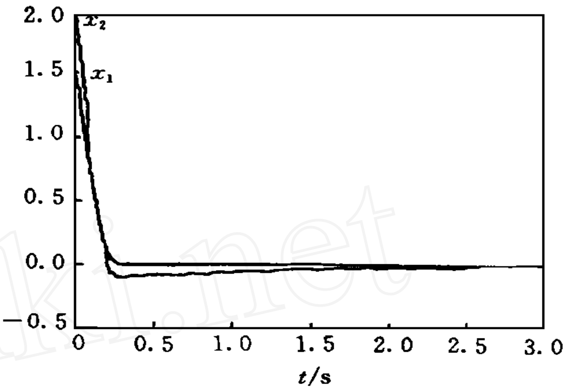

图 1　对象(7) 的仿真结果

本算例系统结构形式与文献[3] 基本相同, 但本文中参数变化范围比[3] 大, 且不需满足 $h_1 > \beta_2 h_2$ 这一条件。

5　结　　论

本文基于无源性理论研究输入为扇区非线性的不确定系统的反馈镇定问题, 给出了镇定这类系统的一种新的鲁棒控制方法。与文献[3]相比, 本文需要的条件较弱, 而且基于无源性理论的控制结构比较简单。将所得结论推广到非线性系统, 仿真算例说明了本文方法的有效性。

参 考 文 献

1　Byrnes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1991, 36(11): 1228- 1240

2　Jiang Z P, Hill D J. Passivity and disturbance attenuation via output feedback for uncertain nonlinear systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1998, 43(7): 992- 997

3　Kou C H. Variable structure control design for uncertain dynamic systems with sector nonlinearities. Automatica, 1998, 34(4): 505—508

(下转第 232 页)

整个系统的闭环传递函数为

$$G_{IS}(z) = C_{IS}(z)G_{PI}(z) = z^{-d-1} \quad (9)$$

显然, 系统在经过 $d+1$ 拍后输出完全跟随输入, 实现了最小拍控制。

4 仿真结果

以大纯滞后对象 $G(s) = \frac{e^{-5s}}{s+1}$ 为例, 直接用PID 控制难以得到较好的动态性能。采用本文方法, 取采样周期 $T_s = 1s$, $K_P = 0.07$, 相位稳定裕度约为52°。闭环系统的单位阶跃响应曲线及对应的控制信号示于图3。由图可见, 输出在6s时达到稳态值, 且没有出现纹波, 控制信号 $u(t)$ 的幅度也不大。

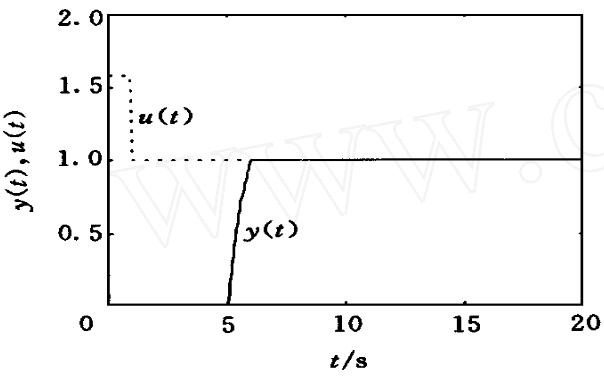

图3 控制信号及阶跃响应

5 结 语

本文首先基于Nyquist 准则, 按照给定的相位稳定裕度设计出PI控制器, 使一阶时滞对象稳定; 然后引入输入整形控制器对输入进行整形, 实现了一阶时滞对象的最小拍控制。在确定系统的采样周期后, 该控制系统的设计只需确定一个可按相位稳定裕度解析计算的PI控制器比例增益, 其它参数均可据此求出。该方法设计简单, 并且十分有效。

参 考 文 献

1 Junkins J L, Turner J D. Optimal spacecraft rotational maneuvers. Amsterdam: Elsevier, 1986

2 Tallman G H, Smith O J. Analog study of dead-beat posicast control. IRE Trans on Automatic Control, 1958, March: 14-21

3 Singer N C, Seering W P. Preshaping command inputs to reduce system vibrations. ASME J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1990, 112(1): 76-82

4 Bodson M. Adaptive algorithm for the tuning of two input shaping methods. Automatica, 1998, 34(6): 771-776

5 Singhose W E, Crain E, Seering W P. Convolved and simultaneous two-mode input shapers. IEE Proc Control Theory and Applications, 1997, 144(6): 515-520

作 者 简 介

钟庆昌 男, 1970年生。2000年在上海交通大学获博士学位, 现为Technion-israel Institute of Technology 博士后研究人员。研究领域为计算机过程控制, 运动控制, 时滞控制, 时滞系统等。

谢剑英 男, 1940年生。1964年毕业于上海交通大学自动化系, 现为该系教授, 博士生导师。研究领域为复杂工业过程建模, 控制与优化, 网络工程与信息系统集成。

(上接第229页)

4 Willems J C. Dissipative dynamical systems——Part Ⅰ and Ⅱ. Arch Rational Mechanics and Analysis, 1972, 45(27): 321-393

5 Hill D J, Moylan P J. The stability of nonlinear dissipative Systems. IEEE Trans on Autom Contr, 1976, 21(5): 708-711

6 Lasalle J P. Stability theory for ordinary differential equations. J Diff Equations, 1968, 4: 57-65

作 者 简 介

张侃健 男, 1972年生。1997年于东南大学获工学硕士学位, 现为东南大学自动化研究所博士研究生。主要研究方向为鲁棒控制, 自适应控制和无源性分析。

冯纯伯 男, 1928年生。1958年获苏联技术科学副博士学位, 现为东南大学研究生院副院长, 教授, 中国自动化学会常务理事, 俄罗斯联邦自然科学院外籍院士, 中国科学院院士。目前主要从事系统建模, 自适应, 鲁棒及智能化控制理论及应用, 机器人控制等方面的研究。

费树岷 男, 1961年生。1995年于北京航空航天大学获工学博士学位, 1995—1997年在东南大学自动化所从事博士后研究工作, 现为东南大学自动化所教授。主要研究兴趣为非线性控制系统设计与综合, 鲁棒控制, 自适应控制, 时滞系统的设计与综合等。