

# RBF 神经网络的递阶遗传训练新方法\*

郑丕谔 马艳华

(天津大学系统工程研究所 300072)

**摘要** 针对 RBF 网络的特点, 提出一种递阶遗传算法, 不仅可以同时确定网络参数(连接权、隐节点中心和宽度), 而且解决了网络拓扑结构的优化训练问题。算例仿真表明所提出的算法是很有效的。

**关键词** RBF 网络, 递阶遗传算法, 参数训练, 结构优化

**分类号** TP 18

## A New Hierarchical Genetic Algorithm for Training of RBF Neural Networks

Zheng Pi e, Ma Yanhua

(Tianjin University)

**Abstract** A hierarchical genetic algorithm for RBF neural networks is proposed to train network parameters such as centers, widths and connection weights. In addition, the configuration of an RBF network is also determined at the same time during training. Training and test based on practical data sets are carried out respectively, and a good performance of the new algorithm is demonstrated.

**Key words** RBF neural networks, hierarchical genetic algorithms, parameter training, structural optimization

### 1 引言

径向基函数神经网络是一种三层前馈网络, 含有输入层、隐含层和输出层。隐层神经元采用径向基函数作为激励函数, 故把网络简称为 RBF 网络。RBF 网络和其它神经网络不同, 它的每个隐节点都具有两个重要参数, 即径向基函数的中心和宽度。这两个参数对网络的性能具有重要意义。目前, 训练 RBF 网络的方法可分为遗传方法<sup>[1]</sup>和非遗传方法<sup>[2]</sup>。非遗传方法训练通常采用混合法, 用  $K$ -均值聚类法确定隐节点中心, 采用凑试法或估计法确定宽度<sup>[2]</sup>, 并结合最小二乘法或简单的  $\delta$  规则确定连接权。采用遗传算法时, 将连接权、隐节点中心及宽度编码为基因, 构成染色体, 通过遗传迭代使网络参数逐步优化, 得到满意结果<sup>[1]</sup>。上述两种算法的结构学习都以启发式算法或剪除过大网络或增长过小网络进行, 实际效果不象理论所述的那样理想。目前,

在理论上很难求得网络结构的最佳值, 所以, 如何在网络训练过程中, 同时优化拓扑结构、连接权重、隐节点中心参数和宽度参数已成为一个新的研究课题。

本文针对 RBF 网络的特点, 提出一种新的学习算法, 即用递阶遗传算法训练 RBF 网络。这种算法将 RBF 网络的拓扑结构、连接权重、隐节点中心参数和宽度参数看成一个整体, 编码为染色体, 选择适当规模的种群, 通过遗传迭代逐渐优化, 求得网络参数和隐节点数同时优化的结果。

### 2 RBF 网络

RBF 网络是单隐层前馈网络。设  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  为输入,  $y$  为单输出,  $S = (s_0, s_1, \dots, s_m)$  为隐节点的输出,  $W = (w_0, w_1, \dots, w_m)$  为连接权重,  $s_0$  和  $w_0$  分别为偏置节点和偏置权重。隐节点的激励函数取高斯函数, 网络的输出可表示为

$$y_k = \sum_{i=0}^m w_i \phi(X_k - C_i / \delta) \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金项目(79670064)

1998-10-12 收稿, 1998-11-16 修回

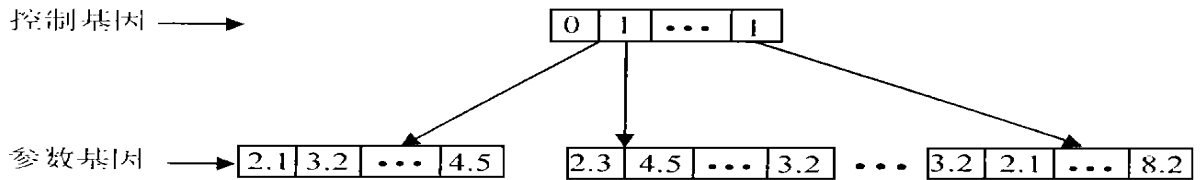


图1 染色体二级递阶结构及编码

其中,  $x_k$  为第  $k$  个输入样本,  $C_i$  为第  $i$  个隐节点的中心参数,  $\delta_i$  为宽度参数,  $\phi(\cdot)$  为激励函数。

### 3 染色体的递阶结构设计

在生物学领域, 染色体的结构是一系列基因按层次排列而成的, 一些基因控制着另一些基因, 有些基因可能处于激活状态, 而另一些基因则可能处于休眠状态。染色体可表示为包括控制基因和参数基因的递阶结构, 参数基因处于最低级, 控制基因处于上级, 下级基因串受上级基因的控制。在基因编码时, 控制基因常采用二进制编码: “1”表示对应的基因处于激活状态, 而与该基因相联系的低级基因串则处于有效状态; “0”表示对应的基因处于休眠状态, 与该基因相联系的低级基因串则处于无效状态。为计算方便和加强遗传算法在解空间的搜索能力, 参数基因采用实数编码, 每个基因用一个实数代表。这样定义染色体结构的遗传算法称为递阶遗传算法, 它比传统遗传算法包含更多的信息, 因而能处理更复杂的问题。二级递阶结构的染色体及编码如图1所示。

递阶遗传算法的效果与传统遗传算法的不同, 它的操作不仅可改变本级基因结构, 而且将引起下一级基因结构的改变, 因此在训练过程中网络参数和拓扑结构可同时优化。

### 4 递阶遗传算法设计

基于RBF网络的结构特点, 对于给定问题, 其输入与输出是确定的, 因此优化拓扑结构只需确定隐节点数。本文采用二级递阶染色体结构描述网络结构和参数, 其中控制基因表示隐节点。由于RBF网络参数比较多, 二进制编码将使染色体太长, 缺乏操作的现实性, 故采用实数编码。这不仅可以降低码长, 而且也提高了参数的直观性和精度, 但需设计专门的遗传操作算子。

#### 4.1 群体规模选择

合适的群体规模对遗传算法的收敛具有重要意

义。群体太小难以求得满意的结果, 群体太大则计算复杂。根据经验, 群体规模一般取 10 ~ 160。

#### 4.2 适值函数

训练神经网络的目标是使网络的精确度函数和网络的复杂度函数都达到最小, 这是一个双目标优化问题。RBF网络的复杂度由隐层节点数决定, 精度由网络输出与期望输出之间的误差决定。由于遗传算法是基于“适者生存”原理, 适值越大, 生存的概率也越大。欲使递阶遗传算法有效地训练RBF网络, 需在网络的两个目标函数与染色体适值函数之间建立合适的映射关系。考虑到网络的精确度函数值与网络的复杂度函数值在网络学习过程中的变化情况, 以及适值优化的方向, 建立适值函数为

$$f = \frac{2N}{(a + be^{m/dn})^N \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (2)$$

式中,  $m$  为隐节点数,  $n$  为网络输入节点数,  $a, b$  和  $d$  为待定系数,  $y_i$  表示第  $i$  个输入样本对应的网络输出,  $\hat{y}_i$  为期望输出,  $N$  为样本数。

#### 4.3 选择与复制

递阶遗传算法与传统遗传算法的选择操作一样, 适值越大的个体被选择的概率也越大。个体  $j$  的选择概率

$$S(j) = \frac{f_j}{F}, \quad F = \sum_{j=1}^{\text{size}} f_j$$

其中 size 表示种群规模,  $F$  表示种群的适值总和。个体  $j$  被复制的个数  $R_p(j) = \text{size} \times S(j)$ 。从初始化种群中经过选择与复制形成一个子群  $P_1(t)$ 。

#### 4.4 交叉与变异

交叉是按一定的概率从群体  $P_1(t)$  中每次随机选取一对个体, 随机确定一个或多个交叉点, 并交换这两个个体的交叉点一侧的基因位。交叉的目的在于产生新的基因组合, 交叉后形成一个子群  $P_2(t)$ 。递阶遗传算法的交叉操作分为控制基因交叉和参数基因交叉。这里, 对控制基因串和每一个隐节点的参数基因串均采用单点交叉, 这样每条染色体的最大可能交叉点数为控制基因串长度加一。由于参数基因采用实值编码, 为保证交叉后产生新的参数值, 并

开辟出新的搜索空间, 参数基因的交叉操作采用线性组合方式, 将两个基因串对应交叉位的值相组合生成新的基因串。交叉在遗传操作中起核心作用, 交叉概率较大可增强遗传算法开辟新搜索空间的能力, 但性能好的基因串遭到破坏的可能性较大, 算法收敛速度降低, 且不稳定; 若交叉概率较小, 则遗传算法搜索可能陷入迟钝状态。

变异是按一定的概率从子群  $P_2(t)$  中每次随机选取一个个体, 随机变化选定个体的某一个或某些基因位, 形成子群  $P_3(t)$ 。因为递阶结构染色体中既包括二进制码基因串, 又包括十进制码基因串, 所以对控制基因, 变异操作可以以一定的概率对变异位进行反运算; 对参数基因, 可采用偏置变异, 以一定的概率给变异位基因加一个从偏置区域中随机选取的数值。变异在遗传操作中属于辅助性的搜索操作, 主要目的是维持群体的多样性。较低的变异概率可以防止群体中重要的单一基因丢失, 但降低了遗传算法开辟新搜索空间的能力; 较高的变异概率将使遗传操作趋于纯粹的随机搜索, 降低了算法的收敛速度和稳定性。一般根据具体问题, 变异概率取  $0.001 \sim 0.01$  之间的值。为提高变异的有效性, 对强壮个体(适值大于等于平均适值的个体) 取较小的变异概率, 对非强壮个体(适值小于平均适值的个体) 取相对较大的变异概率。对  $P_3(t)$  进行适值评价, 再和  $P(t)$  组合成新一代种群  $P(t+1)$ 。

### 5 仿真研究

Mackey 和 Glass 建立了生理控制系统中混沌现象的一种时间序列预测数学模型, 人们常用其检验神经网络的学习和泛化能力。该模型的离散化形式为

$$x(t) = 0.77x(t-1) +$$

$$0.66 \left[ \frac{x(t-5)}{1+x(t-5)^{10}} \right] \quad (3)$$

本文采用具有 5 个输入节点, 1 个输出节点, 隐节点待定的 RBF 网络作为上述时间序列的预测模型。为叙述方便, 将其称为 5 - X - 1 RBF 网络。由式(3)产生 2000 组样本, 前 1000 组作为训练样本, 后 1000 组作为检验样本。文献[3] 得到网络的最佳隐节点数为 9, 本文取训练网络的初始隐节点数为 16, 基于时间序列的特点, 将偏置节点阈值改为  $S_0 =$

$a_j x_j$  ( $a_j$  为待定系数, 经网络训练确定)。根据经验, 适值函数式(2)的系数分别取  $a = 0.95, b = 0.05, d = 3$ , 训练网络隐节点数为 16, 种群规模为 50, 交叉概率为 0.55, 变异概率为 0.005, 选择适当的参数偏置变异区间。经过 220 次遗传迭代, 得到网络有效隐节点数为 7, 精度函数值  $err1 = 0.000974$ , 小于 0.001。为方便起见, 将所得网络称为 OPT - RBF 网络, 其参数如表 1 所示, 隐层偏置节点的系数向量  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) = (0.0062, 0.1932, 0.0184, 0.0690, 0.0645)$ , 权重  $w_0 = 0.0017$ 。偏置节点的系数和权重相对较小, 对网络的贡献也较小。

遗传迭代过程中每一代群体中最优(适值最大)个体对应的 RBF 网络精度函数值随时间变化曲线如图 2 所示。算例仿真中用  $err(t)$  ( $t$  表示迭代次数) 表示网络精度函数。由图 2 可以看出, 用递阶遗传算法训练 RBF 网络的收敛过程是比较稳定而迅速的。用后 1000 组样本检验 OPT - RBF 网络, 得检验精度  $err2 = 0.000986 < 0.001$ 。由此可见, 训练得到的 OPT - RBF 网络的泛化能力很高。若按文献[3] 定义的性能检验准则, 得 OPT - RBF 网络检验误差  $err = 0.009172$ , 本文比文献[3] 的检验误差 0.013759 小 0.004587, 网络精度提高了 33.4%。

用 OPT - RBF 网络逼近 M - G 时间序列的曲

表 1 RBF 网络的参数表

径向基函数中心 C					径向基函数宽度	权重
C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>		
0.467 4	0.496 2	0.370 9	1.323 8	1.639 0	1.159 9	0.188 8
0.513 6	1.463 8	1.285 3	1.398 2	1.927 2	0.901 0	1.352 0
0.330 6	0.295 2	0.016 4	0.543 9	0.934 2	0.918 0	0.657 9
0.876 6	2.254 5	2.089 4	1.724 6	0.899 8	0.950 7	0.053 0
0.364 9	0.298 1	0.193 0	0.368 0	1.407 0	0.902 9	0.072 1
0.097 4	0.845 8	0.105 3	0.325 9	1.252 6	1.052 0	0.266 2
1.237 0	1.362 8	1.306 1	1.529 8	1.899 6	0.893 3	0.160 3

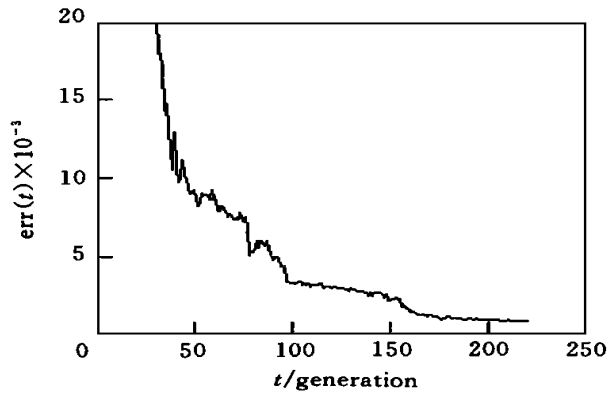


图2 遗传迭代过程中精度函数曲线图

线如图3所示,其中实线为式(3)确定的函数曲线,虚线为网络模拟式(3)的函数逼近曲线。由图3可以看出,OPT-RBF网络对M-G时间序列这样复杂的函数模型具有很好的逼近能力。

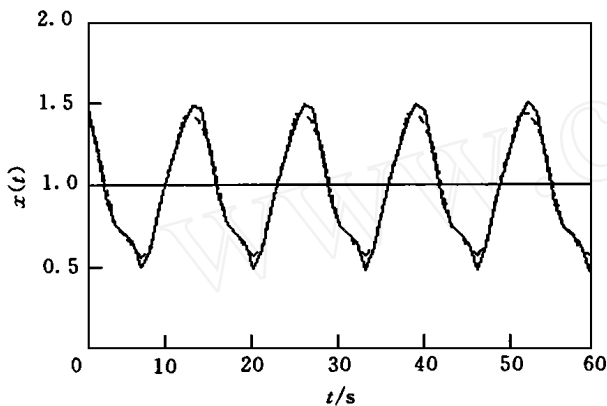


图3 OPT-RBF网络逼近  
M-G时间序列曲线图

## 6 结 论

本文提出一种训练RBF网络的递阶遗传算法。该算法把染色体设计成递阶结构,含有上下两级,上级为控制基因级,下级为参数基因级。据此,将RBF网络的隐节点设计成在控制基因级的基因串,而网络隐层与输出层之间的联接权重及每个隐节点的中心和宽度设计成在参数基因级的基因串。通过这种新颖的染色体结构设计和相应的遗传操作设计,使得RBF网络经过训练之后,既能确定网络的拓扑结构,又能训练网络的有关参数。仿真实验结果表明,经过训练得到的网络具有较好的性能。

## 参 考 文 献

- 1 Whitehead B A. Genetic evolution of radial basis function coverage using orthogonal niches IEEE Trans on Neural Networks, 1996, 7(6): 869- 880
- 2 MusaviM T, AhmedW, Chan K H *et al.* On the training of radial basis function classifiers Neural Networks, 1992, 5(4): 595- 603
- 3 汪小帆,宋文忠 径向基函数神经网络的一种构造算法控制与决策,1997,12(2): 150- 154

## 作 者 简 介

郑丕谔 男,1942年生。天津大学管理学院系统工程研究所教授,博士生导师。研究方向为管理决策的生存理论方法及应用,神经网络理论及应用,数量经济系统等。

马艳华 女,1974年生。天津大学管理学院系统工程研究所硕士研究生。研究方向为神经网络理论及其在金融系统中的应用。