

一类混沌系统的状态观测与控制*

张文革 韩京清

(中国科学院数学与系统科学研究院 北京 100080)

摘要 基于混沌系统运动的有界性,使得不依赖于对象模型的扩张状态观测器可用于一类混沌系统的状态观测。只要扩张状态观测器充分观测到混沌系统的状态,自抗扰控制器就可以控制混沌系统。几个混沌系统的数值仿真表明了扩张状态观测器和自抗扰控制器可有效地用于混沌系统的观测和控制。

关键词 混沌系统, 状态观测, 扩张状态观测器, 自抗扰控制器, 零动态

分类号 TP 11

Observation and Control of a Class of Chaotic Systems

Zhang Wen ge, Han Jingqing

(Academy of Mathematics & Systems Sciences, Chinese Academy of Sciences)

Abstract Based on the boundedness of chaotic systems, the extended state observer which is independent of plant model can be used to observe the states of a class of chaotic systems. As long as the states of chaotic systems can adequately be observed by the extended state observer, auto-disturbances-rejection controller can be used to control chaotic systems. Several numerical simulations of chaotic systems show that the extended state observer and auto-disturbances-rejection controller can effectively be used to observe and control chaotic systems.

Key words chaotic system, state observe, extended state observer, auto-disturbances-rejection controller, zero dynamics

1 引言

近年来,许多学者采用不同方法对混沌系统进行观测和控制。有的采用经典调节理论的PI控制器^[1],有的采用各种现代控制理论方法的观测器和控制器^[2-7]。尽管方法千差万别,但多是基于混沌系统精确数学模型的观测和控制方法。对不依赖于不确定性的非线性混沌系统精确数学模型的观测器和控制器,研究结果却较少,尤其是观测器的设计则更少。

本文依据混沌系统自身的特点,采用不依赖于被观测对象数学模型的扩张状态观测器^[8],对一类混沌系统进行状态观测,并采用具有自动补偿对象模型和外扰不确定性的自抗扰控制器^[9],对这类混沌系统进行镇定和跟踪控制。仿真结果表明了这种观测和控制方法的有效性。

2 扩张状态观测器用于一类混沌系统的状态观测

对混沌系统的研究,除了对其输出进行分析之外,还要对其状态进行分析,以得到更多的关于混沌系统的性质。但因得到的只是其输出,所以首先要做的就是设法从输出中提取其状态信息,这就要求混沌系统是能观系统。除此之外,还必须有其它的系统性质,才能保证设计的观测器有效。这里采用扩张状态观测器(ESO)对混沌系统进行观测。ESO是一种不依赖于对象模型的观测器,它要求系统的某些量是有界的。而一般混沌系统的一个明显特征是其运动的局部不稳定性和整体的有界性,这就保证了混沌系统的所有量都是有界的,因而可用ESO对其进行观测。

本文讨论的一类三阶连续混沌系统可用如下微分方程描述。

* 1999-05-24 收稿, 1999-07-27 修回

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) + bu \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

而三阶ESO所能跟踪的对象用如下微分方程描述,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, w(t)) + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2)$$

所以用三阶ESO很容易跟踪Duffing方程所描述的混沌系统.当用三阶ESO跟踪方程(1)所描述的三阶混沌系统时,因其不是相变量形式的微分方程,一般只能比较输出跟踪效果.为能比较所有状态跟踪的效果,需要将方程(1)做如下坐标变换,

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = f_1(x_1, x_2, x_3) \\ y_3 = x_3 \end{cases} \quad (3)$$

此时方程(1)变为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = g_2(y_1, y_2, y_3) + b \frac{\hat{f}_1(x_1, x_2, x_3)}{\hat{\alpha}_2} u \\ \dot{y}_3 = g_3(y_1, y_2, y_3) \\ y = y_1 \end{cases} \quad (4)$$

只要ESO跟上方程(4)的状态,那么也就跟上方程(1)的状态变化信息.因为混沌系统整体运动的有界性,保证了函数 $g_2(y_1, y_2, y_3)$ 的有界性,一旦控制量放大系数中函数 $\frac{\hat{f}_1(x_1, x_2, x_3)}{x_2}$ 是有界的,那么用ESO对方程(4)进行状态观测就成为可能.在ESO方程中,并没有方程(4)的任何模型信息,它是一种不依赖于被观测对象模型的非线性观测器.当使用观测器ESO的信息获得方程(1)的状态时,仍需要方程(1)的模型信息.

用如下的三阶ESO来观测上述混沌系统.

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} \text{fal}(e, \alpha_1, \delta) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \text{fal}(e, \alpha_2, \delta) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03} \text{fal}(e, \alpha_3, \delta) \\ e = z_1 - y \end{cases} \quad (5)$$

其中非线性函数

$$\text{fal}(x, \alpha, \delta) = \begin{cases} |x|^\alpha \text{sign}(x), & |x| \geq \delta \\ x/\delta^{1-\alpha}, & |x| < \delta \end{cases}$$

这里,ESO(5)跟踪的是对象(4),其中状态变量 z_1 和 z_2 分别跟踪对象(4)的状态变量 y_1 和 y_2 ,在 $b_0 = b\hat{f}_1(x_1, x_2, x_3)/\hat{\alpha}_2$ 的情况下, z_3 跟踪的就是方程(4)中的模型内扰部分 $g_2(y_1, y_2, y_3)$.观测器(5)中

只用了对象(4)的输出.

下面对三阶连续混沌系统:Lorenz方程,Rosler方程和Chua电路方程采用ESO进行观测.只需对3个对象的量 $g_2(y_1, y_2, y_3)$ 做某种上界估计,就可用同一ESO进行状态观测.ESO的参数取为: $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0.5, \alpha_3 = 0.25, \delta = 0.0001, \beta_{01} = 1000, \beta_{02} = 6000, \beta_{03} = 200000$,积分步长 $h = 0.001$,ESO的初值都取为零.混沌系统可用非零初始条件激励,所以取 $u = 0$ 进行仿真.仿真结果比较的是ESO的状态 z_1, z_2 与对象(4)的状态 y_1, y_2 以及ESO状态 z_3 与函数 $g_2(y_1, y_2, y_3)$ 的接近程度.

例1 Lorenz混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_2 x_3 + u \\ \dot{x}_3 = -bx_3 + x_1 x_2 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\sigma = 10, \rho = 28, b = 8/3$.初值 $x_1(0) = -4.47, x_2(0) = -0.505, x_3(0) = 28.02$.相应的 $g_2(y_1, y_2, y_3) = (\rho - 1)\sigma y_1 - (\sigma + 1)y_2 - \sigma y_1 y_3, \hat{f}_1(x_1, x_2, x_3)/\hat{\alpha}_2 = \alpha_2$ 仿真结果如图1所示.

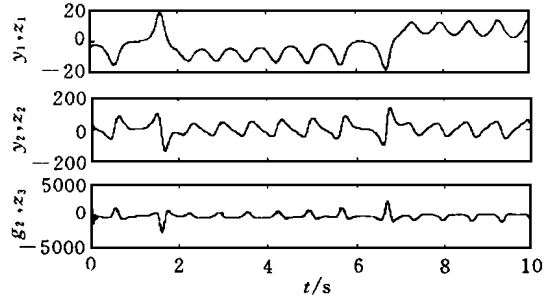


图1 ESO跟踪Lorenz混沌系统时状态变量的跟踪曲线

例2 Rosler混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3 \\ \dot{x}_2 = x_1 + \alpha x_2 + u \\ \dot{x}_3 = b + x_3(x_1 - c) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (7)$$

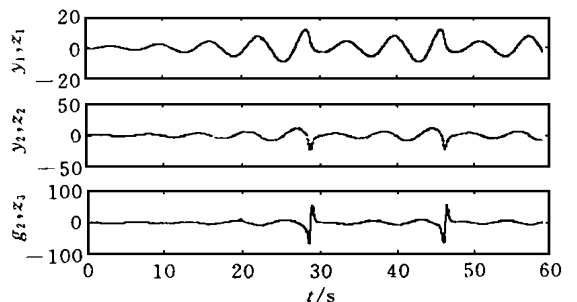


图2 ESO跟踪Rosler混沌系统时状态变量的跟踪曲线

其中, $a = 0.2, b = 0.2, c = 5.7$ 。初值 $x_1(0) = -1, x_2(0) = 0.1, x_3(0) = -1$ 。相应的 $g_2(y_1, y_2, y_3) = -y_1 + ay_2 + (a+c)y_3 - b - y_1y_3, \hat{g}_1(x_1, x_2, x_3)/\hat{\alpha}_2 = -1$ 。仿真结果如图 2 所示。

例 3 Chua 电路混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a[x_2 - \mathcal{Q}(x_1)] + u \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_2 \\ y = x_2 \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\mathcal{Q}(x) = m_1x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x+c| - |x-c|)$, $a = 9, b = 14.286, c = 1, m_0 = -1/7, m_1 = 2/7$ 。初值为 $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, x_3(0) = -1$ 。相应的 $g_2(y_1, y_2, y_3) = -y_2 - (a-b)y_1 - a\mathcal{Q}(y_2 + y_1 - y_3), \hat{g}_2(x_1, x_2, x_3)/\hat{\alpha}_1 = 1$ 。仿真结果如图 3 所示。

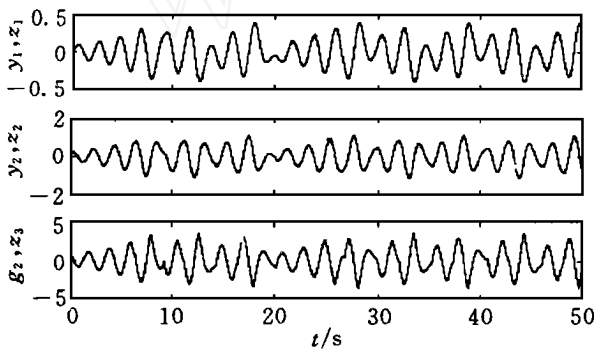


图 3 ESO 跟踪 Chua 电路混沌时系统状态变量的跟踪曲线

从 3 个仿真结果可看出, 实际的混沌系统状态变量与 ESO 估计的值几乎看不出差别, 这说明 ESO 不依赖于被观测对象的数学模型。需要注意的是, 以上仿真得到的是与方程 (1) 对应的方程 (4) 的状态信息, 在知道 3 个混沌系统精确数学模型的情况下, 就可由坐标变换 (3) 得到对方程 (1) 的状态估计。可以预期, 它可以很好地用于闭环控制。

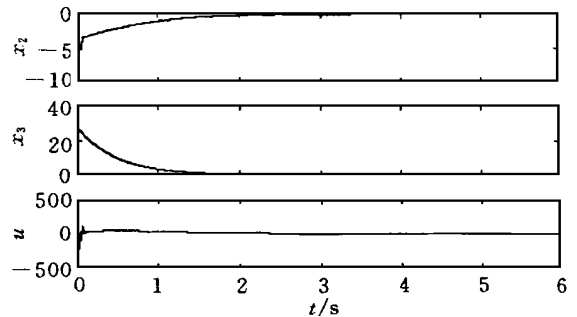
3 自抗扰控制器用于一类混沌系统的控制

文献 [9] 对自抗扰控制器 (ADRC) 在控制方程 (2) 对象时所具有的控制能力有详细描述, 因而用 ADRC 控制不确定 Duffing 混沌系统是比较容易的。 [10] 采用非线性 PD 控制器就可很好地控制 Duffing 方程。

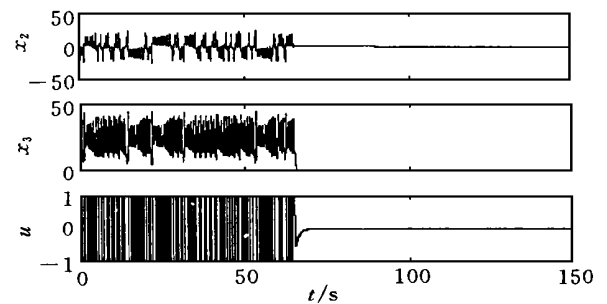
一般说, 二阶 ADRC 就能控制好二阶不确定对象, 但是上述的混沌系统均为方程 (1) 所描述的三

阶对象。对此, 考虑方程 (1), 只要满足条件 $\hat{g}_1(x_1, x_2, x_3)/\hat{\alpha}_2 = 0$, 那么可采用坐标变换 (3), 将方程 (1) 变成方程 (4)。其中, 如果第 3 个方程对应的零动态是稳定或渐近稳定的, y_3 对 y_1 和 y_2 的影响就可当作有界外扰, 因此完全可以用二阶 ADRC 来控制这些对象, 只要 ADRC 能将部分状态 y_1 和 y_2 控制好, 它就可将整个混沌系统控制好。这就是说, ADRC 控制好了方程 (4), 由方程 (4) 与方程 (1) 的输入输出等价性, 也就等于控制好了原混沌系统 (1)。

下面数值仿真只给出了 Lorenz 和 Rossler 系统的控制实例。用的是同一个 ADRC, 其中, ESO 的参数同上, 而 $b_0 = 10, \beta_1 = 5.5, \beta_2 = 5, r = 4$ 。这里, 被控对象是方程 (1), 而不再是输入输出等价的对象 (4)。同样, 在 ADRC 的方程中, 也没有对象 (1) 的任何模型信息, 它是一种不依赖于被控对象精确模型



(a)



(b)

图 4 状态变量和控制量响应变化曲线

(a) 控制量不受限 (b) 控制量受限

例 4 Lorenz 混沌系统的镇定。对象参数与初值同例 1。给定输入信号 $v_0(t) = 0$ 。分别在控制量不受限和受限 $|u| \leq 1$ 两种情况下进行数值仿真。图 4 中 (a) 和 (b) 是这两种情况下的状态变量和控制量的变化曲线。从图中可以看出, 控制量不受限时, 闭环状态响应没有混沌暂态; 控制量受限时, 状态响应

出现了混沌暂态。可以看出,控制量受限幅度越小,系统中出现的混沌暂态越长。这一点,从控制的角度也容易理解,因为对混沌系统施加的控制作用越小,也就是提供的外加能量越小,改变系统的混沌状态就越难。

例 5 Rossler 混沌系统的跟踪。对象参数和初值同例 2, 给定输入信号 $v_0(t) = \sin(t)$ 。数值仿真结果如图 5 所示, 从图中可以看到, 系统在跟踪过程中不再出现混沌暂态, 而且从状态变量之间的相图也可以看出, 系统的相轨迹渐近跟踪了周期轨道。因为是输出跟踪, 所以状态变量的轨迹虽然不再是混沌运动, 但仍然受系统第一个方程的制约。

至于 Chua 电路混沌系统, 用上面的同一 ADRC 进行镇定和跟踪控制的仿真, 结果同样令人满意。

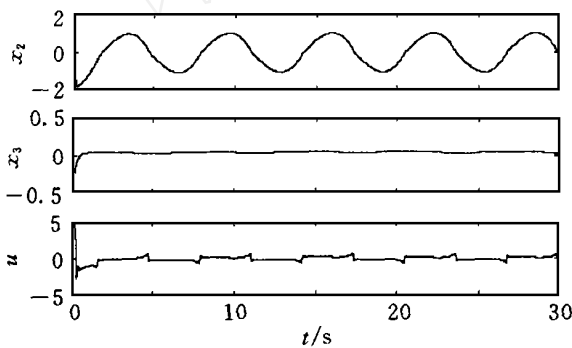


图 5 状态变量和控制量跟踪曲线

4 结 语

本文采用扩张状态观测器和自抗扰控制器对一类混沌系统进行观测和控制。由于混沌系统自身所具有的运动轨迹的有界性, 保证了采用扩张状态观测器能够观测混沌系统的状态, 而且由于这种观测器不依赖于被观测对象的数学模型, 使得用同一个观测器能够对一类混沌系统的状态进行观测。通过对自抗扰控制器能够控制的对象类的分析, 以及自抗扰控制器本身所具有的克服对象模型——内扰和外扰的特点, 一旦扩张状态观测器观测出混沌系统的状态, 自抗扰控制器就能控制住混沌系统的部分

状态, 而剩余的不能控状态即混沌系统的零动态, 由其运动的有界性保证了它的稳定性。因而自抗扰控制器完全可以对这类混沌系统进行控制。仿真结果表明扩张状态能够充分观测混沌系统的状态, 自抗扰控制器能够有效地用于混沌系统的镇定和跟踪。

参 考 文 献

- 1 Hartley T T, Mossayebi F. A classical approach to controlling the Lorenz equations. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1992, 2(4): 881_887
- 2 Gallegos J A. Nonlinear regulation of a Lorenz system by feedback linearization techniques. *Dynamics and Control*, 1994, 4: 277_298
- 3 Yeap T H, Ahmed N U. Feedback control of chaotic systems. *Dynamics and Control*, 1994, 4(1): 97_114
- 4 Fradkov A L, Pogromsky A Yu. Speed gradient control of chaotic continuous-time systems. *IEEE Trans on Circuits Syst (Part I)*, 1996, 43(11): 907—913
- 5 Yu X G. Controlling chaos using input-output linearization approach. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1997, 7(7): 1659_1664
- 6 张怀宙. 混沌系统的控制. 中国科学院系统科学研究所博士学位论文, 1998
- 7 G Chen, X Dong. From chaos to order: Methodologies, perspectives and applications. Singapore: World Scientific Pub Co, 1998
- 8 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器. *控制与决策*, 1995, 10(1): 85-88
- 9 韩京清. 自抗扰控制器及其应用. *控制与决策*, 1998, 13(1): 19—23
- 10 韩京清. 利用非线性特性改进 PD 控制律. *信息与控制*, 1995, 24(6): 356—363

作 者 简 介

张文革 男, 1966年生。1991年于北京化工大学自动化系获工业自动化专业硕士学位, 现为中国农业大学讲师, 中科院数学与系统科学研究院博士生。主要研究方向为非线性控制系统的理论和设计, 计算机控制与仿真。

韩京清 男, 1937年生。中国科学院数学与系统科学研究院研究员。主要学术方向为最优控制理论, 导引理论, 线性、非线性控制, 控制系统 CAD 软件, 人口理论。