模糊逻辑系统的快速构造与优化*

王宏伦 吕庆风 佟明安
(南京航空航天大学无人机研究所 210016) (西北工业大学电子工程系)

摘 要 提出一种直接利用均匀分布于待逼近系统输入空间的 I/O 数据,快速构造满足一定精度要求的模糊逻辑系统方法,并从理论上证明了该方法的可行性。在此基础上采用一种新型的 GA+BP 混合算法对模糊逻辑系统进行优化,以求用最少的规则数实现满意的精度。数字仿真结果表明这种快速构造和优化方法是可行和高效的。

关键词 模糊逻辑系统,快速构造,参数优化,结构优化
分类号 TP 273

Fast Construction and Optimization of Fuzzy Logic Systems

Wang Honglun, Lü Qingfeng Tong Ming'an
(Nanjing University of Aeronautics & Astronautics) (Northwestern Polytechnical University)

Abstract A fast construction method of fuzzy logic systems was presented and the optimization of parameters and structures of such systems was discussed. Some input/output data of the system to be approximated, which are uniformly distributed in the input space, were directly used to form the rules and membership functions of the fuzzy logic system. Theoretic analysis shown that the fuzzy logic system constructed using such method could easily approximate any bounded continuous system at any precision. To obtain the given precision using the least rules, a new GA-BP hybrid learning algorithm and the dichotomy were used to optimize the parameters. Numeral results shown that the fast construction method and the optimal algorithm are feasible and effective.

Key words fuzzy logic system, fast construction, parameters optimization, structure optimization

1 引 言

如何构造出满足精度要求的模糊逻辑系统(FLS)是模糊辨识与控制中一个重要的问题。通过输入输出数据构造模糊逻辑系统的方法,由于便于理论分析,也便于和传统的控制理论接轨,在近年来获得了很大的发展。文献[1]提出了利用误差反向传播学习算法(BP 算法)对输入输出数据不断学习获得模糊模型的方法,对模糊逻辑系统的发展起到了积极的推动作用。[2]提出了基于模糊基函数的最小二乘学习算法。[3]提出了基于网点的自学习模糊逻辑系统。[4]提出了一类有限元的模糊规则构造方法。

综观目前的多数 FLS 构造方法,大致存在两个问题:一是运算量过大,通常需数千次的迭代,或是需要解复杂的矩阵方程,因而难以满足实时辨识的需要;二是模糊规则数的确定缺乏依据,往往只能人为指定,造成了规则数过多或过少的不利局面。

本文提出一种直接利用输入输出数据快速构造满足一定精度要求的模糊逻辑系统的方法,并从理论上证明了该方法的可行性。在此基础上引入参数优化和结构优化算法,达到了满足精度要求前提下的模糊规则数的最小化。数字仿真结果表明了该方法的可行性和高效性。

2 模糊逻辑系统的快速构造

2.1 构造依据

设 $y = g(\boldsymbol{x})$ 是有界输入有界输出的连续函数,$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n) \in [-1, 1]^n \subset R^n$, $y \in R$。并设对于任意输入 $\boldsymbol{x} \in [-1, 1]^n$,均可方便地获得相应

* 1999-07-19 收稿, 1999-12-28 修回

的输出 y。

定义 1 对于任意整数 $m > 1$, 利用超平面簇 $x_i = -1 + 2k/m, k = 1, 2, \cdots, m-1, i = 1, 2, \cdots, n$, 将空间 $[-1, 1]^n$ 划分成 m^n 个相等的超立方, 称为输入空间的 m^n 等分, m 称为单维等分数。

显然, 将输入空间 m^n 等分成的超立方簇的顶点并集有 $M = (m+1)^n$ 个元素, 记为 $\{\boldsymbol{x}^l = (x_1^l, x_2^l, \cdots, x_n^l)\}, l = 1, 2, \cdots, M$。设该集合对应于 $y = g(\boldsymbol{x})$ 的输出为 $\{y^l\}$, 则对于函数 $y = g(\boldsymbol{x})$ 而言, 存在如下 M 条规则。

$$R^{(l)}: \text{if } \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^l \text{ then } y = y^l \quad l = 1, 2, \cdots, M \tag{1}$$

定义 2 采用高斯型隶属函数和平均模糊消去法, 并将上述 $\boldsymbol{x}^l$ 和 y^l 分别定义为输入和输出隶属函数的中心, 令输入隶属函数的偏差 $\sigma_i^l = \Delta = 2/m$, 即可构造出式(2) 的模糊逻辑系统, 称为基于输入空间 m^n 等分的模糊逻辑系统。

$$f_{1,M}(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{l=1}^{M} y^l \prod_{i=1}^{n} \exp\left[-\left(\frac{x_i - x_i^l}{\Delta}\right)^2\right]}{\sum_{l=1}^{M} \prod_{i=1}^{n} \exp\left[-\left(\frac{x_i - x_i^l}{\Delta}\right)^2\right]} \tag{2}$$

定理 1 对于任意定义在 $[-1, 1]^n \to R$ 上的有界连续函数 $y = g(x)$ 及任意的 $\epsilon > 0$, 存在 $m_\epsilon > 0$, 使得 $m \geq m_\epsilon$ 时, 基于输入空间 m^n 等分的模糊逻辑系统(2) 满足

$$\sup_{x \in [-1, 1]^n} \left| f_{1,M}(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x}) \right| < \epsilon \tag{3}$$

证明 对于任意 $\boldsymbol{x} \in [-1, 1]^n$, 设在 $\boldsymbol{x}$ 的 $\delta(\epsilon)$ 超立方邻域内的任一点 $\boldsymbol{x}_0$ 满足: $\left| g(\boldsymbol{x}_0) - g(\boldsymbol{x}) \right| < \epsilon$。由高斯型函数衰减性知, 随着 m 的增大(Δ 随之减小), 远离 $\boldsymbol{x}$ 的点 $\boldsymbol{x}^l$ 对于 $f_{1,M}(\boldsymbol{x})$ 的影响愈来愈小, 从而必然存在 m_0, 使得在 $\boldsymbol{x}$ 的 $\delta(\epsilon)$ 超立方邻域外的点 $\boldsymbol{x}^l$ 对于 $f_{1,M_0}(\boldsymbol{x})$ 的影响很小, 即

$$f_{1,M_0}(\boldsymbol{x}) = f_{L_1,L_2}(\boldsymbol{x}) + o(\epsilon) \tag{4}$$

其中, $M_0 = (m_0 + 1)^n$, L_1 和 L_2 分别为处于 $\boldsymbol{x}$ 的 $\delta(\epsilon)$ 超立方邻域内的 $\boldsymbol{x}^l$ 的起、止编号(可采用某种编号方法, 使得处于 $\boldsymbol{x}$ 的 $\delta(\epsilon)$ 超立方邻域内的 $\boldsymbol{x}^l$ 连续编号), 而 $f_{L_1,L_2}(\boldsymbol{x})$ 的表达式只需将式(2) 中求和的上、下限分别用 L_2 和 L_1 代替即可。

由于 $\min_{l=L_1}^{L_2} g(\boldsymbol{x}^l) \leq f_{L_1,L_2}(\boldsymbol{x}) \leq \max_{l=L_1}^{L_2} g(\boldsymbol{x}^l)$, 而 $L_1 \leq l \leq L_2$ 时, $\left| g(\boldsymbol{x}^l) - g(\boldsymbol{x}) \right| < \epsilon$ 成立, 故 $\left| f_{L_1,L_2}(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x}) \right| < \epsilon$, 从而 $\left| f_{1,M_0}(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x}) \right| < \epsilon$。

考虑到 M_0 个 $\boldsymbol{x}^l$ 均匀分布在 $[-1, 1]^n$ 中, 故 $M_0 = (L_2 - L_1 + 1)/\delta^n(\epsilon)$, 于是

$$m_0 = \left[\sqrt[n]{L_2 - L_1 + 1} \Big\backslash \delta(\epsilon) \right] - 1 \tag{5}$$

从而取

$$m_\epsilon = \sup_{x \in [-1, 1]^n} \left\{ \left[\sqrt[n]{L_2 - L_1 + 1} \Big\backslash \delta(\epsilon) \right] - 1 \right\} \tag{6}$$

即可满足要求。(证毕)

定理 1 说明, 只要合理地选择等分数, 基于输入空间等分的模糊逻辑系统在无需学习的情况下, 就能以任意精度逼近输入输出有界的连续系统。由于上述定义和定理可以方便地推广到定义在 $[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \cdots \times [a_n, b_n] \subset R^n \to R$ 上的有界连续函数, 这就为一般有界连续(线性和非线性) 系统的快速模糊辨识提供了依据。

2.2 构造方法

定理 1 从理论上保证了 m_ϵ 的存在性, 但实际建立系统的模糊模型时, m_ϵ 往往难以事先求取。为此, 可采用某些一维搜索方法在正整数空间快速搜索, 以获得满足式(3) 的最小规则数。

设 m_m 表示满足精度要求的最小单维等分数, 且 $m_m \in (m_d, m_u]$, 则模糊逻辑系统的快速构造过程可描述如下:

1) 给定整数 $m_m > 1$, 精度 $\epsilon > 0$, 置标志 $S_Y = S_N = 1$, 转 2)。

2) 取 $m = m_m$, 将待辨识的系统 $g(\boldsymbol{x})$ 的输入空间进行 m^n 等分, 得到超立方顶点的并集 $\{\boldsymbol{x}^l\}$。对系统施加输入 $\{\boldsymbol{x}^l\}$, 获取相应的输出 $\{y^l\}$, $l = 1, 2, \cdots, (m+1)^n$。然后将有关参数代入式(2), 得到模糊逻辑系统 $f_{1,M}(\boldsymbol{x})$。计算该模糊逻辑系统对于测试样本集合的误差 $E = \| f_{1,M}(\boldsymbol{x}) - g(\boldsymbol{x}) \|$, 并转 3)。

3) 若 $E < \epsilon$, 则 $S_N = 0, m_u = m_m$, 转 4)①; 否则, $S_Y = 0, m_d = m_m$, 转 4)②。

4) ① 若 $S_Y = 1$, 则 $m_d = 0$, 转 5); 否则, 直接转 5)。② 若 $S_N = 1$, 则 $m_u = 3m_m$, 转 5); 否则, 直接转 5)。

5) 若 $m_u - m_d > 1$, 则 $m_m = [(m_u + m_d)/2]$, 转 2); 否则, $m_m = m_u$, 转 2)。得到所求的模糊逻辑系统, 结束。

值得注意的是, $m \geq m_\epsilon$ 是式(3) 成立的充分条件; 当 $m < m_\epsilon$ 时, 式(3) 仍有成立的可能性。因而实际中用搜索法得出的最小规则数有可能小于 $(m_\epsilon + 1)^n$。

由上述构造过程可见, 这种构造方法将模糊辨识中复杂的多变量优化问题转化为简单的单变量

(单维等分数) 优化问题, 因而能够快速构造出满足相应精度要求的模糊逻辑系统。

3　模糊逻辑系统的优化

上节中的快速构造方法, 对于一些对存储量不做特别限制的系统而言, 该方法简便易行, 能够适应任意的精度要求。然而对于一些存储量受限、比较复杂的系统, 这样构造的规则数可能过多, 超出了存储量的上限。那么, 有无可能通过优化进一步减少规则数呢?从定理 1 的证明中可以发现, 为简单起见, 我们对输入空间进行了均匀划分, 并取 m_ϵ 如式(6) , 这就导致了规则数的增加。如果针对待逼近函数 $g(\boldsymbol{x})$ 在各处的不同情况, 采取不等间隔划分的方法, 那么规则数必然会减少。此外, 通过对输入输出隶属函数的优化, 也有可能减少规则数。

在此, 我们在满足给定的精度要求的前提下, 通过调整参数和结构使得规则数减到最少, 这一过程称为 FLS 优化。FLS 优化包括参数优化和结构优化两方面问题: 参数优化在规则数一定的条件下, 对系统参数进行优化, 以求最大限度地提高逼近精度; 结构优化对规则数进行调整, 以求用最少的规则实现相应的精度。

3.1　参数优化

本文以参数优化作为系统结构优化的基础, 对参数优化的根本要求是快速收敛到最优参数。当前, 大多数 FLS 的自学习算法实际上都在进行参数优化, 但这些算法往往需要上千次的反复迭代, 因而无法满足快速收敛的要求。在此, 我们提出一种在遗传算法中融入误差反向传播学习算法(GA + BP) 的混合学习算法。该算法相对于此前的类似算法具有以下特点:

1) GA 和 BP 并行工作, 竞争学习。BP 算法的缺点是可能陷入局部极值, 而 GA 的优点恰恰是全局收敛。将二者结合起来, GA 和 BP 并行工作, BP 算法为 GA 产生部分个体, GA 对包括 BP 算法生成的个体在内的所有个体实施遗传操作。当 GA 搜索到比 BP 个体更优的个体时, BP 转向该个体处重新搜索, 从而可以有效地降低陷入局部极值的可能。

2) 结合 FLS 参数的特点, 合理构造初始种群。无论 GA 还是 BP, 初始参数对其收敛性能均有明显的影响, 而一般的随机初始化方法在一定程度上制约了收敛速度的提高。采用上节中 2) 的方法构造的 FLS, 由于其参数直接来自待辨识系统的 I/O 数据, 包含大量有关系统行为的信息, 因而从一开始就具有较小的逼近误差。在此, 我们将其定为初始种群中的核心个体, 其它个体则由该个体经过摄动产生。这样, 在极大地加速收敛过程的同时, 也减少了陷入局部极值的可能。

3) 动态优化 BP 学习因子。BP 算法学习时, 对于学习因子的确定缺乏理论指导, 只能凭经验选取。而实际上, 学习因子对算法的收敛性有很大的影响, 同一学习因子对于不同类型的数据、不同的学习阶段会产生截然不同的学习效果。本文的 BP 算法针对不同的样本数据、不同的学习阶段, 从多个因子中动态地选择学习效果最佳的学习因子, 从而大大提高了算法的收敛速度。

4) 在 GA 中引入种子个体。该个体除参与遗传操作外, 还直接进入新一代种群。种子个体由两部分组成: 其一是当前的最优个体; 其二是当前最优个体经过 BP 学习后形成的新个体。这样便可保证收敛的单调性, 同时加速收敛进程。

这种混合算法的基本框架与一般的实值编码算术交叉的遗传算法类似, 其编码、交叉、变异、选择等操作已多见, 这里不再赘述。

3.2　结构优化

结构优化是在参数优化的基础上进行的。只有当参数优化达到较高的速度时, 结构优化才能成为现实。对于模糊逻辑系统(2) 而言, 描述其结构的只有规则数这一个参数, 因而其优化可采用一般的二分法。

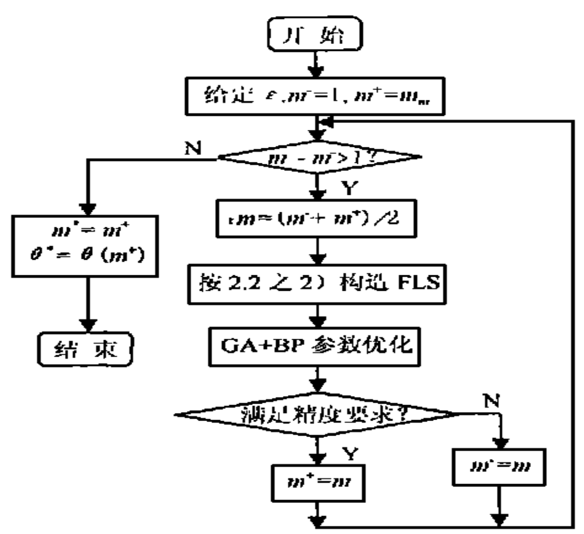

图 1　模糊逻辑系统的优化流程

图 1 示出了模糊逻辑系统优化(包括参数优化和结构优化) 的总体流程。其中, ϵ 为给定的逼近精

度, m_m 表示 2.2 节中用快速构造法所需要的满足精度要求的最小单维等分数, m^* 表示最优单维划分数(不一定等分), $\theta = \{x_i^l, \sigma_i^l, y^l\}(i = 1, 2, \cdots, n, l = 1, 2, \cdots, M)$ 为 FLS 的参数集合, θ^* 表示最优参数集合。

4 仿真实例

为便于和文献[1] 比较, 仍考虑如下非线性系统的模糊辨识问题

$$y(u) = 0.6\sin(\pi u) + 0.3\sin(3\pi u) + 0.1\sin(5\pi u), \quad u \in [-1, 1]$$

取 m_m 的初值为 20, 误差限 $\epsilon = 0.01$, 并随机提取系统的 200 个输入/输出数据对作为测试样本, 按照 2.2 节中的步骤构造满足精度要求的 FLS。经过 4 次调整, m_m 达到其最小值 38(从而规则数为 $m_m + 1 = 39$), 而所构造的FLS 对于测试样本的均方根误差为 0.009 8。相比之下, 文献[1] 对于同一系统在 40 条规则和几百次BP 学习的情况下才得到类似效果。由于每次调整过程中仅需重新划分输入空间、获取系统响应和评价逼近精度, 其运算量相当于一次 BP 学习, 因而本文方法在速度上具有很大优势。

对上述模糊逻辑系统进行优化。GA + BP 的参数为: 种群规模 = 50, BP 个体数 = 5, 相应的学习因子分别为 0.03, 0.08, 0.1, 0.3 和 0.6, 最大进化代数 = 40, 交叉概率 = 0.85, 变异概率 = 0.03。结构优化中的 m_m 取快速构造时得到的最小单维等分数 38, ϵ 仍取 0.01。

按图 1 的流程进行优化。经过 5 轮结构调整和参数优化, 得到 $m^* = 7$, 从而规则数 = 8, 减少了近 80%。这样的结果是令人满意的。

实例仿真结果分别如图 2 和图 3 所示。图中实线表示待辨识系统的 I/O 关系, 虚线分别对应快速构造的 FLS 和优化后的 FLS 的 I/O 关系(实线、虚线基本重合); 其中的圆点分别表示优化前、后各规则中输入输出隶属函数的中心值(即 $\boldsymbol{x}^l, y^l$) 之间的关系。

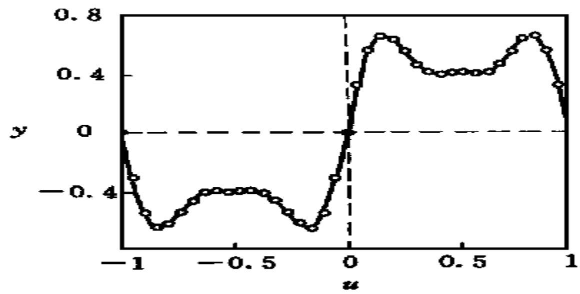

图 2 原系统及快速构造的 **FLS** 的 **I/O** 关系与规则点分布

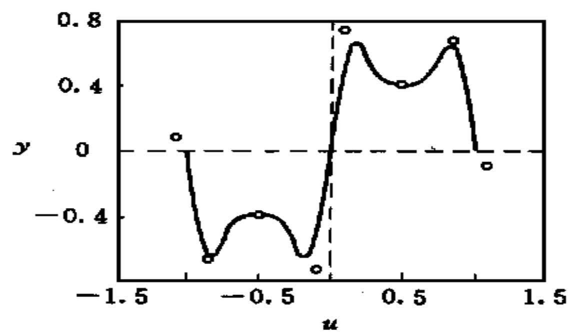

图 3 原系统及优化后的 **FLS** 的 **I/O** 关系与规则点分布

5 结 语

本文提出一种直接利用系统的输入/输出数据快速构造满足精度要求的模糊逻辑系统的方法, 并从理论上保证了方法的可行性。对于一些对存储量不做特别限制的系统而言, 该方法简单易行, 能够满足任意的精度要求。对于存储量受限的系统, 文中提出一种最省规则的模糊逻辑系统优化方法。仿真结果表明, 这种快速构造和优化方法是可行和高效的。

参 考 文 献

1 Wang L X, Mendel J M. Back-propagation fuzzy systems as nonlinear dynamic system identifiers. In: Proc IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. San Diego, 1992. 1409～1418

2 Wang L X, Mendel J M. Fuzzy basis functions, universal approximation and orthogonal least squares learning. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(5): 807～814

3 段培永, 陈绍东, 邵惠鹤. 基于网点的自学习模糊逻辑系统. 控制与决策, 1998, 13(5): 549～552

4 梁志珊, 孟祥萍, 张化光. 一类数据结构的模糊规则构造方法. 控制与决策, 1998, 13(5): 553～557

作 者 简 介

王宏伦 男, 1970 年生。1998 年于西北工业大学获博士学位, 现在南京航空航天大学从事博士后工作。研究方向为智能控制, 最优控制, 飞行器控制、制导与仿真。

吕庆风 男, 1935 年生。南京航空航天大学无人机研究所总工程师, 教授, 博士生导师。研究方向为无人驾驶飞行器总体设计。

佟明安 男, 1936 年生。1960 年毕业于哈尔滨军事工程学院, 现为西北工业大学教授, 博士生导师。研究方向为自动控制理论与应用, 火力控制, 作战效能分析。