

复合摄动的有源结构声辐射系统 鲁棒 H^∞ 控制研究*

李 普 陈 南 孙庆鸿
(东南大学机械工程系 南京 210096)

摘 要 应用 H^∞ 控制原理, 研究结构声辐射主动控制系统在复合摄动下对外扰响应衰减的鲁棒问题。将未建模动态作为系统的附加干扰, 把复合摄动问题的鲁棒性能设计转化为参数不确定系统的鲁棒性能设计, 然后将参数不确定问题转化为标准 H^∞ 控制问题求解。仿真结果表明, 系统对复合摄动具有较强的鲁棒性, 并能有效地抑制外扰。

关键词 结构—声腔耦合, 鲁棒控制, H^∞ 控制, 复合摄动

分类号 TB 535

Robust H^∞ Control for Active Structure Acoustic Control System with Mixed Uncertainty

Li Pu, Chen Nan, Sun Qinghong
(Southeast University)

Abstract Based on the H^∞ control theory, an active structure acoustic control (ASAC) system with mixed uncertainty is investigated. The reduced modalities are taken as additional disturbance for system, the original problem is transformed into the problem of robust performance design for the parameter uncertain system. Then, the parameter uncertain problem is reduced to the standard H^∞ control problem to solve. Finally, simulation results show that the ASAC system has strong robustness to mixed uncertainty and external excitation is suppressed effectively.

Key words structural-acoustical coupling, robust control, H^∞ control, mixed uncertainty

1 引 言

目前, 在结构声辐射主动控制中, 研究较多也较先进的控制方法是基于自适应滤波的前馈控制技术。这种系统对误差通道建模误差很敏感, 鲁棒性较差, 控制效果经常不理想, 甚至失稳。

本文应用 H^∞ 控制原理, 以三维封闭空间为例, 设计了封闭空间有源弹性壁声辐射力控制系统。该系统在结构上设置传感器, 并且考虑了复合摄动的影响。仿真结果表明, 系统具有较强的鲁棒性, 并能有效地抑制外扰。三维封闭空间弹性壁声辐射主动控制研究具有重要的工程价值。对于一般的结构振

动声辐射系统而言, 可用有限元建模, 然后进行模型降阶, 降阶后的方程与三维封闭空间的模态方程具有相同的形式。用本文方法可处理复合摄动的问题。

2 模 型

考虑一封闭空间 $A = A_F + A_R$, 其中 A_F 为弹性壁面积, A_R 为刚性壁面积。设 A_F 上作用有 n_f 个集中外扰力 $\sum_{i=1}^{n_f} f_i(t) \delta(\bar{r} - \bar{r}_i^f)$, $\bar{r}_i^f$ 为第 i 个外力作用位置。现加入 n_u 个点控制力 $\sum_{i=1}^{n_u} u_i(t) \delta(\bar{r} - \bar{r}_i^u)$, $\bar{r}_i^u$ 为第 i 个控制力作用位置。由声—弹理论^[1], 考虑流体模态阻尼和结构模态阻尼, 有耦合方程

$$q''(t) + 2\xi^a \omega q'(t) + (\omega^2) q(t) +$$

* 国家自然科学基金项目(59975017)

1999-07-08 收稿, 1999-08-31 修回

$$\frac{A_F \rho_0 c_0^2}{V} \sum_k \frac{C_{nk}}{M_k^A} q_n^A(t) = - \frac{A_F}{V} \sum_m \ddot{q}_m^S(t) L_{nm} \quad (1)$$

$$M_m^S [\ddot{q}_m^S(t) + 2\xi_m^S \omega_m^S \dot{q}_m^S(t) + (\omega_m^S)^2 q_m^S(t)] =$$

$$A_F \rho_0 c_0^2 \sum_n q_n^A(t) \frac{L_{nm}}{M_n^A} +$$

$$\sum_{i=1}^{n_f} f_i(t) \mathcal{Q}_m^f(\bar{r}_i^f) + \sum_{i=1}^{n_u} u_i(t) \mathcal{Q}_m^u(\bar{r}_i^u) \quad (2)$$

式中, $q_n^A(t)$, ξ_n^A , ω_n^A , M_n^A 分别为第 n 阶声模态坐标, 声模态阻尼, 声腔固有频率, 声模态质量; $q_m^S(t)$, ξ_m^S , ω_m^S , M_m^S 分别为第 m 阶结构模态坐标, 结构模态阻尼, 结构固有频率, 结构模态质量; V 为腔体体积, C_{nk} 为声模态耦合系数, $\mathcal{Q}_m(\bar{r})$ 为刚性壁第 n 阶声模态函数, L_{nm} 为声腔—结构模态耦合系数, $\mathcal{Q}_m^f(\bar{r})$ 为第 m 阶结构模态函数, ρ_0 为腔内流体介质密度, c_0 为声速。

现考虑 N 阶声模态和 M 阶结构模态。将式(1), (2) 写成矩阵形式

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + K q = \Phi f + \Phi u \quad (3)$$

写成状态空间形式

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} X + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Phi \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Phi \end{bmatrix} u = \\ &A X + B_1 W_1 + B_2 U \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $X = [q \ \dot{q}]^T$, 矩阵 $f = W_1$, $u = U$ 。

3 H^∞ 控制器设计

考虑系统参数摄动以及有限个剩余声模态和剩余结构模态, (4) 式变为

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= (A_c + \Delta A_c) X_c + (A_\sigma + \Delta A_{\sigma r}) X_r + \\ &B_{1c} W_1 + B_{2c} U \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_r &= (A_r + \Delta A_r) X_r + (A_{rc} + \Delta A_{rc}) X_c + \\ &B_{1r} W_1 + B_{2r} U \end{aligned} \quad (5b)$$

其中, X_r 为剩余模态(本文只考虑有限个剩余模态), W_1 为外扰, U 为控制力。

因为封闭空间声场中任一点 $\bar{r}$ 声压为

$$P(\bar{r}, t) = \sum_{n=1}^{N+N_1} \frac{\mathcal{Q}_n^A(\bar{r})}{M_n^A} q_n^A(t) \rho_0 c_0^2$$

式中 N_1 是剩余声模态个数。考虑到流体参数 ρ_0 , c_0 摄动对控制的影响, 将评价函数取为

$$\begin{cases} z_i = \sum_{n=1}^{N+N_1} \frac{\mathcal{Q}_n^A(\bar{r}_i^p)}{M_n^A} q_n^A(t) c_{in} \\ z^u = \sum_{i=1}^{n_d} d_i u(t), \quad i = 1, \dots, n_p \end{cases} \quad (6)$$

其中, n_p 是声评价函数个数, $\bar{r}_i^p$ 是声场中第 i 个评价点, c_{in} , d_i 是加权系数。(6) 式写成矩阵式为

$$\begin{aligned} Z_1 &= \begin{bmatrix} C_p \\ 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ D_u \end{bmatrix} U = \\ &C_{1c} X_c + C_{1r} X_r + D_{12} U \end{aligned} \quad (7)$$

考虑到智能结构一般将传感器置于结构上, 所以仅在弹性壁上设置加速度传感器, 则测量方程为

$$y_i = \sum_{m=1}^{M+M_1} \mathcal{Q}_m^S(\bar{r}_i^c) \ddot{q}_m^S(t), \quad i = 1, \dots, n_c \quad (8)$$

其中, n_c 是测点个数, M_1 是结构剩余模态数, $\bar{r}_i^c$ 是测点位置。(8) 式写成矩阵式为

$$Y = C_{2c} \ddot{X}_c + C_{2r} \ddot{X}_r \quad (9)$$

本文要解决的问题可描述为:

问题 1 给定对象 (5a), (5b), (7), (9), 设计输出反馈控制器 $K(s): U = K(s)Y$, 使得存在

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_c & \Delta A_{\sigma r} \\ \Delta A_{rc} & \Delta A_r \end{bmatrix}$$

和有限个剩余模态时, 闭环系统稳定(包括剩余模态稳定), 且系统对干扰衰减 $\|T_{z_1 w_1}\|_\infty \leq \gamma$ 与标称对象相同。标称对象指 $\Delta A = 0$ 且忽略剩余模态。 γ 是性能指标函数。本文只考虑 $\gamma = 1$ 的情形, 当 $\gamma \neq 1$ 时可等效化为 $\gamma = 1$ 来处理。

按 H^∞ 控制原理得到的反馈控制器 $K(s)$ 与状态阵具有相同阶数。当系统模态密集时, $K(s)$ 阶数不可能取得太高, 因此必须考虑剩余模态的影响。本文就是要设计阶数等于受控状态阵 A_c 阶数的反馈控制器, 这样的控制器阶数不太高又能抑制剩余模态的影响。

现对方程 (5a), (5b), (7), (9) 引入虚构干扰 $W_2 = X_r$, 虚构评价函数

$$\begin{aligned} Z_2 &= \bar{B}^{-1} [(A_{rc} + \Delta A_{rc}) X_c + \\ &\Delta A_r W_2 + B_{1r} W_1 + B_{2r} U] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{则有} \quad \begin{cases} \dot{X}_r = A_r X_r + \bar{B} Z_2 \\ X_r = W_2 = \Delta(s) Z_2 \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\Delta(s) = (sI - A_r)^{-1} \bar{B}$ 。通过适当选择 $\bar{B}$, 可使 $\|\Delta(s)\|_\infty \leq 1$, 于是得到

$$\begin{cases} \dot{X}_c = (A_c + \Delta A_c) X_c + (A_\sigma + \Delta A_{\sigma r}) W_2 + B_{1c} W_1 + B_{2c} U \\ Z_1 = C_{1c} X_c + D_{12} U \\ Z_2 = \bar{B}^{-1} [(A_{rc} + \Delta A_{rc}) X_c + \Delta A_r W_2 + B_{1r} W_1 + B_{2r} U] \\ Y = C_{2c} \ddot{X}_c + C_{2r} \ddot{W}_2 \\ W_2 = \Delta(s) Z_2 \end{cases} \quad (12)$$

由于系统(12)保持稳定且满足干扰衰减 $\|T_{Z_1 W_1}\|_\infty \leq 1$ 的充分条件是 $\|T_{ZW}\|_\infty \leq 1$, 这里 $Z = [Z_1 \ Z_2]^T, W = [W_1 \ W_2]^T$, 于是问题1转化为:

问题2 对于参数摄动 ΔA , 设计输出反馈控制器 $K(s): U = K(s)Y$, 使系统(12)保持稳定且满足干扰衰减 $\|T_{ZW}(s, \Delta A)\|_\infty \leq 1$ 。这里, $Z = [Z_1 \ Z_2]^T, W = [W_1 \ W_2]^T$ 。

在计及剩余模态的基础上处理参数摄动。假设参数摄动

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_c & \Delta A_{cr} \\ \Delta A_{rc} & \Delta A_r \end{bmatrix} = E \Sigma F = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \Sigma [F_1 \ F_2], \quad \Sigma^T \Sigma \leq I$$

引入虚构的评价函数 $Z_3 = F_1 X_c + F_2 W_2$, 虚构干扰 $W_3 = \Sigma Z_3$, 考虑方程(5a), (5b), (10), (11), 则方程(12)变为增广系统

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_c = \hat{A} \hat{X}_c + \hat{B}_1 \hat{W} + \hat{B}_2 U \\ \hat{Z} = \hat{C}_1 \hat{X}_c + \hat{D}_{11} \hat{W} + \hat{D}_{12} U \\ Y = \hat{C}_2 \hat{X}_c + \hat{D}_{21} \hat{W} + \hat{D}_{22} U \\ \hat{W} = \hat{\Delta}(s) \hat{Z}, \quad \|\hat{\Delta}(s)\| \leq 1 \end{cases} \quad (13)$$

式中

$$\begin{aligned} \hat{A} &= A_c, \hat{B}_1 = [B_{1c} \ A_{cr} \ E_1] \\ \hat{W} &= [W_1 \ W_2 \ W_3]^T, \hat{B}_2 = B_{2c} \\ \hat{Z} &= \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix}, \hat{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 \\ \tilde{B}^{-1} A_{rc} \\ F_1 \end{bmatrix} \\ \hat{D}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & C_{1r} & 0 \\ \tilde{B}^{-1} B_{1r} & 0 & \tilde{B}^{-1} E_2 \\ 0 & F_2 & 0 \end{bmatrix} \\ \hat{D}_{12} &= \begin{bmatrix} D_{12} \\ \tilde{B}^{-1} B_{2r} \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{D}_{21} = \begin{bmatrix} C_{2c} B_{1c} + C_{2r} B_{1r} \\ C_{2c} A_{cr} + C_{2r} A_r \\ C_{2c} E_1 + C_{2r} E_2 \end{bmatrix}^T \\ \hat{C}_2 &= C_{2c} A_c + C_{2r} A_{rc}, \hat{D}_{22} = C_{2c} B_{2c} + C_{2r} B_{2r} \\ \hat{\Delta}(s) &= [0 \ \Delta(s) \ 0] \\ \|\hat{\Delta}(s)\|_\infty &= \|\Delta(s)\|_\infty \leq 1 \end{aligned}$$

根据关于参数摄动的鲁棒稳定定理^[4], 问题2可转化为:

问题3 对增广系统(13), 设计输出反馈控制器 $K(s): U = K(s)Y$, 使 $\|T_{\hat{Z}W}\|_\infty \leq 1$ 。

问题3是 H^∞ 标准问题, 它可通过 DGKF 等方法求解。Matlab 软件包有相应功能, 可方便地求出输出反馈控制器。

4 数值仿真

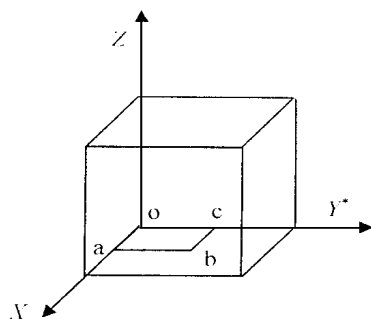


图1 封闭矩形空间

如图1所示, 考虑一封闭矩形空间: $L_x = 0.8\text{m}$, $L_y = 1.0\text{m}$, $L_z = 1.2\text{m}$ 。其中有一四边简支矩形钢板 $oabc$ ($0.4\text{m} \times 0.5\text{m} \times 0.003\text{m}$) 为弹性壁, 其余均为刚性壁。设各表面为非局部反应表面, 这样式(1)的各声模态耦合系数 $C_{nk} = 0$ 。现有一集中外力 $F(t)$ 作用于 $x = 0.1\text{m}$, $y = 0.125\text{m}$ 处。取前7阶声模态、前4阶结构模态, 其中第7阶声模态与第4阶结构模态作为剩余模态考虑。将控制力 $U(t)$ 作用于 $x = 0.3\text{m}$, $y = 0.375\text{m}$ 处。将加速度传感器置于 $x = 0.3\text{m}$, $y = 0.125\text{m}$ 处, 评价点 p 设在矩形空间 $x = 0.7\text{m}$, $y = 0.9\text{m}$, $z = 1.1\text{m}$ 处。

现考察系统控制前后评价点 p 处声压频率响应, 希望控制后 p 处声压有较大幅度下降且鲁棒性好。为进行鲁棒性比较, 按以下两种情况设计控制器:

1) 在一个标准大气压、 20°C 下(空气密度等于 1.21kg/m^3 , 声速 344m/s , 设声模态阻尼比和结构模态阻尼比均为 0.01), 不考虑参数摄动与剩余模态, 对标称对象设计控制器(记这种控制器为标称控制器)。

2) 气压、温度同1), 考虑参数摄动与剩余模态, 本文仅考虑气体参数摄动。假设由于环境变化, 声速摄动范围为 $[0, -5\%]$, 空气密度不变。为简化计算, 假设声模态阻尼比增至 $1:0.95$ 。再考虑剩余模态, 对增广模型(13)设计控制器(记这种控制器为鲁棒控制器)。通过对加权阵和 Y 的一系列试凑可使两个 Riccati 方程有解, 得到控制器。

对系统分别采用两种控制器, 按参数摄动前后两种情况分别进行仿真。图2是系统参数摄动前的仿真结果。其中, —— 表示无控时的频率响应, —— 表示用标称控制器时的频率响应, —— 表示用鲁棒控

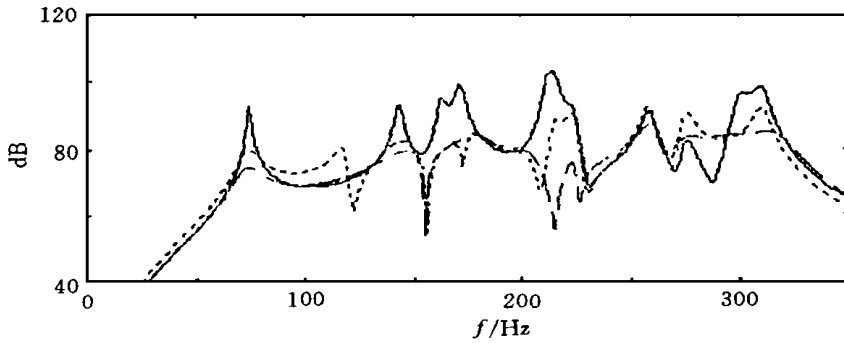


图 2 系统在参数未发生摄动时评价点 p 处的声压频率响应

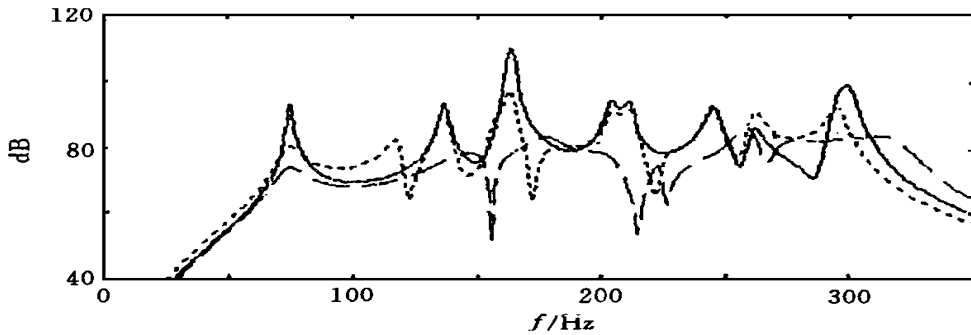


图 3 系统在参数发生摄动时评价点 p 处的声压频率响应

制器时的频率响应。参数摄动前仅有剩余模态的影响,系统用标称控制器,在多数频率段上控制效果不如鲁棒控制器,可认为鲁棒控制器对剩余模态起到抑制作用。图 3 是系统参数摄动后的仿真结果。由图可见,摄动后用标称控制器频响曲线变化很大,而用鲁棒控制器频响曲线变化较小,大多数频率段效果均比标称控制器好。显然,鲁棒控制器对参数摄动与剩余模态不敏感,鲁棒性较好,控制效果也比标称控制器好。

5 结 语

本文应用 H^∞ 控制原理,通过将未建模动态作为系统的附加干扰,把复合摄动问题的鲁棒性能设计转化为参数不确定系统的鲁棒性能设计,然后将参数不确定问题转化为标准 H^∞ 控制问题来求解。本文方法的不足之处在于必须知道剩余模态的信息,而且所考虑的剩余模态个数是有限的。必须指出,当剩余模态 $\|(sI - A_r)^{-1}\|$ 过大时,增广系统式 (13) 的标准 H^∞ 问题无解,即没有合适的控制器。

参 考 文 献

- 1 陈克安, 马远良. 自适应有源噪声控制——原理、算法及实现. 西安: 西北工业大学出版社, 1993. 89—94
- 2 Safonov G, Limebeer D J N, Chiang R C. Simplifying the H^∞ theory via loop-shifting, matrix-pencil and descriptor concepts. *Int J of Control*, 1989, 50 (6): 2467—2488
- 3 Doyle J C, Glover K, Khargonekar *et al.* State-space solution to standard H and H^∞ control problems. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1989, 34(8): 831—847
- 4 Doyle J C. A review of μ for case studies in robust control. In: *IFAC 10th Triennial World Congress*. Munich, 1987, 8: 365—372
- 5 申铁龙. H^∞ 控制理论与应用. 北京: 清华大学出版社, 1996

作 者 简 介

李 普 男, 1971 年生。东南大学机械工程系博士生。研究方向为结构振动声辐射的主动控制。

陈 南 男, 1953 年生。东南大学副教授。研究方向为智能结构。

孙庆鸿 男, 1938 年生。东南大学教授, 博士生导师。研究方向为智能结构, 振动噪声控制。