第 15 卷 第 2 期　　控 制 与 决 策　　2000 年 3 月
Vol 15 No. 2　　CONTROL AND DECISION　　Mar. 2000

基于遗传算法的非线性自适应观测器设计*

彭　宇　蒋静坪　周新辉
(浙江大学电机系　杭州　310027)

摘　要　将遗传算法寻优和基于 Lyapunov 理论的观测器设计思想相结合, 提出一类非线性自适应观测器的直接设计方法。通过选择合理的适应度函数, 将观测器问题转化为约束可满足性问题, 并在空间搜索找到问题可行解的基础上进一步优化, 以获得使观测器综合性能更好的观测器增益。通过对 CSTR 的仿真, 说明了该方法的有效性和实用性。

关键词　非线性系统, 自适应观测器, 遗传算法, CSTR
分类号　TR 3

Adaptive Observer for Nonlinear System Based on Genetic Algorithm

Peng Yu, Jiang Jingping, Zhou Xinhui
(Zhejiang University)

Abstract　By combining genetic algorithm with the idea of observer design based on Lyapunov theory, a directive approach of adaptive observer design for nonlinear system is proposed. By means of selecting reasonable fitness function, the observer design problem is translated to satisfiable (SAT) problem. And further optimization is applied for obtaining observer gain matrix so as to achieve better performance of the observer. The simulation on CSTR system shows the validity and practicability of this approach.

Key words　nonlinear system, adaptive observer, genetic algorithm, CSTR

1　引　　言

非线性系统的状态观测器设计是一个富有挑战性的研究领域。Marino[1]通过寻求一种局部坐标变换, 提出一种非线性自适应观测器, 但由于一系列偏微分方程的存在, 几乎难以直接构造相应的观测器。一些基于 Lyapunov 方法的观测器设计[2], 都局限于在选择观测器增益后验证所设计的观测器的镇定性。Cho 等[3]运用线性矩阵不等式直接对增益矩阵 L 和正定矩阵 P 进行求解, 然而在求解中并未考虑优化观测器的性能指标。Rajamani[4]针对 A - LC 提出观测器渐近稳定的充分必要条件, 并对观测器增益 L 给出了可行的设计方法, 但其对象仅仅是一类确定性的非线性系统。

本文将遗传算法寻优和基于 Lyapunov 理论设计非线性自适应观测器的思想相结合, 直接寻找观测器的设计参数。首先将观测器问题转化为约束可满足性问题, 利用遗传算法搜索可行解; 然后在此基础上进一步优化可行解, 使观测器的性能最优。问题的关键是根据观测器渐近稳定条件, 并综合考虑观测器相关性能指标, 设计出合理的适应度函数。

2　问题描述

考虑如下非线性不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \Phi(x, u) + bf(x, u)\theta \\ y = Cx \end{cases} \tag{1}$$

其中, $x \in R^n$, $y \in R^m$, $u \in R^r$; $b \in R^{n\times s}$ 已知, $\theta \in$

* 教育部博士点基金项目(97033526) 和浙江省自然科学基金项目(598019), (J. 16 6 4)
1999 - 04 - 26 收稿, 1999 - 07 - 24 修回

R^p 为系统未知参数; $f: R^n \to R^{s\times p}$ 和 $\Phi: R^n \to R^n$ 为已知的非线性函数; 另外 (A, C) 可观。假设系统(1) 满足如下条件:

A1: $\Phi(x, u), f(x, u)$ 均对 x 满足局部 Lipschitz 非线性条件, 其常数分别为 γ_1 和 γ_2;

A2: 未知参数 θ 有上界, 即

$$\|\theta\| \le \gamma_3 \tag{2}$$

对于参数线性的不确定非线性系统而言, 上述数学模型具有普遍意义。本文的目标是针对系统(1) 设计一非线性自适应状态观测器, 使其同时进行状态估计和参数辨识, 保证所设计的观测器渐近稳定, 并保证未知参数在一定条件下收敛到真实值。

3　状态观测器的设计

对系统(1) 设计非线性自适应观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + \\ \quad bf(\hat{x}, u)\hat{\theta} + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \tag{3}$$

其中, $L \in R^{n\times m}$ 为待定的状态观测器增益。

定理 1　设非线性系统(1) 满足条件 A1 和 A2, 如果存在正定对称矩阵 P 和 L, 使

$$Q = (A - LC)^{\mathrm{T}}P + P(A - LC) + \gamma_1(PP + I) + \gamma_2\gamma_3\|b\|(PP + I) < 0 \tag{4}$$

成立, 且有

$$b^{\mathrm{T}}PC^{\perp} = 0 \tag{5}$$

其中 $C^{\perp}C = \mathbf{0}$。那么若采取如下参数调整律

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{f(\hat{x}, u)^{\mathrm{T}}b^{\mathrm{T}}P\tilde{x}}{\rho} \tag{6}$$

其中 $\tilde{x} = x - \hat{x}$, 则自适应观测器(3) 渐近稳定; 同时, 当激励持续充分时, 参数估计值 $\hat{\theta}$ 将收敛于真实值。

证明参见文献[3]。

讨论 1　令 $Q_0(L) = -[(A - LC)^{\mathrm{T}}P + P(A - LC)]$, 此时有

$$Q = -(Q_0(L) - (\lambda_1 + \lambda_2\lambda_3\|b\|)(PP + I))$$

根据文献[2], 则有

$$\gamma_1 + \gamma_2\gamma_3\|b\| < \lambda_{\min}(Q_0)/\lambda_{\max}(PP + I) \tag{7}$$

从(7) 式可知, 如果增大 $\lambda_{\min}(Q_0)/\lambda_{\max}(PP + I)$, 就会增大 γ_1, γ_2 和 γ_3 的取值范围, 从某种意义上说, 这便扩大了观测器的稳定收敛区域。显然, 以前预先确定矩阵 P 的做法是不合理的。同时, 如果 $P > 0$, 且 $Q_0(L) > 0$, 则观测器必在一定的状态空间收敛, 即有 $Q < 0$ 成立。本文的设计目标是在保证矩阵 P 和 Q_0 正定性的基础上, 使 $\lambda_{\min}(Q_0)/\lambda_{\max}(PP + I)$ 最大。

4　遗传算法的实现

适应度函数是指导搜索方向的唯一准则, 如何选择它是 GA 中的关键问题。在设计适应度函数之前, 首先简要介绍保证矩阵正定性的遗传算法的实现。

引理 1　设 A 为 n 阶实对称矩阵, 则 $A > 0$ 的充要条件是 A 的所有 n 个主子式大于零。

由引理 1 知, 从遗传算法的角度, 求解一正定矩阵, 相当于求解满足 n 个不等式(主子式大于零) 的矩阵元素的空间优化问题。考虑到矩阵 A 的对称性, 元素变量的个数为 $n(1 + n)/2$。适应度函数取为 $\mathrm{fitness}(P) = K_A$, 其中 K_A 为 A 中大于零的主子式个数。当 $K_A = n$ 时, 表明已求出使 $A > 0$ 的可行解。

下面讨论观测器参数 P 和 L 的编码和适应度函数的设计。

从上节分析可知, 为保证观测器渐近稳定并使收敛范围尽可能大, 矩阵 P 和 L 应满足如下条件:

1) P 为对称矩阵;

2) $b^{\mathrm{T}}PC^{\perp} = 0$;

3) $P > 0$;

4) $Q_0(L) > 0$;

5) $\lambda_{\min}(Q_0)/\lambda_{\max}(PP + I)$ 最大。

因此, 可将条件 1), 2) 转换为对矩阵 P 的编码约束, 以减少优化变量的维数和约束条件的个数。考虑到条件 3) ～ 5), 适应度函数取为

$$\mathrm{fitness}(P, L) = \begin{cases} K_P + K_{Q_0}(L) + \dfrac{\lambda_{\min}(Q_0)}{\lambda_{\max}(PP + I)} & \text{if } K_P + K_{Q_0(L)} = 2n \\ K_P + K_{Q_0(L)} & \text{if } K_P + K_{Q_0(L)} < 2n \end{cases} \tag{8}$$

其中, K_P 和 $K_{Q_0(L)}$ 分别为矩阵 P 和 Q_0 中大于零的主子式的个数, n 为系统状态空间的维数。这样可在确保矩阵 P 和 Q_0 正定性的基础上, 使 $\lambda_{\min}(Q_0)/\lambda_{\max}(PP + I)$ 最大。

为了综合考虑观测器的收敛区间范围和误差收敛精度, 观测器误差采用 ITAE 性能指标。假设系统为单输出系统, 设 $e = b^{\mathrm{T}}P\tilde{x}/\|b^{\mathrm{T}}P\|_2$, 于是有

$$J_e = \int \tau |e(\tau)| \mathrm{d}\tau$$

令 $c_1 + c_2 = 1$, 则改进后的适应度函数为

$$\text{fitness}(P,L) = \begin{cases} K_P + K_{Q_0(L)} + \dfrac{c_1\lambda_{\min}(Q_0)}{\lambda_{\max}(PP + I)} + \dfrac{c_2}{J_e} \\ \qquad \text{if } K_P + K_{Q_0(L)} = 2n \\ K_P + K_{Q_0(L)} \\ \qquad \text{if } K_P + K_{Q_0(L)} < 2n \end{cases} \tag{9}$$

5 仿真实例

仿真对象为连续搅拌反应釜 CSTR, 其无量纲数学模型为

$$\frac{dx_1}{d\tau} = -x_1 + D_a(1 - x_1)\exp\left(\frac{x_2}{1 + x_2/\gamma}\right)$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = -(1 + \beta)x_2 + HD_a \times$$

$$(1 - x_1)\exp\left(\frac{x_2}{1 + x_2/\gamma}\right) + \beta u_c$$

$$y = x_2$$

其中, x_1 和 x_2 分别为反应转化率和反应温度, x_1 反映了产品的质量却无法直接测量, 需要进行状态估计; D_a 为反应频率因子数, 需要在线辨识, 假设真实值 $D_a = 0.112$; $\beta = 27.12$, $\gamma = 19.186$, $H = 16.07$。

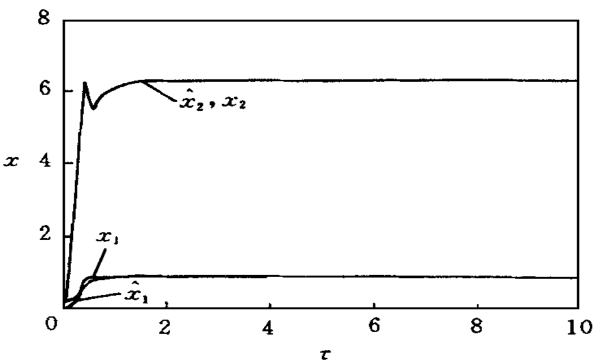

图 1 系统状态的观测值和真实值比较

$x_{10} = 0.2, x_{20} = 1.0, \hat{x}_{10} = 0, \hat{x}_{20} = 0$

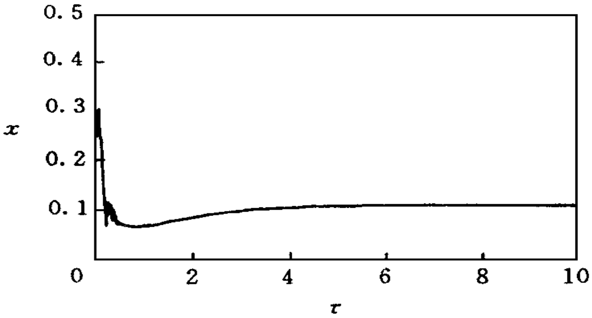

图 2 参数 D_a 的估计值

仿真采用状态观测器(3)。遗传算法采用十进制编码, 运用两两竞争优胜劣汰的机制进行选择。变异采用随机变异 offspring = parent + m * $N(-1, 1)$, 其中 m 为变异的幅度。交叉则为随机选取双亲的某位进行和差均值运算。取种群数 $N = 100$, $P_c = 0.8$, $P_m = 0.1$, $c_1 = c_2 = 0.5$, 迭代 50 次后

$$P = \begin{bmatrix} 0.4782 & -0.0618 \\ -0.0618 & 0.2679 \end{bmatrix}$$

$$L' = [3.0707 \quad 0.2679]$$

取 $\rho = 0.5$, 仿真结果见图 1 和图 2。由图可见, 状态变量的观测值和参数 D_a 的观测值很快收敛到真实值, 此时观测器误差指标 $J_e \approx 0.025$。

6 结 论

本文应用遗传算法对观测器参数设计进行优化, 不仅改变了无法直观选择满足多种约束条件下的矩阵 P 和 L, 而且能根据实际要求调整适应度函数, 使所设计的观测器的综合性能指标最优。

参 考 文 献

1 Riccardo Marino. Adaptive observers for single output nonlinear systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1990, 35(9): 1054-1058

2 Stanislaw H Zak. On the stabilization and observation of nonlinear uncertain dynamic systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1990, 35(5): 604-607

3 Young Man Cho, Rajesh Rajamani. A systematic approach to adaptive observer sysnthesis for nonlinear systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1997, 42(4): 534-537

4 Rajesh Rajamani. Observers for Lipschitz nonlinear systems. IEEE Trans on Automat Contr, 1998, 43(3): 397-401

作 者 简 介

彭 宇 女, 1972 年生。浙江大学电机系博士研究生。主要研究方向为智能控制和非线性自适应控制。

蒋静坪 男, 1935 年生。浙江大学电机系教授, 博士生导师。长期从事工业电气自动化及计算机实时控制的教学和研究工作, 主要研究领域为智能控制和计算机实时控制。

周新辉 男, 1972 年生。浙江大学电机系博士研究生。主要研究方向为智能控制和数控机床。