第15卷 第2期 控 制 与 决 策 2000年3月
Vol 15 No. 2 CONTROL AND DECISION Mar. 2000

一类非线性系统的间接自适应输出反馈模糊控制*

王 涛
(辽宁工学院数学系 锦州 121001)

摘 要 针对一类未知非线性系统,提出一种输出反馈控制方法。首先在假设系统状态已知的情况下设计状态反馈控制器,实现跟踪性能。然后在系统状态不完全可测的情况下,通过设计高增益观测器对系统的状态进行估计,实现输出反馈控制器设计。最后证明所设计的输出反馈控制器可获得状态反馈控制器所取得的最大最小问题的跟踪性能。

关键词 模糊自适应控制,非线性系统,输出反馈
分类号 TP 273

Fuzzy Indirect Adaptive Output Feedback Control of Nonlinear Systems

Wang Tao
(Liaoning Institute of Technology)

Abstract Fuzzy indirect adaptive output feedback tracking control scheme is developed for a class of nonlinear systems. The designing process is divided into two steps. First it is supposed that all the states are available for feedback and the state feedback controller is designed. Second it is supposed that the states are not available for feedback, then output feedback controller is designed by introducing high gain obsever. It is proved that the output feedback controller can achieve the tracking performance of maximum minimum problem.

Key words fuzzy adaptive control, nonlinear systems, output feedback

1 引 言

现实世界中,几乎所有的控制系统都是非线性系统,而如何实现非线性系统的控制是控制界所面临的一大难题。模糊集理论的出现,特别是应用模糊逻辑系统来研究非线性不确定动态系统的控制取得一定进展后,关于模糊控制系统的稳定性、鲁棒性及控制性能方面的研究更引起人们广泛的关注。目前,所提出的模糊控制方法及性能研究均假设非线性系统的状态可测[1,2],而实际控制系统中,一般系统的状态是部分可测或完全不可测,这便限制了这些控制方法的应用范围。因此,如何在系统的状态不可测情况下,研究非线性不确定动态系统的自适应模糊控制显得尤为重要。

本文针对一类单输入单输出非线性系统,提出一种模糊自适应输出反馈控制设计方法。首先在假设系统状态已知的情况下,设计状态反馈控制器,并研究这种控制器所具有的性能。然后在系统状态未知的情况下,通过引入高增益观测器来估计系统的状态,进而实现输出反馈控制的设计;考虑到模糊系统逼近误差的存在,通过引入鲁棒补偿器来减小对输出误差的影响。最后证明在一定条件下,输出反馈控制器能够恢复状态反馈控制器所取得的最大最小问题的跟踪性能。

2 模糊自适应状态反馈控制的设计与稳定性分析

考虑非线性系统[1,2]

* 国家自然科学基金项目(69874020)
1998-12-21 收稿,1999-05-31 修回

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)}) + \\ \qquad g(x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})u \\ y = x \end{cases} \qquad (2.1)$$

式中, f, g 为未知的连续函数, $u \in R$ 和 $y \in R$ 分别为系统的输入和输出。设 $\mathbf{x} = (x,\dot{x},\cdots,x^{(n-1)})^{\mathrm{T}}$ 是系统的状态, 并假设是不可测的。

对于给定的有界参考信号 y_r, 假设 $y_r, y_r^{(1)}, \cdots, y_r^{(n-1)}$ 均有界可测, 定义跟踪误差 $e = y_r - y$。$\mathbf{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \cdots, y_r^{(n-1)}]$, 并且假设 $\forall \mathbf{x} \in R^n$, $|g(\mathbf{x})| > 0$。

本节讨论在状态 $\mathbf{x}$ 可测的情况下, 构造状态反馈自适应模糊控制器。

将(2.1)式表示为如下状态方程

$$\dot{\mathbf{e}} = A\mathbf{e} + b\{f(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r) + g(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)u\} \qquad (2.2)$$

其中(A, b)为可控标准型。选取矩阵 K 使得 $A_m = A - bK$ 为Hurwitz矩阵, 即它的特征值均位于左半开平面。将(2.2)式化为

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + b\{K\mathbf{e} + f(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r) + g(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)u - y_r^{(n)}\} \qquad (2.3)$$

由于 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 是未知的连续函数, 为此应用模糊逻辑系统 $\hat{f}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_f)$, $\hat{g}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g)$ 来分别逼近 $f(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)$ 和 $g(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)$, 然后设计状态反馈控制器。

根据文献[1]的思想, 模糊逻辑系统是利用单点模糊化、乘积模糊推理、中心非模糊化算子, 把下面的模糊推理规则化成精确的数学表示式。

$R^{(l)}$: if x_1 is F_1^l and x_2 is F_2^l and $\cdots$ and x_n is F_n^l

Then y is C^l, $\quad l = 1, 2, \cdots, M \qquad (2.4)$

其中, $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}} \in U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$, $U_i \subset R$, $i = 1, 2, \cdots, n$; F_i^l 和 C^l 分别为定义在 U_i 和 R 上的模糊集。

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^l \prod_{i=1}^{n} \mu_i^l(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \sum_{i=1}^{n} \mu_i^l(x_i)} \qquad (2.5)$$

定义模糊径向基函数为

$$\xi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^{n} \mu_i^l(x_i)}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \mu_i^l(x_i)} \qquad (2.6)$$

记 $\theta = (y^1, \cdots, y^M)^{\mathrm{T}}$, $\Phi(x) = (\xi_1(x), \cdots, \xi_M(x))^{\mathrm{T}}$, 则模糊逻辑系统可化成

$$\hat{y}(x) = \theta^{\mathrm{T}}\Phi(x) \qquad (2.7)$$

设模糊逻辑系统 $\hat{f}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_f)$, $\hat{g}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g)$ 的表达式为

$$\hat{f}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_f) = \sum_{l=1}^{N} \theta_{fl}\xi_l(\mathbf{y},\mathbf{e}) = \theta_f^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{y},\mathbf{e}) \qquad (2.8)$$

$$\hat{g}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g) = \sum_{l=1}^{N} \theta_{gl}\xi_l(\mathbf{y},\mathbf{e}) = \theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{y},\mathbf{e}) \qquad (2.9)$$

应用 $\hat{f}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g)$, $\hat{g}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g)$ 来分别逼近(2.3)中的 $f(\cdot)$, $g(\cdot)$, 得

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + b\{K\mathbf{e} + \theta_f^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r) + \theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)u - y_r^{(n)} + w\} \qquad (2.10)$$

其中 $w = (f - \hat{f}) + (g - \hat{g})u$ 为模糊系统的逼近误差。取控制律为

$$u = \frac{1}{\theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(\cdot)}[-K\mathbf{e} + y_r^{(n)} - \theta_f^{\mathrm{T}}\Phi(\cdot) + u_e] \qquad (2.11)$$

式中

$$u_c = \frac{1}{\theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(\cdot)}[-K\mathbf{e} + y_r^{(n)} - \theta_f^{\mathrm{T}}\Phi(\cdot)]$$

为等价控制器, u_e 为鲁棒控制器。参数 θ_f, θ_g 的最优估计 θ_f^*, θ_g^* 分别定义为

$$\theta_f^* = \arg\min_{\theta_f \in \Omega_1}[\sup \| f(x) - \hat{f}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_f) \|]$$

$$\theta_g^* = \arg\min_{\theta_g \in \Omega_2}[\sup \| g(x) - \hat{g}(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r|\theta_g) \|]$$

由(2.10)和(2.11)式得

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + b\{\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r) + \tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)u_c + \theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(\mathbf{e}+\mathbf{y}_r)u_e + w\} \qquad (2.12)$$

控制目标是设计鲁棒控制器 u_e 及参数 θ_f, θ_g 的自适应律, 使得对于给定的减弱水平 ρ, 最小最大输出跟踪性能达到

$$\min_{u_e \in L_2[0,T]} \max_{w \in L_2[0,T]} \int_0^T (\mathbf{e}^{\mathrm{T}}Q\mathbf{e}(t) + ru_e^2 - \rho^2 w^2)\mathrm{d}t \le \mathbf{e}^{\mathrm{T}}(0)P\mathbf{e}(0) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) \qquad (2.13)$$

其中, $T \in [0, \infty)$, $Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$, $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $\eta_1, \eta_2 > 0$ 是权重因子, $r > 0$。

对于动态系统(2.12), 定义目标函数为

$$J(e, u_e, w) = \int_0^T [e^{\mathrm{T}}(t)Qe(t) + r^2u_e - \rho^2 w^2]\mathrm{d}t \qquad (2.14)$$

等价于

$$J(e, u_e, w) = \mathbf{e}^{\mathrm{T}}(0)P\mathbf{e}(0) - \mathbf{e}^{\mathrm{T}}(T)P\mathbf{e}(T) +$$

$$\frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) - \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_f(T) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) - \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_g(T) + \int_0^T\Big[e^{\mathrm{T}}Qe + ru_e^2 - \rho^2 w^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(e^{\mathrm{T}}(t)Pe(t)) + \frac{1}{\eta_1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f) + \frac{1}{\eta_2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g)\Big]\mathrm{d}t \qquad (2.15)$$

定理 1　考虑非线性系统(2.1), 如果采用控制器(2.11), 参数向量的 θ_f, θ_g 自适应律及鲁棒控制器分别为

$$\begin{cases}\dot{\theta}_f = \eta_1 Pb\Phi(y, e) \\ \dot{\theta}_g = \eta_2 Pb\Phi(y, e)u_c\end{cases} \qquad (2.16)$$

$$u_e = -\frac{1}{r}b^{\mathrm{T}}Pe(t) \qquad (2.17)$$

其中 $r > 0$, P 是黎卡提方程(2.18) 的正定解。

$$PA_m + A_m^{\mathrm{T}}P + Q - \frac{1}{r}Pbb^{\mathrm{T}}P + \frac{1}{\rho^2}Pbb^{\mathrm{T}}P = 0 \qquad (2.18)$$

则对于给定的减弱水平 ρ, 最大最小输出跟踪问题的性能(2.15) 能够达到。

证明　由(2.12) 式得

$$J(e, u_e, w) = e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) - e^{\mathrm{T}}(T)Pe(T) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) - \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_f(T) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) - \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_g(T) + \int_0^T\Big[e^{\mathrm{T}}(A^{\mathrm{T}}P + PA + Q)e + ru_e^2 - \rho^2 w^2 + 2e^{\mathrm{T}}(t)Pbu_e + 2\Phi e^{\mathrm{T}}(t)Pb\tilde{\theta}_f + 2\Phi e^{\mathrm{T}}(t)Pb\tilde{\theta}_g u_e + 2\Phi e^{\mathrm{T}}(t)Pbw + \frac{2}{\eta_1}\dot{\tilde{\theta}}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f + \frac{2}{\eta_2}\dot{\tilde{\theta}}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g\Big]\mathrm{d}t \qquad (2.19)$$

由(2.14) - (2.18) 及配方得

$$J(e, u_e, w) = e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) - e^{\mathrm{T}}(T)Pe(T) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) - \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_f(T) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) - \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_g(T) + \int_0^T\Big[ru_e + b^{\mathrm{T}}Pe\Big]^2\frac{1}{r}(\rho w - \frac{1}{\rho}b^{\mathrm{T}}Pe)^{\mathrm{T}}\Big]\mathrm{d}t \qquad (2.20)$$

由上式可获得逼近误差 w 对跟踪输出误差的最坏影响为 $w = \frac{1}{\rho^2}b^{\mathrm{T}}Pe(t)$。

$$\min_{u_e \in L_2[0,T]}\max_{w \in L_2[0,T]} J(e, u_e, w) = e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) - \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_f(T) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) - \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(T)\tilde{\theta}_g(T) \le e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) + \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) \qquad (2.21)$$

在控制中不能保证参数 θ_f, θ_g 保持在给定的有界闭集内, 为此应用文献[3] 的投影算子, 设参数向量的可行域为

$$\Omega_1 = \{\theta_f \mid \|\theta_f\|^2 \le M_f\}$$
$$\Omega_{\delta_1} = \{\theta_f \mid \|\theta_f\|^2 \le M_f + \delta_1\}$$
$$\Omega_2 = \{\theta_g \mid \|\theta_g\|^2 \le M_g\}$$
$$\Omega_{\delta_2} = \{\theta_g \mid \|\theta_g\|^2 \le M_g + \delta_2\}$$

采用如下参数自适应律

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases}\eta_1 Pb\Phi(y, e), & \text{if } (\theta_f \in \Omega_1) \text{ or } (\theta_f \notin \Omega_1 \\ & \text{and } e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(y, e) \le 0) \\ P_{r1}[\bullet], & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (2.22)$$

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases}\eta_2 Pb\Phi(y, e)u_c, & \text{if } (\theta_g \in \Omega_2) \text{ or } (\theta_g \notin \Omega_2 \\ & \text{and } e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(y, e)u_c \le 0) \\ P_{r2}[\bullet], & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (2.23)$$

投影算子 $P_{ri}[\bullet]$ 定义为

$$P_{r1}[\bullet] = \eta_1 e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\bullet) - \eta_1\frac{(\|\theta_f\|^2 - M_1)e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\bullet)}{\delta_1\|\theta_f\|^2}\theta_f$$

$$P_{r2}[\bullet] = \eta_2 e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\bullet)u_c - \eta_2\frac{(\|\theta_g\|^2 - M_2)e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\bullet)u_c}{\delta_2\|\theta_g\|^2}\theta_g$$

则 $\theta_f \in \Omega_1$, $\theta_g \in \Omega_2$。

3　自适应输出反馈控制的设计与稳定性分析

本节研究如何在系统状态不可测的情况下实现系统的输出反馈控制, 因此需要对控制器中所涉

及的变量进行估计。由于 y_r 是可利用的，所以只需估计 x，即估计 e。设计如下高增益观测器

$$\begin{cases}\dot{\hat{e}}_i = \hat{e}_{i+1} + \dfrac{\alpha_i}{\epsilon}(e_1 - \hat{e}_1), & 1 \le i \le n-1 \\ \dot{\hat{e}}_n = \dfrac{\alpha_n}{\epsilon}(e_1 - \hat{e}_1) \end{cases} \tag{3.1}$$

其中 ϵ 是后面将要设计的比较小的正参数。选择 $\alpha_i > 0$ 使得如下多项式

$$s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}s + \alpha_n = 0 \tag{3.2}$$

的所有根均在左半开平面内。定义

$$\Psi_1 = e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\cdot), \quad \Psi_2 = e^{\mathrm{T}}Pb\Phi(\cdot)v \tag{3.3}$$

由于高增益观测器的引入，闭环系统将出现冲击现象。为了避免这种现象，我们在感兴趣的范围内对控制器 v 及向量 Ψ_i 进行饱和处理，具体做法如下：假定所有的初始值有界，且 $\theta_f(0) \in \Omega_1$，$\theta_g(0) \in \Omega_2$，$e(0) \in E_0$，其中 E_0 为 R 的紧集。定义

$$c_1 = \max_{e \in E_0}(e^{\mathrm{T}}Pe)$$

$$c_2 = \frac{1}{2\eta_1}\max_{\theta_f^* \in \Omega_f,\, \theta_f \in \Omega_{\delta_1}}(\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_f)$$

$$c_3 = \frac{1}{2\eta_2}\max_{\theta_g^* \in \Omega_g,\, \theta_g \in \Omega_{\delta_2}}(\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_g)$$

令

$$c_4 > c_1 + c_2 + c_3$$

则对于 $t \ge 0$，设 $e(0) \in E = \{e^{\mathrm{T}}Pe \le c_4\}$ 且 $e(t) \in E$。由于 u 及 Ψ_i 是紧集 $E \times \Omega_{\delta_1} \times \Omega_{\delta_2}$ 上的连续函数，则它们的最大值存在，记为

$$S = \max\left|u(e, y_r, \theta_f, \theta_g)\right|$$

$$S_i = \max\left|\Psi_i(e, \theta_f, \theta_g)\right|_{i=1,2}$$

定义饱和函数

$$u^s(e, y_r, \theta_f, \theta_g) = S\,\mathrm{sat}(u/S) \tag{3.4}$$

$$\Psi_i^s(e, y_r) = S_i\,\mathrm{sat}(\Psi_i/S_i) \tag{3.5}$$

其中

$$\mathrm{sat}(x) = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ x, & |x| \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

通过引入饱和函数，对于任意的 $e(0) \in E_0$，$\theta_f(0) \in \Omega_1$，$\theta_g(0) \in \Omega_2$，有 $|u| \le S$，$|\Psi_i| \le S_i$。进一步，为消除由于实现观测器而产生的峰值现象，将式(3.1)变为如下的奇异摄动模型

$$\begin{cases}\epsilon \dot{q}_i = q_{i+1} + \alpha_i(e_1 - q_1), & 1 \le i \le n-1 \\ \epsilon \dot{q}_n = \alpha_n(e_1 - q_1)\end{cases} \tag{3.6}$$

其中，$\hat{e}_i = q_i/\epsilon^{i-1}$，$1 \le i \le n$。由上式可知，当 $\hat{e}$ 及初始条件是 ϵ 的有界函数时，(3.6) 可有效地避免峰值现象的发生。

设基于观测器的输出反馈控制策略为

$$u = u^s(\hat{e}, y_r, \theta_f, \theta_g) \tag{3.7}$$

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases}\eta_1\Psi_1^s(\hat{e}, y_r), & \text{if } (\theta_f \in \Omega_1) \text{ or } (\theta_f \notin \Omega_1 \\ & \text{and } \Psi_1^s(\hat{e}, y_r)\theta_f^{\mathrm{T}} \le 0) \\ P_{r1}[\cdot], & \text{otherwise}\end{cases} \tag{3.8}$$

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases}\eta_2\Psi_2^s(\hat{e}, y_r)u(\hat{e}, y_r, \theta_f, \theta_g), & \text{if } (\theta_g \in \Omega_2) \text{ or} \\ & (\theta_g \notin \Omega_2 \text{ and } e^{\mathrm{T}}Pb\Psi_2^s(e, y_r)u^s \le 0) \\ P_{r2}[\cdot], & \text{otherwise}\end{cases} \tag{3.9}$$

定义广义观测误差

$$\xi_i = \frac{e_i - \hat{e}_i}{\epsilon^{i-1}}, \quad 1 \le i \le n \tag{3.10}$$

令 $\xi = [\xi_1, \cdots, \xi_n]^{\mathrm{T}}$，则闭环系统(2.5)可表示为如下的奇异摄动模型

$$\begin{aligned}\dot{e} = {} & A_m e + b\{Ke + \tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\Phi(e + y_r) + \\ & \theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(e + y_r)u^s(e - D(\epsilon)\xi, \\ & y_r, \theta_f, \theta_g) - y_r^{(n)} + w\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}\epsilon\dot{\xi} = {} & (A - HC)\xi + \epsilon b\{\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}\Phi(e + y_r) + \\ & \theta_g^{\mathrm{T}}\Phi(e + y_r)u^s(e - D(\epsilon)\xi, \\ & y_r, \theta_f, \theta_g) - y_r^{(n)} + w\}\end{aligned} \tag{3.12}$$

其中 $H = [\alpha_1, \cdots, \alpha_n]^{\mathrm{T}}$，矩阵 $A - HC$ 的特征方程为式(3.2)，是 Hurwitz 矩阵，$D(\epsilon)$ 是对角阵，对角线上第 i 个元素为 ϵ^{n-i}。

由上式可以看出，闭环系统(3.12)的降阶方程恰好是状态反馈控制情况下的闭环系统(2.6)。另外，由(3.12)可知，ξ 的变化依赖于 ϵ，当 $\epsilon \to 0$ 时，将出现冲击现象。由于 ξ 是通过饱和函数作用而进入慢变方程(3.12)中，所以慢变量 e，θ_f，θ_g 不会出现类似的冲击现象。下面给出输出反馈控制器的性质。

定理 2 考虑(2.1)的控制对象，满足假设 1 的条件，取初始值 $\theta_f(0) \in \Omega_1$，$\theta_g(0) \in \Omega_2$，$e(0) \in E_0$，采用输出反馈控制策略(3.7)—(3.9)，则存在 $\epsilon^* > 0$，当 $\epsilon \in (0, \epsilon^*]$ 时，有如下性质：

1) $\theta_f \in \Omega_{\delta_1}$，$\theta_g \in \Omega_{\delta_2}$，$x$，$u \in L_\infty$。

2) 对于给定的抑制消弱水平 ρ，输出跟踪误差能恢复最小最大跟踪性能指标，即

$$\begin{aligned}\min_{u_e \in L_2[0,T]}\max_{w \in L_2[0,T]} J(e, u_e, w) \le {} & e^{\mathrm{T}}(0)Pe(0) + \frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_f^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_f(0) + \\ & \frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_g^{\mathrm{T}}(0)\tilde{\theta}_g(0) + KT\epsilon\end{aligned} \tag{3.13}$$

证明与文献[4]相类似，此略。

(下转第 185 页)

其中, x_k 是 X 中的元素, $k = i*H^3 + j*H^2 + m*H + n$。$L_3$ 与 L_4 的表达式和 L_2 类似。

采用截断误差法, 当误差小于 10^{-8} 时停止迭代, 得到

$$L_1 = 3.520\,2, \quad L_2 = 0.861\,3$$

$$L_3 = 0.782\,9, \quad L_4 = 0.538\,8$$

所得结果表明系统确实稳定。

6 结　　语

本文针对一简单可重入系统, 在除第一个缓冲区外, 其余缓冲区容量均有限的情况下, 推导了系统的排队网络模型, 并求出系统的稳态解。这表明用矩阵方程理论解决可重入生产线等多级排队网络是一个有价值的研究方向。 当然, 其中还存在许多问题, 如缓冲区容量均为无限时的系统求解, 如何根据系统的参数判定系统的稳定条件等。随着研究的深入, 相信这些问题都会迎刃而解。

参 考 文 献

1 Lawrence M Wein. Optimal control of a two- station Brownian network. Mathematics of Operations Research, 1990, 15(2): 215- 242

2 Dai J G. On positive Harris recurrence of multiclass queueing networks: A fluid approach via fluid limit models. Annals of Applied Probability, 1995, 5: 49- 77

3 劳斯 S M 著. 何声武, 等译. 随机过程. 北京: 中国统计出版社, 1997

4 Marcel F Neuts. Matrix - geometric solutions in stochastic models. The Johns Hopkins University Press, 1981

5 Gail H R, Hantler S L. Matrix - geometric invariant measures for G/M/1 type Markov chains. Communication Instatistics—— Stochastic Models, 1998, 14 (3): 537- 569

作 者 简 介

赵丽娜　女, 1973 年生。1997 年在哈尔滨工程大学获自动控制专业硕士学位, 博士研究生。研究方向为半导体生产系统的调度与优化及多级排队网络的性能分析。

郑应平　男, 1941 年生。中国科学院自动化研究所研究员, 博士生导师。研究领域为复杂系统, CMS, 优化, 博弈论。

(上接第 164 页)

4 结　　语

本文结合模糊逻辑系统、自适应控制及最优控制技术, 提出一种非线性未知系统的输出反馈自适应控制方法。该方法的最大特点是不需要系统状态可测的假设条件。

参 考 文 献

1 Wang Lixin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1993, 1(1): 146- 155

2 B S Chen, C H Lee, Y C Chang. H^{∞} Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: Adaptive fuzzy approach. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(4): 32 - 43

3 H K Khail. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input- output models. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, (2): 177- 188

4 佟绍成. 一类非线性系统间接自适应输出反馈模糊控制. 自动化学报, 1999, 25(4): 553- 559

作 者 简 介

王　涛　女, 1965 年生。1988 年毕业于东北师范大学数学系, 现为辽宁工学院讲师, 辽宁师范大学数学系硕士研究生。研究方向为模糊逻辑。