

广义相似不确定组合系统的二次鲁棒分散镇定*

黎阳生 王银河 高立群 张嗣瀛
(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110005)

摘 要 描述了两个线性控制系统间的广义相似性,并研究了具有广义相似结构的组合系统二次鲁棒分散镇定问题,给出了可二次鲁棒分散镇定的一个充分条件及控制器。研究表明,若系统具有相似结构,则其控制器的设计将大为简化。仿真实例说明了所采用方法的有效性。

关键词 广义相似,不确定系统,组合系统,二次鲁棒分散镇定

分类号 TP 273

Quadratic Robust Decentralized Stabilization for Generalized Similar Uncertain Composite Systems

Li Yangsheng, Wang Yinhe, Gao Liqun, Zhang Siying
(Northeastern University)

Abstract Generalized similar composite systems are a class of systems which are of wide background. First of all, generalized similarity between two linear systems is described. Then, a robust decentralized controller is designed for a class of generalized similar composite systems with uncertainty. Last, the simulation shows the effectiveness of the method.

Key words generalized similarity, uncertain system, composite system, quadratic robust decentralized stabilization

1 引 言

基于非精确模型设计控制器的方法—— H_∞ 设计方法日益受到重视,而系统的二次稳定性在一定条件下等价于 H_∞ 标准设计问题^[1],因此系统二次稳定性的研究具有十分重要的地位。但是,由于复杂控制系统内部所具有的非线性性和外部干扰的影响,使系统二次稳定控制器的设计还没有一般的方法^[2]。特别是在组合系统中,由于子系统间非线性互联的影响,关于二次稳定控制器设计的相应结果还较少。因此,首先研究具有特殊结构的系统,然后考虑一般的系统,可能是一条有效的途径^[3]。具有相似结构的组合系统是一种具有广泛工程背景的特殊系统^[3,4]。目前,关于其基本特性的研究已取得了一些成果^[3-6],但关于相似组合系统的二次鲁棒分散镇定问题尚未见报道。

本文描述了两个线性系统间的广义相似性,这

种相似性蕴含了文献[3—6]中的相应概念;并讨论了广义相似的不确定组合系统的二次鲁棒分散镇定问题。最后通过仿真说明了所采用方法的有效性。

2 相似性描述

考虑如下组合系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_i x_i + B_i u_i + \Delta f_i(x_i, s) x_i + \\ &\sum_{j=1, j \neq i}^N (H_{ij}(x_j) x_j), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x_i \in R^{n_i}, n_i \geq n_j, j = 2, 3, \dots, N$; 输入 $u_i \in R^{p_i}$; $\Delta f_i(x_i, s)$ 是不确定项; s 是不确定参数, $s \in D \subset R^q, D$ 是有界闭集; $H_{ij}(x_j)$ 是连续函数矩阵; A_i, B_i 是相应维数的实常矩阵。

定义 1 对于系统(1),若存在 $K_i \in R^{p_i \times n_i}$ 及列满秩 $F_i \in R^{n_1 \times n_i}$,使得

$$F_i(A_i + B_i K_i) = (A_1 + B_1 K_1) F_i$$

$$i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

则称系统(1)是具有相似结构的组合系统,或简称广义相似组合系统。相似参量记为 (F_i, K_i, K_i) , $i = 1, 2, \dots, N$ 。

注 1 在定义 1 中,若 $m = n$, 则定义 1 相当于文献[3—6]中的相似性定义。因此,定义 1 所描述的相似性是[3—6]中相应概念的一般化形式。

3 控制器设计

对广义相似组合系统(1)做如下假设:

假设 1

- 1) $\Delta f_i(x_i, s) = B_i \Delta g_i(x_i, s)$
 $i = 1, 2, \dots, N, \quad s \in D$
- 2) $\Delta g_i(x_i, s) \leq r_i(x_i)$
 $i = 1, 2, \dots, N, \quad s \in D$

其中 D 是 R^q 中的有界闭集, $r_i(x_i)$ 是非负连续函数,

* 是 Euclid 范数及其诱导范数。

假设 2 $A_i + B_i K_i$ 是 Hurwitz 稳定阵。

引理 1 若假设 2 成立, 则 $A_i + B_i K_i$ ($i = 2, 3, \dots, N$) 也是 Hurwitz 稳定阵。

引理 2 对于满足(2)的 N 个线性系统

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

若 Lyapunov 方程

$$(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) = -Q_i \quad (3)$$

$$Q_i > 0$$

有唯一正定解 P_i , 则 Lyapunov 方程

$$(A_i + B_i K_i)^T P_i + P_i (A_i + B_i K_i) = -Q_i \quad (4)$$

也有唯一正定解 P_i ($i = 2, 3, \dots, N$)。且当 $Q_i = F_i^T Q_1 F_i$ 时, 有 $P_i = F_i^T P_1 F_i$ 。

定理 1 设系统(1)是满足假设 1, 假设 2 的广义相似组合系统, 如果函数矩阵 $(2 - \epsilon)I + M + M^T \geq 0$, 其中

$$M = \{m_{ij}\}, \quad m_{ii} = 0$$

$$m_{ij} = -2\sigma_{\max}(Q_i^{-1/2} P_i H_{ij}(x_j) Q_j^{-1/2})$$

$$i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N$$

$$Q_i = F_i^T Q_1 F_i, \quad P_i = F_i^T P_1 F_i$$

$\sigma_{\max}(A)$ 表示 A 的最大奇异值, ϵ 是可调的正常数。则系统(1)可用如下鲁棒分散控制器二次镇定。

$$u_i = u_i^a + u_i^b =$$

$$K_i x_i = \begin{cases} \alpha r_i(x_i) & x_i \neq \frac{B_i^T P_i x_i}{B_i^T P_i x_i} \\ B_i^T P_i x_i & B_i^T P_i x_i \neq 0 \\ 0, & B_i^T P_i x_i = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中可调参数 $\alpha \geq 1$ 。

证明 由系统(1)和控制器(5)构成的闭环系统为

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i^a + u_i^b) + \Delta f_i(x_i, s)x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N (H_{ij}(x_j)x_j), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

由假设 2 及引理 2 可知存在 $P_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 则取正定函数 $V = \sum_{i=1}^N P_i x_i$ 。因为 $(2 - \epsilon)I + M + M^T \geq 0$, 其最小特征值 $\lambda(x) \geq 0$, 由控制器(5), 所以有

$$\dot{V}(x) \Big|_{(6)} =$$

$$\sum_{i=1}^N x_i^T (A_i + B_i K_i)^T P_i x_i +$$

$$x_i^T P_i (A_i + B_i K_i) x_i + 2x_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}(x_j)x_j +$$

$$2 \sum_{i=1}^N x_i^T P_i (B_i u_i^b + \Delta f_i(x_i, s)x_i) \leq$$

$$- \frac{1}{2} S((2 - \epsilon)I + M + M^T) S^T - \frac{\epsilon}{2} S S^T -$$

$$2 \sum_{i=1}^N r_i(x_i) (\alpha - 1) B_i^T P_i x_i \quad x_i \leq$$

$$- \frac{\epsilon}{2} S S^T \leq - \frac{\epsilon}{2} \delta \quad x^2$$

其中, $S = [Q_1^{1/2} x_1 \quad Q_2^{1/2} x_2 \quad \dots \quad Q_N^{1/2} x_N]$, δ 是 Q_1 的最小特征值。即系统(1)可用控制器(5)二次鲁棒分散镇定。(证毕)

注 2 从定理 1 的证明过程可以看出, 通过调整可调参数 ϵ 可适当调整系统的收敛速度。这也是二次稳定较之一般稳定的优势所在。

4 算例仿真

考虑如下组合系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 +$$

$$\Delta f_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin x_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 +$$

$$\Delta f_2 \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sin x_1}{1 + x_3^2} \\ 0 & 0 & \frac{\sin x_1}{1 + x_3^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

易证上述系统是广义相似组合系统, 相似参量为

$$F_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$K_1 = [1 \ 0 \ 1], \ K_2 = [1 \ 0]$
 $A_1 + B_1K_1$ 是 Hurwitz 稳定阵。取 $Q_1 = I$, 经计算取
可调参数 $\epsilon = 0.5$, 可以验证, 对于任意 x 均有 $(2 - \epsilon)I + M + M^T \geq 0$, 满足定理条件。因此, 如果假设
1 被满足, 则上述系统可用形如(5) 的分散控制器鲁
棒镇定。

取不确定项

$$\Delta f_1 = B_1 \Delta g_1$$
$$\Delta g_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+x_1^2} & \frac{1}{1+x_2^2} & \frac{1}{1+x_3^2} \end{bmatrix}$$
$$\Delta f_2 = B_2 \Delta g_2$$
$$\Delta g_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+x_4^2} & \frac{1}{1+x_5^2} \end{bmatrix}$$

容易看出, 可取 $r_1(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{3}, r_2(x_4, x_5) = \frac{1}{2}$ 。取可调参数 $\alpha_1 = 1.2, \alpha_2 = 2.2$, 相应的分散鲁
棒控制器为

$$u_1 = x_1 + x_3 - \frac{1.2}{3} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \times$$
$$\text{sign}(0.3333x_1 + 0.1667x_2 + 0.1667x_3)$$
$$u_2 = x_4 - \frac{2.2}{2} \sqrt{x_4^2 + x_5^2} \times$$
$$\text{sign}(0.6667x_4 - 0.1667x_5)$$

仿真结果如图 1 所示。

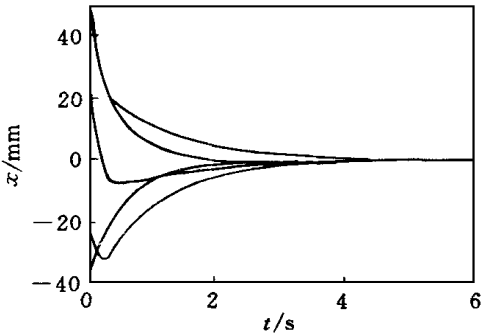


图 1 系统状态 x 的仿真曲线

5 结 语

本文描述了一类具有广泛工程背景的广义相似
组合系统, 分析并设计了二次鲁棒分散镇定控制器。
研究表明系统的相似结构可简化系统的分析和设
计, 与文献[3] 的结果完全吻合。

参 考 文 献

1 Francis B A. A course in H_∞ control theory. New
York: Springer- Verlag, 1987
2 B R Barmish. Necessary and sufficient conditions for
quadratic stabilizability of uncertain system. J Optim
Theory Applic, 1985, 46: 399_ 408
3 张嗣瀛. 复杂控制系统的对称性及相似性结构. 控制理
论与应用, 1994, 11(2): 231—237
4 X G Yan *et al.* Decentralized output feedback robust sta-
bilization for a class of nonlinear interconnected systems
with similarity. IEEE Trans on Automat Contr, 1998,
43(2): 294_ 299
5 严星刚, 高立群, 张嗣瀛. 一类不确定非线性相似组合大
系统的全息鲁棒控制. 自动化学报, 1997, 23(5): 654—
659
6 严星刚, 吕兴亚, 张嗣瀛. 一类不确定非线性相似组合大
系统的结构相似鲁棒观测器设计. 控制与决策, 1996, 11
(6): 233—245

作 者 简 介

黎阳生 男, 1959 年生。1987 年于东北大学获硕士学位, 并留校任教, 现攻读博士学位。主要研究方向是复杂系统的
结构与控制。
王银河 男, 1962 年生。1990 于四川师范大学获硕士学位, 现在东北大学攻读博士学位。主要研究方向是复杂系统的
结构研究和鲁棒控制。
高立群 男, 1949 年生。1984 年东北工学院自控系研究生毕业, 现为东北大学自控系教授。研究方向是对策理论及
复杂系统的辨识与控制。
张嗣瀛 见本刊 1998 年第 13 卷第 6 期第 628 页。