

r 阶鲁棒稳定性与零动态非渐稳单入单出系统的静态分叉控制镇定*

李春文

唐云 胡世文

(清华大学自动化系 北京 100084) (清华大学应用数学系)

摘要 研究零动态非渐稳的单输入单输出控制系统的局部渐近镇定问题, 讨论了对这种系统镇定的设计方法, 并对一类满足条件(S)的系统, 利用静态分叉控制结果, 提供了构造反馈控制函数使上述系统局部渐近镇定的方法。该方法也可看作是静态分叉控制在某些情况下的一种简化。

关键词 控制系统, 零动态, 局部渐近镇定, 鲁棒稳定性, 静态分叉

分类号 TP 13

r- order Robust Stability and the Stabilization of SISO Systems with Nona-symptotically- stable Zero Dynamics by Stationary Bifurcation Control

Li Chunwen, Tang Yun, Hu Shiw en
(Tsinghua University)

Abstract The local asymptotically stable problem of SISO control systems with nonasymptotically-stable zero dynamics is studied, and the design of the feedback control functions which stabilize the above systems is discussed. To a class of systems which satisfy the condition (S), the constructing methods of the feedback control functions are given by using the stationary bifurcation control theory. The results obtained here also simplify the results of the stationary bifurcation control theory.

Key words control systems, zero dynamics, local asymptotical stabilization, robust stability, stationary bifurcation

1 引言

镇定问题是控制系统设计的基本问题^[1], 通过系统能控性概念, 线性系统的局部渐近镇定问题已得到解决。而非线性系统的局部渐近镇定要复杂得多, 其中比较特殊的零动态渐稳的单输入单输出控制系统, 其局部渐近镇定问题也已得到解决^[2]。相对而言, 零动态非渐稳的控制系统的镇定研究则非常匮乏。

考虑如下单输入单输出系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x \in R^n; y, u \in R; f(x), g(x), h(x)$ 都是光滑函数。设 $x^* = 0$ 是系统 $\dot{x} = f(x)$ 的平衡点, $r - n$ 为系统(1)在 $x^* = 0$ 处的相对阶。则在该平衡点的邻域上, 经过适当的坐标变换和状态反馈, 系统(1)可变为如下形式

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + bv \\ \dot{\eta} = q(\eta) \\ y = z_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中, v 为新的控制函数, (A, b) 为 r 维布隆斯基可控标准形矩阵对, $Z = Z(x)$ 为新坐标, $\xi = [z_1 \dots z_r]^T, \eta = [z_{r+1} \dots z_n]^T$ 。称如下系统为系统(2)的零

* 国家自然科学基金项目(69774011)、教育部博士点基金项目(96000367)和国家重点基础研究项目(G1998020307)

1999 - 04 - 05 收稿, 1999 - 10 - 25 修回



动态。

$$\dot{\eta} = q(\xi, \eta) \tag{3}$$

其中, $q(\xi, \eta) = [q_{r+1}(\xi, \eta) \dots q_n(\xi, \eta)]^T, q(0, 0) = 0$ 。零动态具有明确的物理意义, 它表示当系统输出恒为零时, 系统内部各非零状态的运动。下面命题表明, 若系统的零动态渐近稳定, 则该系统可被渐近镇定。

命题 1^[2] 考虑系统

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + Y(\xi) \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \end{cases} \tag{4}$$

其中, $Y(0) = 0, D Y(0) = 0, q(0, 0) = 0$ 。设 $\eta = q(0, \eta)$ 当 $\eta = 0$ 时渐近稳定, 矩阵 A 的所有特征值都在左半复平面上, 且不是矩阵 $Q = [\partial q(\xi, \eta) / \partial \xi]_{(\xi, \eta) = (0, 0)}$ 的特征值。则系统 (4) 当 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 时渐近稳定。由于 (A, b) 能控, 总可选择适当反馈函数使上述命题的条件得以满足。

基于以上论述, 本文定义了一种鲁棒稳定性的概念, 证明了系统的这种鲁棒稳定性与其 Lyapunov 函数的导数的正则正定性是密切相关的。在此基础上, 研究了零动态非渐稳的单输入单输出控制系统的局部渐近镇定问题, 提供了该类系统能局部渐近镇定的一个充分条件。同时, 对一类满足条件 (S) 的系统, 利用静态分叉控制^[3,4] 的结果, 提供了构造使上述系统局部渐近镇定的方法, 并且该反馈控制函数使相关的一族系统具有稳定的分叉结构。当系统满足一定条件时, 这个结果也是对静态分叉控制理论的一种简化。

2 光滑动力系统的鲁棒稳定性

为研究光滑系统与其扰动系统渐近稳定性的等价问题, 首先考虑光滑函数的正定性。

定义 1 设 $g(x) (x \in D \subset R^n)$ 是一个正定的光滑函数。若存在 $a > 0$ 及正整数 $r < +\infty$, 使得对于任意 $x \in D$, 有 $g(x) \geq a |x|^r$, 则称 $g(x)$ 在 D 中 r 阶正则正定。类似地, 若 $-g(x)$ 为 r 阶正则正定, 则称 $g(x)$ 为 r 阶正则负定。若 $g(x)$ 为 r 阶正则正定或 r 阶正则负定, 则称 $g(x)$ 为 r 阶正则定号。

引理 1 设 $g(x) (x \in D \subset R^n)$ 是一个 r 阶正则定号的光滑函数, $f(x) = g(x) + O(|x|^{k+1}), k > r$, 则存在原点的某非空邻域, 使 $f(x)$ 在该邻域中与 $g(x)$ 具有相同的定号性。

证明 首先考虑 $g(x)$ 为 r 阶正则正定的情况, 只需证明 $k = r$ 的情形。由 $g(x)$ 正则正定可知存在 a

> 0 , 使 $g(x) / |x|^r \geq a$ 。又 $\lim_{x \rightarrow 0} (O(|x|^{r+1}) / |x|^r) = 0$, 即对于任意小的 $\epsilon > 0$, 存在原点的非空邻域 D_ϵ , 使得对任意 $x \in D_\epsilon$, 有 $|O(|x|^{r+1}) / |x|^r| < \epsilon$ 。令 $\epsilon = a/2$, 则对任意 $x \in D_{a/2}, x \neq 0$, 有

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) + O(|x|^{r+1}) = \\ &|x|^r \left[\frac{g(x)}{|x|^r} + \frac{O(|x|^{r+1})}{|x|^r} \right] \\ &|x|^r [a - a/2] > 0 \end{aligned}$$

即 $f(x)$ 在 $D_{a/2}$ 中正定。当 $g(x)$ 为 r 阶正则负定时, 同理可证。(证毕)

定义 2 若光滑系统 $\dot{x} = f(x)$ 在原点渐近稳定, 且其任一 $r + 1$ 次扰动系统 $\dot{x} = f(x) + O(|x|^{r+1})$ 都在原点渐近稳定, 则称该系统在原点 r 阶鲁棒稳定。

考虑光滑动力系统 $\dot{x} = f(x), x \in U \subset R^n, U$ 为原点的开邻域, $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T, f_i(x) (i = 1, 2, \dots, n)$ 为光滑函数, $f(0) = 0$ 。

定理 1 对于满足如上条件的光滑动力系统 $\dot{x} = f(x)$, 若其在原点渐近稳定, 且存在 Lyapunov 函数 $V(x) = O(|x|^s), s > 0, V(x)$ 在原点的某邻域正定, $V_f(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$ 在该邻域 r 阶 $(0 < r < +\infty)$ 正则负定, 则该系统在原点 $r - s + 1$ 阶鲁棒稳定。

证明 只需证明 $V(x)$ 也是 $\dot{x} = f(x) + O(|x|^{r+s+2})$ 的 Lyapunov 函数即可, 由于 $V(x)$ 正定, 故只需证明

$$\begin{aligned} V_f(x) &= \\ \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} O(|x|^{r+s+2}) &= \\ V_f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} O(|x|^{r+s+2}) \end{aligned}$$

负定。由 $V(x) = O(|x|^s)$ 可得

$$\frac{\partial V}{\partial x} O(|x|^{r+s+2}) = O(|x|^{r+1})$$

再由 $V_f(x)$ r 阶正则负定及引理 1 可知 $V_f(x)$ 负定, 定理得证。

中心流形定理表明, 一个系统与其在中心流形上的投影子系统的稳定性是等价的。类似可证, 一个系统与其在中心流形上的投影子系统的鲁棒稳定性也是等价的, 且鲁棒稳定的阶数相同。

定理 2 系统 $\dot{x} = f(x)$ 是 r 阶鲁棒稳定的, 则其在中心流形上的投影子系统也是 r 阶鲁棒稳定的。

证明 由已知 $\dot{x} = f(x)$ 是 r 阶鲁棒稳定的, 则

由鲁棒稳定的定义可知该系统存在 Lyapunov 函数 $V(x)$, $V(x)$ 在原点的某邻域正定, $P(x) = \dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x)$ 在该邻域 r 阶正则负定, 即存在 $a > 0$ 使得在原点的某邻域中有 $P(x) = -a|x|^r$.

考虑系统 $\dot{x} = f(x)$ 的中心流形。设 $x = (x_1, x_2)^T$, 其中 x_1 和 x_2 对应 $Df(0)$ 中特征值分别为零和负数的各分量, 此时系统 $\dot{x} = f(x)$ 变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) \end{cases}$$

令 $x_2 = \pi(x_1)$, $\pi(0) = 0$, $\frac{\partial \pi}{\partial x_1}(0) = 0$, 满足

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} f_1(x_1, \pi(x_1)) = f_2(x_1, \pi(x_1))$$

则系统 $\dot{x} = f(x)$ 在其中心流形上的投影子系统为 $\dot{x}_1 = f_1(x_1, \pi(x_1))$ 。由正定及正则正定定义中 x 的任意性, 可得 $\tilde{V}(x_1) = V(x_1, \pi(x_1))$ 正定, 且由

$$x = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \text{ 有}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{V}} &= \left[\frac{\partial V}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_2} \frac{\partial \pi}{\partial x_1} \right] f_1(x_1, \pi(x_1)) = \\ &= \frac{\partial V}{\partial x_1} f_1(x_1, \pi(x_1)) + \frac{\partial V}{\partial x_2} f_2(x_1, \pi(x_1)) \\ &= -a((x_1, \pi(x_1))^T)^r = -a|x_1|^r \end{aligned}$$

即 $V(x_1)$ 是 $\dot{x}_1 = f_1(x_1, \pi(x_1))$ 的 Lyapunov 函数, 且 $\dot{\tilde{V}}(x_1)$ 为 r 阶正则负定。故 $\dot{x}_1 = f_1(x_1, \pi(x_1))$ 为 r 阶鲁棒稳定。定理得证。

3 零动态非渐稳系统的局部渐近镇定

引理 2 考虑系统

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A\xi + Y(\eta) \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $Y(\eta) = O(\|\eta\|^k)$, $q(0, 0) = 0$, 矩阵 A 的所有特征值都在左半复平面上, 且不是矩阵 $Q = \left[\frac{\partial q(\xi, \eta)}{\partial \xi} \right]_{(\xi, \eta) = (0, 0)}$ 的特征值。设映射 $\xi^* = \xi^*(\eta)$ 在 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 附近使 $A\xi^* + Y(\eta) = 0$, 若系统

$$\dot{\eta} = q(\xi^*(\eta), \eta) \quad (6)$$

在 $\eta = 0$ 时 r 阶 ($r > k$) 鲁棒稳定, 则系统 (5) 在 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 渐近稳定。

证明略。

由于系统 (6) 与系统 (3) 具有相同的物理意义, 都表示当系统输出达到平衡值时系统内部各非零状态的运动, 故称系统 (6) 为系统 (5) 的扩展零动态。

由引理 2 可直接得到如下定理:

定理 3 对满足命题 1 条件的系统 (2), 若取 $v = v(\eta)$, $v(\eta) = O(\|\eta\|^k)$, 使系统

$$\dot{\eta} = q(-A^{-1}Bv(\eta), \eta) \quad (7)$$

在 $\eta = 0$ 时 r 阶 ($r > k$) 鲁棒稳定, 则 $v = v(\eta)$ 使系统 (2) 在 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 渐近稳定。

定理 3 给出了能使零动态非渐稳的系统局部渐近镇定的一个充分条件。它表明, 为使系统 (2) 局部渐近镇定, 最终只需求解一个使扩展零动态 (7) r 阶 ($r > k$) 鲁棒稳定的控制律即可。

4 主要结果

上节提供了零动态非渐稳的系统能被局部渐近镇定的一个充分条件。本节将给出该系统在满足这一条件及条件 (S) 时, 能使该系统局部渐近镇定的反馈控制函数的构造。下面通过静态分叉控制的方法进行研究。

设非线性控制系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) = \\ &= f_0(x) + uf_1(x) + u^2f_2(x) + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $x \in R^n, u \in R, f$ 光滑, $f(0, 0) = f_0(0) = 0$ 。令

$$\begin{aligned} f_i(x) &= Y_i + L_i x + Q_i(x, x) + \\ &+ C_i(x, x, x) + \dots, \quad i = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

由于 $f_0(0) = 0$, 故有 $Y_0 = 0$, $Q_i(x, x)$ 和 $C_i(x, x, x)$ 分别是由对称双线性型和对称三线性型生成的向量二次型和三次型映射。此时, (8) 的零输入系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, 0) = f_0(x) = \\ &= L_0 x + Q_0(x, x) + C_0(x, x, x) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

若对系统 (10) 有如下条件:

定义 3 若 L_0 有一个零特征值 $\lambda = 0$, 而其余特征值都具有负实部, 则称系统 (8) 满足条件 (S)。

设满足条件 (S) 的系统 (8) 是单参数系统族

$$\dot{x} = f_\mu(x, u) \quad (11)$$

在 $\mu = 0$ 时的系统 f_μ 关于 μ 光滑, 其某一特征值 $\lambda_1(\mu)$ 是条件 (S) 中 λ_1 的连续扩充, 即满足 $\lambda_1(0) = 0$, 且 $\text{Re} \lambda_1(0) < 0$, 则 (11) 在 $\mu = 0$ 发生静态分叉^[5]。此时, 在 (x, μ) 空间的原点附近, 有一条局部曲线 $(x(\epsilon), \mu(\epsilon))$ 经过原点 $(0, 0)$, 且对于足够小的 $|\epsilon|$, $x(\epsilon)$ 是系统 (11) 在 $\mu = \mu(\epsilon), u = 0$ 时的平衡点, $x(\epsilon)$ 和 $\mu(\epsilon)$ 有如下展开式

$$\begin{cases} x(\epsilon) = x_1\epsilon + x_2\epsilon^2 + \dots \\ \mu(\epsilon) = \mu_1\epsilon + \mu_2\epsilon^2 + \dots \end{cases} \quad (12)$$

若 $\mu_1 = 0$, 则 $x(0)$ 不稳定。由于系统 $\dot{x} = f_0(x, u)$ 满足条件(S), 则(10)中相应于0特征值的状态向量, 其右端函数将从2次项开始, 这对应于(12)中 $\mu(\epsilon)$ 将从第二项开始。

下面主要讨论 $\mu_1 = 0$ 的情形。若 $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0$, 则在小范围内存在另两个平衡点, 且它们存在一个特征值 β , 当 $\mu = 0$ 时 $\beta = 0$, β 有如下展开式

$$\beta(\epsilon) = \beta_1 \epsilon + \beta_2 \epsilon^2 + \dots \quad (13)$$

且 $\mu_1 = 0$ 时有 $\beta_1 = 0$, 此时当 $\beta_2 < 0$ 时, $x(0)$ 渐近稳定; 而当 $\beta_2 > 0$ 时, $x(0)$ 不稳定。静态分叉控制的主要思想是, 通过选择适当的反馈控制函数 $u(x)$ 使 $\beta_1 = 0, \beta_2 < 0$, 从而使系统(8)在 $x = 0$ 时渐稳。下面给出静态分叉控制的主要结果。

令 l 和 r 分别是 L_0 关于 $\lambda = 0$ 的左、右特征向量, r 的第一个分量为1, 且 $lr = 1_0$ 。则求解 β_1 和 β_2 的公式如下

$$L_0 = (L_0^T L_0 + l^T l)^{-1} L_0^T \quad (14a)$$

$$x_2 = -L_0 Q_0(r, r) \quad (14b)$$

$$\beta_1 = Q_0(r, r) \quad (14c)$$

$$\beta_2 = l[2Q_0(r, x_2) + C_0(r, r, r)] \quad (14d)$$

引理3^[3] 若系统(8)满足条件(S)且 $lY_1 = 0$, 则存在仅含关于 x 的2次和3次项的光滑反馈控制 $u = u(x), u(0) = 0$, 使系统(8)在 $x = 0$ 时渐稳, 且 $u(x)$ 的2次项使控制系统的参数 $\beta_1 = 0$, 3次项使控制系统的参数 $\beta_2 < 0$ 。

引理4^[4] 若系统(8)满足条件(S)且 $lY_1 = 0$, 当 $u = 0$ 时系统(8)的参数 $\beta_1 = 0, \beta_2 > 0$, 且

$$l[L_1 r - 2Q_0(r, L_0 Y_1)] = 0$$

则存在光滑反馈控制函数 $u(x) = x^T Q_u x$, 使系统(8)在 $x = 0$ 时渐稳, Q_u 为方阵。

引理3和引理4给出了满足条件(S)的控制系统存在光滑反馈函数使系统局部渐近镇定的充分条件, 并给出了使系统镇定的反馈函数的形式。而利用公式组(14)及条件 $\beta_1 = 0, \beta_2 < 0$, 就可对具体系统构造其反馈函数, 使该系统镇定。

根据以上静态分叉控制结果, 可得出使系统(2)镇定的主要结果。对系统(2)进行Taylor展开, 有

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A \xi + B v \\ \dot{\eta} = q(\xi, \eta) = \\ q^0(\eta) + q^1(\eta)\xi + q^2(\eta)Q(\xi, \xi) + \dots \end{cases} \quad (15)$$

其中列向量 $Q(\xi, \xi)$ 的每一项是 ξ 的一个二次单项式, 行向量 $q^k(\eta) = (q_1^k(\eta) \dots q_{c_k}^k(\eta)), k = 1, 2, \dots$ 。对 $q^0(\eta)$ 和 $q_i^k(\eta)$ Taylor展开, 有

$$q_i^k(\eta) = Y_i + L_i^k \eta + Q_i^k(\eta, \eta) + C_i^k(\eta, \eta, \eta) + \dots \quad (16)$$

由于 $q(0, 0) = 0$, 故有 $Y^0 = 0, Q_i^k(\eta, \eta)$ 和 $C_i^k(\eta, \eta, \eta)$ 分别是由对称双线性型和对称三线性型生成的向量二次型和三次型映射。

将 $\xi^T = -A^{-1}Bv(\eta)$ 代入(15), 得到系统(2)的零动态(7)的Taylor展开

$$\begin{cases} \dot{\eta} = q(-A^{-1}Bv(\eta), \eta) = \tilde{q}(v, \eta) = \\ f_0(\eta) + v f_1(\eta) + v^2 f_2(\eta) + \dots \end{cases} \quad (17)$$

其中 $f_i(\eta) (i = 0, 1, \dots)$ 有类似于(10)式的Taylor展开, 即

$$f_i(\eta) = Y_i + L_i \eta + Q_i(\eta, \eta) + C_i(\eta, \eta, \eta) + \dots, \quad i = 0, 1, \dots \quad (18)$$

且有 $f_0(\eta) = q^0(\eta), f_1(\eta) = -q^{-1}(\eta)A^{-1}B, Y_0 = 0, Y_i = -(Y_i^1 \dots Y_i^r)A^{-1}B$ 。令 l 和 r 分别是 L_0 关于 $i\omega$ 的左、右特征向量, r 的第一个分量为1, 且 $lr = 1_0$ 。若系统(17)的零输入系统

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \tilde{q}(0, \eta) = f_0(\eta) = \\ L_0 \eta + Q_0(\eta, \eta) + C_0(\eta, \eta, \eta) + \dots \end{cases} \quad (19)$$

满足条件(S), 则可对系统(17)应用静态分叉控制的方法构造反馈函数 $v(\eta) = O(\|\eta\|^2)$, 使零动态(7) $r(r-3)$ 阶鲁棒稳定, 由定理3知该 $v(\eta)$ 使系统(2)渐稳。

总结上述讨论, 与静态分叉控制的两个引理相对应, 可得到如下两个定理:

定理4 系统(17)满足条件(S), $lY_1 = 0$ 。若存在仅含关于 x 的2次和3次项的光滑反馈控制 $v = v(\eta), v(0) = 0$, 使系统(7)在 $\eta = 0$ 时 $r(r-3)$ 阶鲁棒稳定, 则该光滑反馈控制 $v(\eta)$ 使系统(2)在 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 时渐稳, 且 $v(\eta)$ 的2次项使控制系统的参数 $\beta_1 = 0$, 3次项使控制系统的参数 $\beta_2 < 0$ 。

定理5 系统(17)满足条件(S), $lY_1 = 0$ 。若 $v = 0$ 时系统(2)的参数 $\beta_1 = 0, \beta_2 > 0$, 且

$$l[L_1 r - 2Q_0(r, L_0 Y_1)] = 0$$

存在光滑反馈控制函数 $v(\eta) = \eta^T Q_v \eta$ 使系统(7)在 $\eta = 0$ 时 $r(r-3)$ 阶鲁棒稳定, 则该光滑反馈控制 $v(x)$ 使系统(2)在 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 时渐稳, Q_v 为方阵。

5 算 例

考虑系统

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + v(x, y) \\ \dot{y} = y^2 - x \end{cases} \quad (20)$$

经验证可知系统 (20) 满足定理 4 的条件。并且易知当 $v(x, y) = 0, x(0) = 0, y(0) < 0$ 时, 该系统不稳定。利用本文方法, 选择输入 $v(x, y) = y^2 + y^3$, 此时系统 (20) 的扩展零动态为 $\dot{y} = y^3$, 易知其为 3 阶鲁棒稳定。故输入 $v(x, y) = y^2 + y^3$ 使系统 (20) 渐近稳定。

6 结 论

针对零动态非渐稳的单输入单输出控制系统, 从关于零动态渐稳系统判稳的命题出发, 结合本文提出的鲁棒稳定的概念, 给出了一个更一般的判断系统渐近稳定性质的引理, 并利用该引理得到零动态非渐稳的系统局部渐近镇定的一个充分条件。在此基础上, 利用静态分叉控制的引理, 对一类满足条件 (S) 的系统提供了使系统局部渐近镇定的反馈函数存在的充分条件定理, 并给出该反馈函数的具体形式及约束条件公式。这使本文结果易于应用于实际工程问题。

另一方面, 本文也是对静态分叉控制理论的一种简化。由于零动态的维数小于系统维数, 仅对系统零动态应用静态分叉控制的方法必然比对原系统应用该方法简洁。

参 考 文 献

- 1 陈彭年, 韩正之, 张钟俊 非线性控制系统镇定的若干进展 控制理论与应用, 1995, 12(4): 401- 409
- 2 A Isidori Nonlinear control systems Berlin: Springer-Verlag, 1989
- 3 E H Abed, J H Fu Local feedback stabilization and bifurcation control- Part II. Systems & Control Letters, 1987, 8(31): 467- 473
- 4 J H Fu Smooth feedback stabilizability of nonlinear systems Contr Theory & Advanced Tech, 1990, 6(4): 559 - 571
- 5 J Guckenheimer, P Holmes Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcation of vector fields Berlin: Springer-Verlag, 1983

作 者 简 介

李春文 男, 1958 年生。清华大学自动化系教授, 博士。研究领域为非线性控制, 稳定性分析等。

唐 云 男, 1941 年生。1965 年毕业于北京大学数学系, 现为清华大学应用数学系教授, 博士生导师。主要研究方向为动力系统及应用。

胡世文 男, 1972 年生。1996 年毕业于清华大学自动化系, 现为清华大学应用数学系硕士研究生。主要研究方向为动力系统及其稳定性。

(上接第 152 页)

参 考 文 献

- 1 Kwon W H, A E Pearson A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system. IEEE Trans on Autom Contr, 1977, 22(6): 838- 842
- 2 Tadmor G Receding horizon revisited: An easy way to robustly stabilize an LTV system. Systems & Control Letters, 1992, 18(2): 285- 294
- 3 吴玮琦 鲁棒预测控制研究 上海交通大学博士学位论文, 1998
- 4 顾永如 不确定系统的鲁棒稳定与控制 浙江大学博士学位论文, 1997

位论文, 1997

作 者 简 介

耿晓军 女, 1972 年生。1996 年在西北工业大学获工学硕士学位, 现为上海交通大学自动化系博士研究生。主要从事非线性预测控制的研究。

席裕庚 男, 1946 年生。1968 年毕业于哈尔滨军事工程学院, 1984 年在慕尼黑工业大学获工学博士学位, 现为上海交通大学教授, 博士生导师。目前主要研究方向为复杂工业过程和智能机器人控制的理论和方法。