

基于凸多项式模糊熵的图象阈值方法*

王建军 刘文江 石磊 周世俊
(西安交通大学自控系 710049) (郑州大学计算机系)

摘 要 采用一种凸多项式代替模糊熵中的香农函数,提出了基于凸多项式模糊熵的图象阈值方法。以颗粒图象为应用实例,对其进行了验证。实验结果表明,该算法对颗粒图象的分割十分有效。

关键词 凸多项式,香农函数,模糊熵,模糊隶属函数

分类号 O 159

Image Threshold Using Fuzzy Entropy Based on Convex Polynomial

Wang Jianjun, Liu Wenjiang Shi Lei, Zhou Shijun
(Xi an Jiaotong University) (Zhengzhou University)

Abstract A method of image threshold based on a convex polynomial fuzzy entropy is proposed by replacing Shannon's function of fuzzy entropy with a convex polynomial. Granular image is taken as an example to indicate the practical application of the algorithm. The experimental results show that the proposed method is very effective for segmenting the granular images.

Key words convex polynomial, Shannon's function, fuzzy entropy, fuzzy membership function

1 引 言

阈值是图象分割中最古老、最简单、最流行的方法之一。阈值技术算法^[1-8]有多种,但我们在研究软测量技术时,将得到的阈值技术用于米粒图象的分割,均未取得令人满意的结果。于是,我们对模糊集合理论在图象处理中的应用进行了深入研究。

模糊集合理论在图象处理中得到了广泛的应用。文献[6]对模糊集合在图象处理中应用的各种方法做了概括。[8]构造了一类模糊熵,通过该模糊熵的最小代价函数选择图象阈值,并将其用于阈值退化的图象,取得了较为满意的结果,但该算法的执行是一种迭代过程,需要根据所处理的图象来指定迭代过程的参数,难以自动选择图象阈值。[9]给出了一种最小模糊测度阈值选择算法,该方法首先定义图象的模糊隶属函数,然后用[10]给出的基于香农(Shannon)函数的模糊熵测度来选择阈值,并介绍了将其扩展到多级阈值的方法。[10]指出,根据香农

函数定义的模糊熵不易处理,用多项式函数代替香农函数的熵则能体现模糊熵的所有性质,且容易分析,但没有给出具体的构造方法。

受该思想的启发,本文构造了一类满足模糊熵所有性质的凸多项式,用此多项式代替模糊熵中的香农函数,得到了基于凸多项式的模糊熵,求基于凸多项式模糊熵最小时对应的灰度,便可获得分割图象的最佳阈值。为了说明本文提出方法的有效性,将其与局部窗口 3×3 的中值阈值法, Otsu^[11]的阈值法和最小误差阈值法^[12]分别用于对米粒图象的分割。实验结果表明,本文提出的方法能得到良好的二值化图象。

2 图象的模糊集合表示和隶属函数

设 $F = [f(x, y)]_{M \times N}$ 表示大小为 $M \times N$ 的数字图象,其灰度级为 $L, G = \{0, 1, \dots, L - 1\}$ 表示所有灰度的集合, $f(x, y) \in G$ 是坐标 (x, y) 处象素的灰度值, $\mu_F(f(x, y))$ 表示 (x, y) 处象素在图象 F 中具有某种特性的隶属函数。采用模糊集合表示法,图象 F 可表示为

* 国家自然科学基金项目(69774025)

$$F = \{(f(x, y), \mu_F(f(x, y)))\},$$

$$x = 0, 1, \dots, M - 1,$$

$$y = 0, 1, \dots, N - 1\} \quad (1)$$

式中 $0 \leq \mu_F(f(x, y)) \leq 1$, 表示 (x, y) 处象素的隶属函数。图象中每一象素与其所属的区域有比较相似的特性, 因此, 图象中一个象素的隶属函数可用与其所属区域间的关系来定义。我们选用文献[9]给出的隶属度函数, 其方法如下:

设 $h(g)$ 表示图象 F 中灰度 g 出现的频数, 对某一给定阈值 t , 背景的平均灰度 μ_B 和对象的平均灰度 μ_O , 可分别表示为

$$\mu_B = \frac{\sum_{g=0}^t gh(g)}{\sum_{g=0}^t h(g)} \quad (2)$$

$$\mu_O = \frac{\sum_{g=t+1}^{L-1} gh(g)}{\sum_{g=t+1}^{L-1} h(g)} \quad (3)$$

对于给定阈值 t , 可将平均灰度 μ_B 和 μ_O 看作是背景和对象的特征值。因此, (x, y) 处象素的隶属函数可定义为

$$\mu_F(f(x, y)) = \begin{cases} \frac{1}{1 + |f(x, y) - \mu_B|/C}, & f(x, y) \leq t \\ \frac{1}{1 + |f(x, y) - \mu_O|/C}, & f(x, y) > t \end{cases} \quad (4)$$

(4) 式表示了图象中象素与其所属区域的隶属程度, 也就是说, 一个象素与其所属区域特征值的差越小, 该象素的隶属度越大; 或者说, 一个象素与其所属区域特征值的差越大, 该象素的隶属度越小。式中 C 是一个常数, 以保证 $0.5 \leq \mu_F(f(x, y)) \leq 1$, 也就是希望图象中任一象素的隶属值不小于 0.5。

3 基于凸多项式模糊熵的构造及算法

文献[10]用香农函数

$$H(x) = -x \ln x - (1-x) \ln(1-x) \quad (5)$$

$$0 < x < 1$$

定义了模糊集合 A 的熵测度为

$$E(A) = \frac{1}{|A|} \sum_{x \in A} H(\mu_A(x)) \quad (6)$$

其中 $|A|$ 表示 A 中元素的个数。从(5) 可以看到 $H(x)$ 具有如下特性:

- P1: 当 $x = 0$ 和 $x = 1$ 时, $H(x) = 0$;
 P2: 当 $x = 0.5$ 时, $H(x)$ 有最大值;
 P3: $H(x)$ 在 $(0, 0.5]$ 区间上是单调增加的, 在 $[0.5, 1)$ 区间上是单调减少的;

P4: $H(x)$ 在开区间 $(0, 1)$ 上是凸连续函数。

容易验证(6) 式所定义的模糊熵具有如下性质:

E1: $0 \leq E(A) \leq 1$;

E2: 如果 $\mu_A(x) = 0$ 或 $\mu_A(x) = 1$, 那么 $E(A)$ 有最小值 0;

E3: 如果 $\mu_A(x) = 0.5$, 那么 $E(A)$ 有最大值 1;

E4: 如果 A 比 \bar{A} 分明(sharper than), 那么 $E(A) \geq E(\bar{A})$;

E5: 当 \bar{A} 是 A 的补集时, 有 $E(A) = E(\bar{A})$ 。

文献[10] 提到, 根据香农函数定义的熵不易处理, 而用多项式函数

$$T(x) = \mu(x) + \mu(1-x) \quad (7)$$

代替 $H(x)$, 只要(7) 式中 $\mu(x)$ 在开区间 $(0, 1)$ 上是凸连续函数, 且当 $x = 0$ 和 $x = 1$ 时, 有 $\mu(x) = 0$, 就可得到具有模糊熵所有特性的一类更加广泛的模糊测度, 且易于分析; 但没有给出具体的构造方法。为此, 本文在任意闭区间 $[a, b]$ 上构造了 $\mu(x)$ 的多项式函数

$$\mu(x) = \frac{(x-a)(b-x)}{(b-a)^2} \quad (8)$$

只要选用同构映射 $x = a + (b-a)x$, $0 \leq x \leq 1$, 容易验证, 当 $x = 0, x = a, x = 1, x = b$ 时, (8) 式中 $\mu(x) = 0$, 满足(7) 式中 $\mu(x)$ 的条件。将(8) 式代入(7) 式得到 $T(x)$, 用 $T(x)$ 代替(6) 式中的 $H(x)$ 得到的模糊熵不满足模糊熵的性质。为解决这一问题, 在 $[a, b]$ 闭区间上对 $T(x)$ 的定义修改为

$$T(x) = \mu(x) + \mu(a+b-x) \quad (9)$$

将(8) 式代入(9) 式得到 $T(x)$, 用 $T(x)$ 代替(6) 式中的 $H(x)$ 得到的模糊熵和用 $H(x)$ 定义的模糊熵具有类似的性质, 而且 $T(x)$ 和 $H(x)$ 也有类似的特性。于是(6) 式可重新表示为

$$E(A) = \frac{1}{|A|} \sum_{x \in A} T(\mu_A(x)) \quad (10)$$

(10) 和(6) 式具有同样的性质, 这样就完成了基于凸多项式模糊熵的构造。

将(10) 式扩展到二维图象平面, 一个图象集合 F 的熵表示为

$$E(F) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} T(\mu_F(f(x, y))) \quad (11)$$

使用直方图信息, (11) 式可以进一步表示为

$$E(F) = \frac{1}{MN} \sum_{g=0}^{L-1} T(\mu_F(g)) h(g) \quad (12)$$

为了用阈值分割给定的图象 F , 选择阈值的主要思想是使 F 的模糊熵尽可能小, 于是本文提出的算法

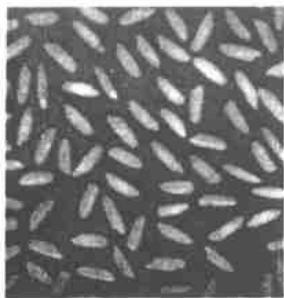


图 1 米粒原图象

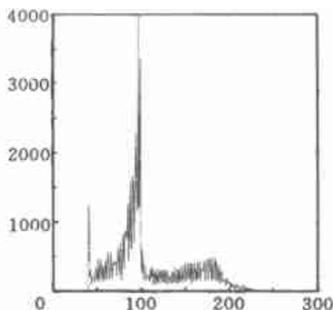


图 2 米粒图象的灰度直方图

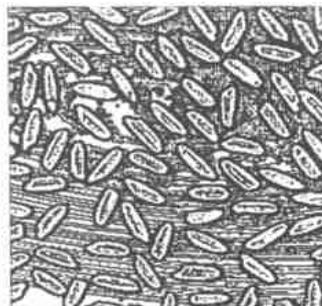
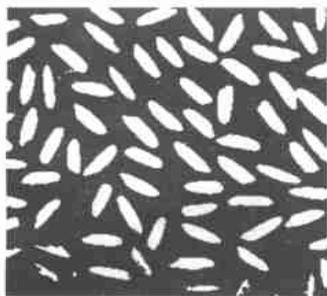
图 3 局部窗口 3×3 的中值阈值分割的结果

图 4 最小误差法分割的结果



图 5 Otsu 法分割的结果



图 6 本文算法分割的结果

是求 F 的模糊熵最小时, 对应的灰度作为分割图象的最佳阈值。

本文方法可以扩展到多级阈值, 只要将(4)式的隶属函数按阈值数分段表示, 其余步骤均与本文的其它步骤相同。

4 实验结果及分析

为了说明本文提出的阈值选择方法的有效性, 将其与局部窗口 3×3 的中值阈值方法, Otsu^[11] 的阈值方法和最小误差阈值法^[12] 分别用于对米粒图象的分割。比较和评价上述各种阈值算法的性能, 最困难的问题之一是选择一种有意义的评价标准。因为适合评价阈值技术在一种应用中的标准, 并不能作为评价阈值技术在另一种应用中的标准。在数字图象中, 对象物的均匀性和形状在其背景中起着极其重要的作用。均匀性是指二值化图象中对象物的灰度值全是 1 或全是 0; 形状是指二值化图象中对象物的形状比较真实地反映原图象中对象物的形状。许多研究人员都用二值化图象中对象物的均匀性和形状对阈值算法的性能进行评价。本文也采用这种方法来评价上述阈值算法的性能。

图 1 表示大小为 256×256 , 灰度级为 256 的米粒图象; 图 2 为米粒图象的灰度直方图; 图 3 为局部窗口 3×3 的中值阈值分割的结果, 从其二值化图

中可以看出, 虽然保留了原图象的所有信息, 但米粒的均匀性很差; 图 4 为最小误差阈值法的分割结果 (阈值 $t = 126$), 虽然二值化图象中对象物的均匀性很好, 但图象底部对象物的形状与原图象中的形状有较大差异; 图 5 为 Otsu 阈值法分割的结果 (阈值 $t = 112$), 虽然二值化图象中对象物的形状比较完整, 但图象底部个别对象的均匀性稍差; 图 6 为本文方法分割的结果 (阈值 $t = 104$), 二值化图象中每个对象物的均匀性和形状较好。尽管没有进行定性分析, 但从直观上可以看出, 本文提出的方法能获得令人满意的分割结果。

5 结 语

本文提出了基于凸多项式模糊熵的图象阈值技术的一种新方法, 并将其用于颗粒图象的分割。实验结果表明, 本文方法对颗粒图象的分割非常有效。该方法还可用于血液细胞图象、水泥生料球等颗粒图象的分割。

参 考 文 献

- 1 Nikhil R Pal, Dinabandhu Bhandari. Image thresholding: Some new techniques. Signal Processing, 1993, 33: 139_ 158
- 2 Young Won Lim, Sang Uk Lee. On the color image seg-

mentation algorithm based on the thresholding and the fuzzy C-means techniques. Pattern Recognition, 1990, 23(9): 935_952

- 3 Jean christophe Olivo. Automatic threshold selection using the wavelet transform. CVGIP- Graphical Models and Image Processing, 1994, 56(3): 205_218
- 4 Ki Dong Lee, Yong Hoon Lee. Threshold boolean filters. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(8): 2022-2036
- 5 Dae N Chun, Hyuns S Yang. Robust image segmentation using algorithm with a fuzzy measure. Pattern Recognition, 1996, 29(7): 1195_1211
- 6 N R Pal, S K Pal. A review of image segmentation techniques. Pattern Recognition, 1993, 26(9): 1277_1294
- 7 S K Pal, A Ghosh. Index of area converge of fuzzy image subsets and object extraction. Pattern Recognition Lett, 1990, 11: 831_841
- 8 Silvano Di Zenzo, Luigi Cinque, Stefano Levialdi. Image thresholding using fuzzy entropies. IEEE Trans Syst, Man and Cybern, Part B, 1998, 28(1): 15_23
- 9 Liangkai Huang, Maojun Wang. Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness. Pattern Recognition, 1995, 28(1): 41_51
- 10 A Deluca, S Termini. A definition of a non-probo-

bilistic entropy in the setting of fuzzy set theory. Int Control, 1972, 20: 301_302

- 11 N Otsu. A threshold selection method from gray-level histogram. IEEE Trans Syst, Man and Cybern, 1978, 8: 62_66
- 12 J Kittler, J Illingworth. Minimum error thresholding. Pattern Recognition, 1986, 19(1): 41_47

作者简介

王建军 男, 1960年生。1997年于东北大学信息学院获博士学位, 现为郑州大学计算机系副教授, 目前在西安交通大学电信学院从事博士后研究工作。主要研究兴趣为非线性信号处理, 图象处理, 智能检测和控制。

刘文江 男, 1934年生。1956年毕业于上海交通大学电机工程系研究生班, 现为西安交通大学电信学院教授, 博士生导师。研究领域为生产过程控制, 软检测技术, 参数检测和处理。

石磊 男, 1967年生。1992年于南京大学计算机科学系获硕士学位, 现为郑州大学计算机系讲师。研究领域为计算机体系结构, 信息处理和计算机软件。

周世俊 男, 1964年生。1987年于郑州大学物理系获学士学位, 现为郑州大学计算机系工程师。研究领域为信息处理和新产品开发。

(上接第370页)

6 结 论

本文针对电液位置伺服系统的特点, 将CMAC神经网络应用于位置伺服系统的抗扰动控制, 并给出了具体的控制结构及算法。仿真结果证明了该控制结构不仅具有明显的抗外力扰动作用, 而且具有自适应功能。由于CMAC能在不改变原有系统结构的情况下直接用计算机实现, 而且受固定增益控制器的增益影响小, 因此对现存的大量以PID为控制器的系统而言, 本文方法的研究具有重要的现实意义。

参 考 文 献

- 1 J S Yun, H S Cho. Application of an adaptive model following control technique to a hydraulic servo system subjected to unknown disturbances. J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1991, 113(3): 479_486
- 2 沙道航, 杨华勇. 带有未知负载干扰电液位置系统神经网络控制的研究. 机床与液压, 1997, (2): 15-17

- 3 J S Albus. A new approach to manipulator control: The cerebellar model articulation controller (CMAC). J of Dynamic System, Measurement & Control, 1975, 97(3): 220_227
- 4 J S Albus. Data storage in the cerebellar model articulation controller (CMAC). J of Dynamic System, Measurement & Control, 1975, 97(3): 228_233
- 5 W T Miller, F H Glanz, L G Kraft. Application of a general learning algorithm to the control of robotics manipulators. The Int J of Robotics Research, 1987, 6(2): 84_98

作者简介

蒋志明 男, 1966年生。第二炮兵工程学院讲师, 西安交通大学机电系博士生。主要研究方向为机电系统的智能控制, 液压测试, 故障诊断等。

林廷圻 男, 1934年生。西安交通大学教授, 博士生导师。主要研究方向为机液伺服系统的计算机控制, 故障诊断等。

黄先祥 男, 1940年生。第二炮兵工程学院教授, 博士生导师。主要研究方向为机电系统的智能控制, 系统仿真, 光电检测等。