

具有冲击影响的宏观经济系统 H_∞ 控制*

黄小原 钟麦英

(东北大学工商管理学院 沈阳 110006)

摘 要 应用系统分析方法研究了宏观经济系统中的冲击作用,认为冲击是一种能量有限的扰动,进而应用 H_∞ 控制理论研究了宏观经济系统的控制问题,并针对一个政府政策和公众预期的宏观经济系统求出 Riccati 不等式的 H_∞ 控制解。仿真结果表明,该 H_∞ 控制策略具有较好的扰动衰减效果。

关键词 宏观经济,冲击, H_∞ 控制

分类号 O 158

H_∞ Control of Macroeconomic Systems with Shocks

Huang Xiaoyuan, Zhong Maiying

(Northeastern University)

Abstract the action of shocks in macroeconomic systems is analyzed and researched, and is considered as the energy bounded disturbance. Furthermore, the control problem of macroeconomic systems is studied applying the H_∞ control theory approach, and the H_∞ state feedback solution of a government policy and public expectation problem is obtained by solving an algebraic Riccati inequality. The simulation illustrated that the H_∞ control strategy has high disturbance attenuation level.

Key words macroeconomy, shocks, H_∞ control

1 引 言

宏观经济系统中的冲击(shocks)是通过分布滞后传导机制影响产出,并产生连续波动的一种推动作用。对于宏观经济系统中冲击的确切性质,目前还没有一致的意见。但人们已研究了一些重要冲击问题,比如经济趋势和周期问题中的持久冲击和暂时冲击,市场问题中的供给冲击和需求冲击等^[1]。本文试图从系统角度进而从控制角度来研究具有冲击影响的宏观经济系统。

2 宏观经济中的冲击

经济是一个复杂的系统,冲击是宏观经济系统中的一个重要变量。宏观经济系统中生产、就业、通货膨胀和国际收支等,在系统方面表现为状态,无一不受到冲击这一重要变量的影响^[2,3]。宏观经济中的冲击一般可描述为

$$dx = f(x, u)dt + d\xi \quad (1)$$

其中, x 为宏观经济中的状态向量, $f(x, u)$ 为含有状态向量和控制的函数向量; ξ 为波动作用,一般经济文献中将 $d\xi$ 称为经济系统的冲击变量。从系统观点考虑,冲击变量 $d\xi$ 的特点是:

- 1) 冲击是宏观经济而非微观经济中的行为;
- 2) 冲击是一个动态过程中的作用;
- 3) 冲击是一个扰动过程。

许多文献将冲击归结为一种白噪声或有色噪声,实际上这种处理方式过于简单化。从系统角度考虑问题,将宏观经济系统中的冲击归结为能量有限的干扰信号信息则更为合理。这里把瞬时内冲击 $d\xi/dt$ 作为有限能量的扰动,则式(1)可转化为

$$dx/dt = f(x, u) + w \quad (2)$$

其中, $w = d\xi/dt$ 为瞬时内冲击,它将影响宏观经济系统的产出。在某些特定系统问题中,它可以是供给冲击、需求冲击等。

假设干扰信号是不确定的,但属于某一可描述集,即

* 1998 - 11 - 23 收稿, 1999 - 03 - 22 修回

$$L_2 = \left\{ w(t) \mid \int_0^\infty w^2(t) dt < \infty \right\} \quad (3)$$

式(3) 即描述了宏观经济中瞬时内冲击 $w(t)$ 。

3 经济系统及 H^∞ 控制

一般说, 宏观经济系统都存在冲击的影响, 这种冲击经过传导机制作用于经济系统的产出。另一方面, 这种冲击也是一种扰动, 它将影响经济系统的政策和控制, 致使经济系统的状态或输出偏离正常轨道, 亦即存在宏观经济的风险。因此, 如何确保经济系统既具有良好的产出(输出), 又能减少冲击的影响, 降低宏观经济系统的风险性, 从控制理论角度分析, 可将其归结为系统的 H^∞ 控制问题。具有冲击影响的 H^∞ 控制, 从动态对策理论解释, 即如何使系统既具有适当大的输出, 又使系统的扰动影响较低。

首先, 考虑具有冲击影响的宏观经济系统模型

$$\begin{cases} \dot{x} / dt = Ax + Bu + Fw \\ y = Cx \end{cases} \quad (4)$$

式中, x, u, y 和 w 分别为 n 维状态向量, m 维控制向量, q 维输出向量和 k 维扰动向量; A, B, C 和 F 分别为相应维数的矩阵。其中 w 表征了宏观经济系统中的瞬时冲击, 对于系统的状态以及输出均产生影响作用。

其次, 考虑宏观经济系统 H^∞ 控制问题。根据文献[6], 对于宏观经济系统(4) 有如下结果: 设 $\gamma > 0$ 给定, 系统(4) 存在状态反馈矩阵 K 使闭环系统内部稳定且

$$\|T_{yw}\|_\infty < \gamma \quad (5)$$

成立的充分必要条件是存在正数 $\epsilon > 0$, 使 Riccati 不等式

$$SA + A^T S + S(Y^{-2} F F^T - \epsilon^{-2} B B^T) S + C^T C < 0 \quad (6)$$

有正定解 $S > 0$ 。若式(6) 有正定解, 则使系统闭环稳定且(5) 式成立的状态反馈阵由下式给出, 即

$$K = -\frac{1}{2} \epsilon^{-2} B^T S \quad (7)$$

4 例子

考虑一个具有冲击影响的宏观经济系统, 即一个关于政府政策和公众预期的宏观经济模型^[3], 该模型的数理经济机理是适合国情的。其对数线性连续时间状态方程为

$$dy = \mu[\alpha(e - p) - \alpha(r - p)] +$$

$$\alpha v - \alpha s - \gamma] dt + dv_1 \quad (8a)$$

$$dv = [-\varphi_s - \varphi_y + \varphi(e - p)] dt + dv_2 \quad (8b)$$

$$dp = [\beta_1 y + \beta_2(e - p)] dt + dv_2 \quad (8c)$$

$$de = r dt \quad (8d)$$

其中, 状态变量 y 是 GDP 对数, 状态变量 v 是私人拥有的金融财富对数, 状态变量 p 是国内价格对数, 状态变量 e 是汇率对数; 控制变量 r 是名义贴现率, 控制变量 s 是税率; p° 是通货膨胀预期, 在文献[3] 中未作为控制变量。根据文献[4], 国内在金融对策问题中将通货膨胀预期 p° 作为公众决策手段。因为公众对于通货膨胀的预期可以影响经济生产活动, 影响名义工资、利率和价格合同等, 因此, 将通货膨胀预期 p° 设定为控制变量。扰动 dv_1 是供给冲击, 扰动 dv_2 是需求冲击。式(8a) 是 IS 曲线^[5], 即投资于储蓄条件下的利率和产量变化的关系, 它描述了 GDP 动态变化过程; 式(8b) 是私人财富在税率和 GDP、价格影响下的动态变化过程; 式(8c) 是菲利普斯曲线, 该曲线描述了通货膨胀和经济增长之间的关系, 文献[4] 表明, 国内宏观经济和金融的情况亦存在菲利普斯关系; 式(8d) 是一个金融性定义方程, 它描述了汇率的动态过程。

将上述宏观经济模型(8) 改写为状态空间矩阵形式, 即

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y & v & p & e \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\mu & \mu\alpha & -\mu\alpha & \mu\alpha \\ -(\varphi + \beta_1) & 0 & \beta_2 - \varphi & \varphi - \beta_2 \\ \beta_1 & 0 & -\beta_2 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ p \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mu\alpha & -\mu\alpha & \mu\alpha \\ 0 & -\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \\ p^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

在宏观经济模型(9) 中, 贴现率 r 和税率 s 作为政府可以调控的控制变量, 通货膨胀预期 p° 作为公众可以影响的控制变量。式(4) 中的供给需求瞬时内冲击 $dv_1/dt, dv_2/dt$ 同样具有扰动性质, 在式(9) 中记作 w_1 和 w_2 。注意到, 模型(5) 中的瞬时内冲击 w_1 和 w_2 是具有式(3) 描述的能量有限的扰动, 它影响宏观经济系统的产出 GDP 和私人财富、国内价格和汇率等。

下面考虑宏观经济模型的输出, 它是由经济系

统的产出 y 和价格 p 组成的,即

$$\begin{bmatrix} y \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v \\ p \\ e \end{bmatrix} \quad (10)$$

参考文献[3]中的参数,并考虑国内实际经济情况,宏观经济模型(9)的参数设定为: $\mu = 0.5, \alpha = 0.3, \alpha = 0.1, \alpha_3 = 1.0, \alpha_4 = 0.4, \varphi = 1.0, \varphi = 1.3, \varphi = 0.1, \beta_1 = 0.15, \beta_2 = 0.25$ 。设 $\epsilon = 0.1, \gamma = 1.0$ 。对于宏观经济系统(9)和(10),求解 Riccati 不等式(6),得正定解

$$S = \begin{bmatrix} 0.3139 & 0.0230 & 0.0669 & 0.0258 \\ 0.0230 & 0.0111 & -0.0091 & 0.0010 \\ 0.0669 & -0.0091 & 1.1864 & 0.1539 \\ 0.0258 & 0.0010 & 0.1539 & 0.0349 \end{bmatrix}$$

则有状态反馈矩阵

$$K = \begin{bmatrix} -0.5061 & 0.0094 & -7.5256 & -1.6782 \\ 4.2911 & 0.7848 & 0.2113 & 0.3063 \\ -0.7848 & -0.0567 & -0.1672 & -0.0645 \end{bmatrix}$$

另外,以图1所示的扰动信号 w 为例,在零初始条件下,对采取 H_∞ 控制策略和线性二次最优控制策略构成的闭环系统分别进行仿真计算,系统状态变量各分量的运动轨线如图2所示,其中①为 LQ 控制,②为 H_∞ 控制。显然, H_∞ 控制策略具有较强的扰动抑制作用。

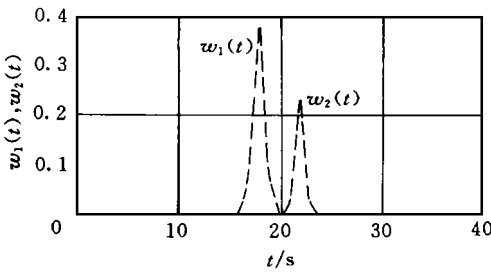


图1 扰动信号

5 结 论

本文应用系统分析方法研究了宏观经济系统中的冲击和影响,认为冲击将造成宏观经济系统的风险。进一步应用 H_∞ 控制理论方法研究具有冲击影响的宏观经济系统的控制问题,并用实例给出了一个政府政策和公众预期宏观经济 H_∞ 控制的状态反馈解。

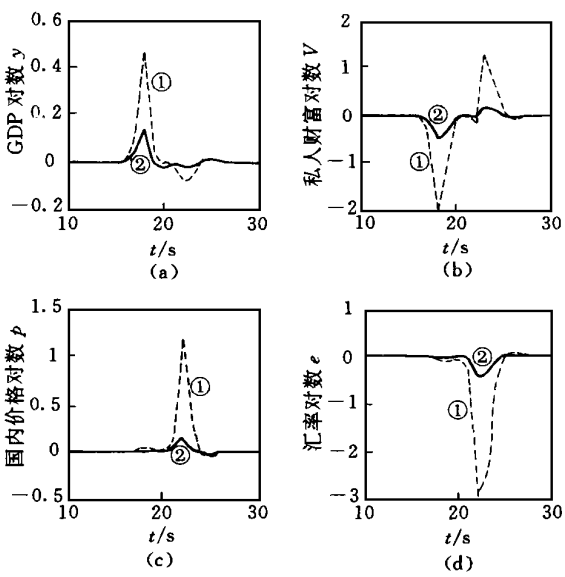


图2 系统状态变量各分量运动轨线
(a) 状态分量 y 轨线图 (b) 状态分量 v 轨线图
(c) 状态分量 p 轨线图 (d) 状态分量 e 轨线图

参 考 文 献

1 Blanchard O J, Fischer S. 宏观经济学. 北京: 经济科学出版社, 1998

2 Neumann M. Real effects of exchange rate volatility. J of Int Money and Finance, 1995, 14(3): 417- 426

3 Herbert R D, Bell R D. Visualization in the simulation and control of economic models. Computational Economics, 1997, 10(2): 107- 118

4 陈学彬. 宏观金融博弈论分析. 上海: 上海财经大学出版社, 1998

5 萨缪尔森, 保罗. 经济学. 第12版. 北京: 中国发展出版社, 1992

6 申铁龙. H_∞ 控制理论及应用. 北京: 清华大学出版社, 1996

7 Gerstner A B. Computation solution of the algebraic Riccati equation. 计测与控制, 1996, 35(8): 632- 639

8 原辰次. 线形行列不等式(LMI)表现与 Riccati 不等式. 计测与控制, 1996, 35(12): 971- 973

作 者 简 介

黄小原 男, 1947年生。东北大学工商管理学院教授, 博士生导师。主要研究方向为 H_∞ 控制理论及应用, 经济控制理论及金融工程。

钟麦英 女, 1965年生。1999年在东北大学获博士学位, 现为东华大学博士后。主要研究方向为 H_∞ 控制理论及应用, 经济控制理论。